

Orden y caos II. Teoría de Ramsey

por

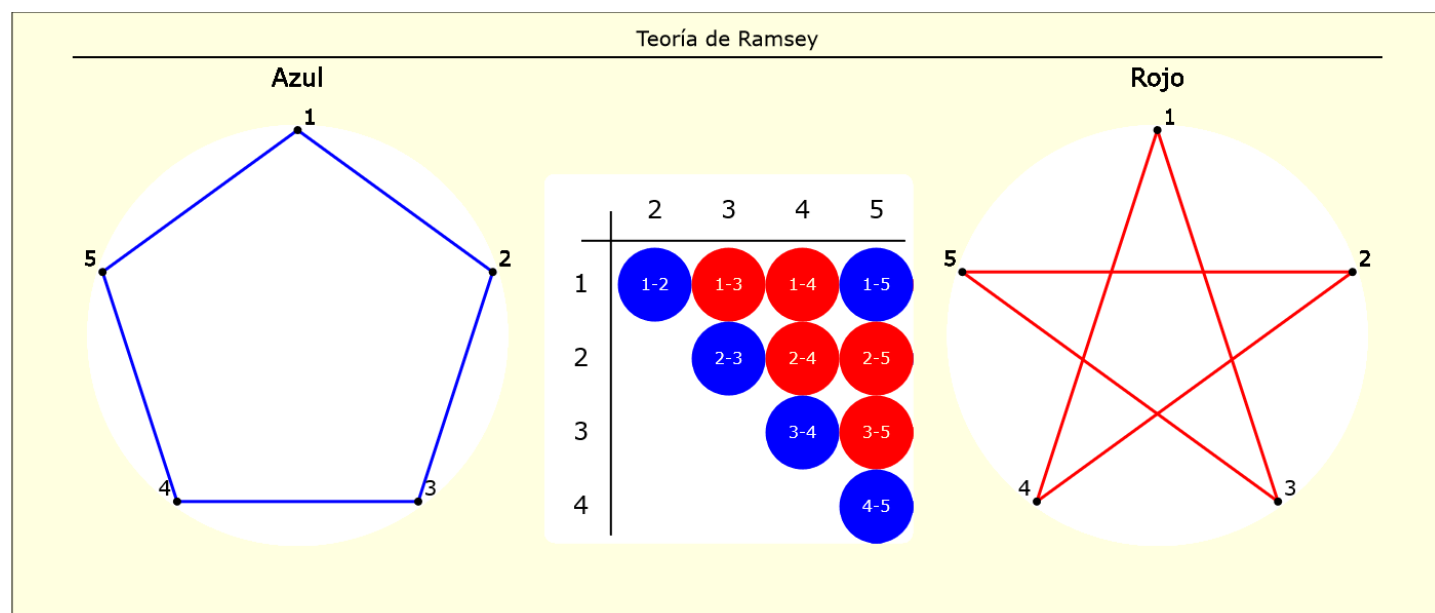
PEDRO LATORRE GARCÍA

(CPEPA Gómez Lafuente, Zaragoza)

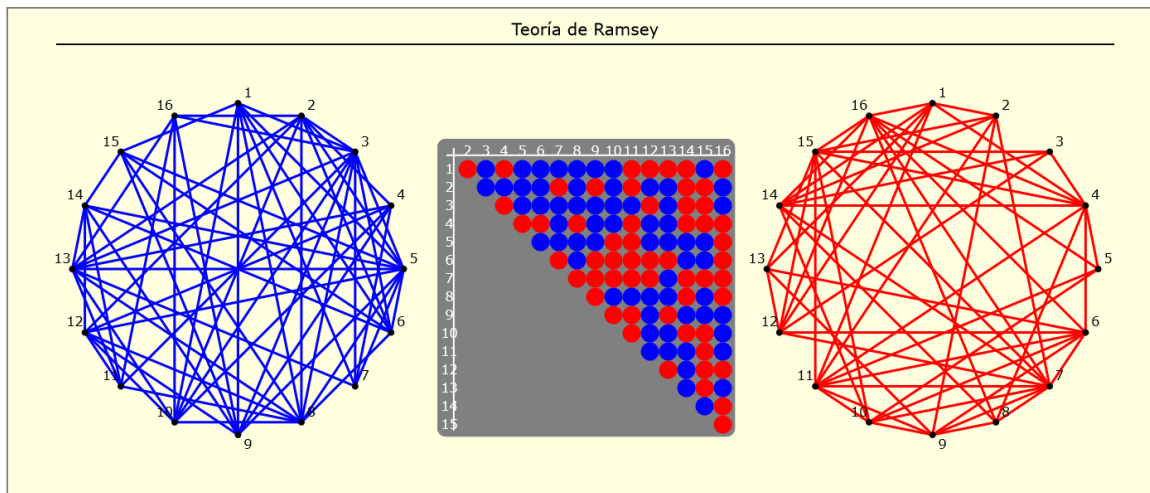
Si un tierno infante del siglo XIX viajase en una máquina del tiempo hasta nuestros días, cuando fuese al instituto notaría muy pocos cambios en la clase de mates. Seguramente contaría con nuevos medios tecnológicos para aprender los mismos contenidos que en su época. ¿Tan universal es lo que enseñamos que no merece la pena cambiarlo? Algunos profesores piensan que sí. Otros consideramos importante introducir nuevos contenidos a costa de eliminar otros. Las matemáticas de los siglos XX y XXI merecen estar en el currículo. Según mi criterio, el tiempo dedicado a aprender algoritmos manuales de cálculo puede ser significativamente reducido teniendo en cuenta el fácil acceso a numerosas herramientas TIC. Esta semana una alumna me decía que el sumar fracciones con lápiz y papel agiliza la mente, un mito que viene muy bien si no queremos complicarnos la clase.

La actividad que voy a comentar resultaría novedosa para nuestro viajero temporal. Fue creada en el siglo XX, aunque lamentablemente sus autores han fallecido. Está basada en el teorema clásico de Ramsey e incluida en el taller sobre el caos comentado en el boletín anterior. Como consecuencia de la teoría desarrollada por Frank P. Ramsey y Paul Erdős, se puede afirmar que en un conjunto muy grande de datos aparecen configuraciones ordenadas y por tanto, matemáticamente, el desorden absoluto no es posible <<http://mathworld.wolfram.com/RamseyTheory.html>>.

Para nuestra versión amigable del teorema consideramos un grupo de 5 personas, representadas por los vértices de un pentágono. Si dos personas se conocen, las unimos con una línea roja y en caso contrario con una azul. Para facilitar la tarea, los alumnos cuentan con una hoja en cuya parte central pintarán de color rojo o azul los círculos ubicados en una tabla de doble entrada que representan todas las aristas. Dibujarán separados los grafos de cada color. ¿Existe algún caso en el cual no haya ni tres amigos comunes ni tres desconocidos? Se trata de buscar una configuración en la que no aparezca ningún triángulo cuyos vértices sean los puntos que representan a las personas. En la imagen se muestra un ejemplo.



Sin embargo, con seis personas no hay forma de evitar que se forme al menos un triángulo. El teorema establece que en un grupo lo suficiente grande de N personas siempre aparecerá un conjunto de n personas que se conozcan entre sí o n que sean desconocidos. El menor número cumpliendo esta condición se llama número de Ramsey y se denota $R(n, n) = N$. Por ejemplo, $R(3, 3) = 6$ y $R(4, 4) = 18$.



Sorprendentemente todavía no se conoce el valor de $R(5,5)$, solo que está comprendido entre 43 y 48. Si tenemos en cuenta que hay $2^{903} \sim 6,76 \times 10^{271}$ grafos completos de 43 vértices con dos posibles colores por arista (olvidando los isomorfismos, que es mucho olvidar), la sorpresa será menor. La imagen de un caso con 16 vértices puede servir para comprender la magnitud del problema.

Esta actividad pone de manifiesto la existencia de problemas sin solución. No obstante, es un poco cruel hacer buscar a los alumnos una situación inexistente. Para evitarlo, dejemos la crueldad para el mundo real, puede dejarse la arista vertical desde 1 a 4 en negro. Con las restantes aristas se puede evitar la formación de triángulos, y por último, al colorear de rojo o azul esta última arista, inevitablemente se forma un triángulo.

Si os animáis a utilizar esta actividad, puede descargarse una plantilla en el siguiente enlace:

<http://conexionmatematica.catedu.es/download/ramsey.docx>

Reto del otoño

Planteo a mis fieles lectores el siguiente pasatiempo, mucho más complicado que el del número anterior. Es una versión personalizada del juego inventado por el matemago Fitch Cheney.

Un espectador elige una carta de la baraja española y luego cuatro cartas que no tienen nada que ver con la primera. Pulsando el botón Bailar, las cartas bailan y el mago trata de adivinar la carta escondida.

El reto consiste en averiguar de forma razonada la carta escondida en la imagen. Alguna pista: las dos últimas cartas esconden el palo, las tres últimas el número y la primera indica si es mayor que seis. Para jugar la aplicación se encuentra en el siguiente enlace <<http://193.234.225.118/azar/fitch-cheney/cards.html>>.

Si resolvéis el reto o queréis más pistas, os recuerdo nuestra página de contacto:

<http://conexionmatematica.catedu.es/contacto/>

