

**CONHECIMENTOS PARA O ENSINO DE MÉDIA MODA E MEDIANA
EVIDENCIADOS
POR PARTICIPANTES DE UM CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA**

Tiago Augusto dos Santos Alves – Angélica da Fontoura Garcia Silva – Ruy Cesar Pietropaolo

intalves@hotmail.com – angelicafontoura@gmail.com – rpietropaolo@gmail.com

Universidade Anhanguera de São Paulo – Brasil

Núcleo temático: Formación del profesorado en Matemáticas

Modalidad: CB

Nivel educativo: Formación y actualización docente

Palabras clave: Medidas de Tendência Central; Formação Continuada de Professores de Matemática; Conhecimento Profissional Docente.

Resumo

Esta comunicação apresenta resultados de uma pesquisa de natureza qualitativa vinculada a um Projeto financiado pelo governo federal brasileiro, desenvolvido no âmbito do Programa Observatório da Educação da CAPES - MEC. O propósito deste estudo foi analisar os conhecimentos necessários aos professores de Matemática da Educação Básica para o ensino de medidas de tendência central em um contexto de formação continuada. Os dados foram coletados por meio de um questionário de caráter diagnóstico o qual possibilitou a determinação do perfil e de conhecimentos preliminares explicitados de 12 professores participantes. Utilizou-se como marco teórico a categorização proposta por Ball, Thames e Phelps (2008). A análise dos resultados mostrou evidências de que a maioria dos participantes dominava os procedimentos de cálculo das medidas solicitadas. Todavia, percebeu-se que os professores não apresentaram argumentações que levassem em conta a relação entre tais medidas para a tomada de decisão em uma das situações-problema propostas. Grande parcela dos participantes tomou a decisão apoiando-se na análise dos valores das medidas de forma isolada, e mesmo aqueles que tentaram relacionar os valores da média, moda e mediana entre si, não consideraram um espectro mais amplo. Tais resultados possibilitaram traçar um plano inicial para o processo formativo.

Introdução

Este artigo apresenta resultados de uma pesquisa vinculada ao Projeto de Pesquisa do Observatório da Educação, nº 19.378, edital CAPES nº 049/2012, intitulado Investigações sobre o Processo de Ensino e de Aprendizagem de Conceitos concernentes à Probabilidade e Estatística, sob coordenação do Prof. Dr. Ruy César Pietropaolo, da Universidade Anhanguera de São Paulo.

O propósito deste estudo foi analisar os conhecimentos necessários aos professores de Matemática da Educação Básica para o ensino de Medidas de Tendência Central em um contexto de formação continuada. Esse procedimento permitiu-nos planejar as sessões do processo formativo.

Para análise dos resultados deste trabalho, apoiamo-nos na categorização proposta por Ball *et al.* (2008) acerca dos conhecimentos profissionais docentes e em pesquisas relacionadas ao tema Medidas de Tendência Central.

Relevância e fundamentação

Há quase vinte anos, documentos oficiais do sistema educacional brasileiro já alertavam quanto à importância em se trabalhar o ensino de Estatística na Educação Básica:

(...) a compreensão e a tomada de decisões diante de questões políticas e sociais dependem da leitura crítica e interpretação de informações complexas, muitas vezes contraditórias, que incluem dados estatísticos e índices divulgados pelos meios de comunicação. Ou seja, para exercer a cidadania é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar, tratar informações estatisticamente etc. (Brasil, 1998, p.27)

Tal aspecto é reforçado nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM (2006), as quais chamam a atenção para a importância da compreensão das Medidas de Tendência Central por parte dos alunos, a fim de que estes sejam capazes de trabalhar e interpretar dados estatísticos.

Entretanto, resultados obtidos a partir do levantamento de Relatórios Pedagógicos da Prova do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) mostram índices desfavoráveis quanto ao aprendizado de alunos acerca da temática aqui discutida. Isso ocorreu, por exemplo, na Prova do SARESP do ano de 2012. Nela, fora proposta uma questão na qual eram apresentados aos estudantes dados discretos, cujo objetivo era apenas a determinação dos valores da média, moda e mediana. Contudo, o Relatório Pedagógico do SARESP (2012) apontou que tão somente 33,6% dos alunos a resolveram corretamente.

Aliado a isso, estudos realizados em relação à interpretação e análise de dados mostram-se alarmantes. Stella (2004), por exemplo, ao realizar uma pesquisa com sete alunas do Ensino Médio de uma escola pública na cidade de São Paulo/Brasil, verificou que, apesar do fato de muitas das estudantes terem resolvido corretamente os exercícios de média aritmética, não havia um domínio pleno sobre a conceituação dessa medida e de seus significados, mas

apenas uma memorização do procedimento de cálculo. A autora, com base em seus resultados, sugere ainda que “dependendo do tipo de questão, os estudantes interpretam média como moda e/ou mediana, e, além disso, não estão acostumados a distinguir as diferentes medidas de tendência central ou estabelecer qual a melhor medida a ser utilizada” (Stella, 2004, p. 17). Em relação ao conhecimento do professor, Carvalho (2011) apontou, com base em estudos de Melo (2010), Magina, Carzola, Gitirana e Guimarães (2008), uma limitação conceitual da média por partes desses profissionais brasileiros.

Em estudos mais recentes, limitações como essas ainda são verificadas. Por exemplo, Batanero, Díaz, Contreras e Roa (2013) em suas investigações destacaram o modo como se encontra o ensino de Estatística nas escolas, sendo que muitos alunos se formam sem que compreendam suas características e tão pouco saibam aplicá-las, resultado de um ensino sem sentido.

Como esta pesquisa é voltada para a formação continuada do professor de Matemática, para a análise dos dados obtidos, apoiamo-nos nas categorias do Conhecimento do Conteúdo definidas por Ball, Thames e Phelps (2008), sobretudo do Conhecimento Comum do Conteúdo e do Conhecimento Especializado do Conteúdo. Quanto ao Conhecimento Comum do Conteúdo, os autores o relaciona com aqueles domínios esperados por qualquer adulto educado e o aponta como imprescindível à atuação do professor, a fim de que este seja capaz de realizar as tarefas que propõe aos seus alunos. No caso das Medidas de Tendência Central implica, por exemplo, em saber realizar cálculos da moda, média e mediana, bem como de problemas matemáticos envolvendo esse conteúdo. Em relação ao Conhecimento Especializado do Conteúdo, esse grupo de estudiosos o define como aqueles saberes mais aprofundados acerca do conteúdo e que servirão de base para a prática de ensino do professor. Ball, Thames e Phelps (2008) consideram que esse tipo de conhecimento está “estritamente relacionado com a prática, mas, ao contrário do conhecimento pedagógico do conteúdo, ele não requer conhecimento adicional de estudantes ou do ensino. Ele é conhecimento distintamente matemático, mas ele não é necessariamente conhecimento matemático familiar aos matemáticos” (p.395).

Para estes autores, Conhecimento do Conteúdo Especializado é inerente às “tarefas comuns de ensino” (Ball *et al.*, 2008, p. 398) como, por exemplo, habilidades que lhes favoreçam apresentar conceitos matemáticos, procurar bons exemplos, avaliar e adaptar o conteúdo

apresentado nos livros, analisar e avaliar os argumentos dos estudantes. Dessa forma, neste estudo, consideramos que, em relação ao ensino dos valores de tendência central, o professor necessita estabelecer relações entre essas medidas, a fim de justificar matematicamente as escolhas dadas pelos seus estudantes.

Procedimentos metodológicos

A presente pesquisa científica é de natureza qualitativa e, para planejar as sessões de formação que seriam propostas ao grupo de professores participantes desta investigação, fez-se necessário o levantamento do perfil e do conhecimento profissional destes integrantes acerca da temática Medidas de Tendência Central. Diante disso, tivemos a possibilidade de determinar quais desses conhecimentos necessitavam ser aprimorados. Assim sendo, foi elaborado um questionário, de caráter diagnóstico, e aplicado aos participantes da formação antes de realizarmos a intervenção.

Caracterização dos professores participantes

Este estudo foi realizado com um grupo de doze professores, os quais foram referenciados pelas letras (A), (B), (C), ... e (L), a fim de garantir o sigilo de suas identidades. Analisando os dados, identificamos que todos possuem curso de licenciatura em Matemática; em média, lecionam há mais de 14 anos; a média da idade do grupo é de 46 anos; e nove dentre os doze profissionais já lecionaram o conteúdo em algum momento.

Além das questões em que procuramos identificar o perfil dos participantes, utilizamos outras para investigarmos, especificamente, os conhecimentos do conteúdo (comum e especializado). A seguir, apresentamos uma das questões propostas que utilizaremos para discutir alguns dos resultados obtidos na pesquisa.

Questão analisada

A fim de realizar um levantamento do conhecimento profissional dos professores acerca da temática Medidas de Tendência Central foram propostas cinco questões, mas, devido ao espaço aqui destinado à discussão, optamos pela questão que aborda a média, mediana e moda em um contexto próximo a uma situação prática (Figura 1).

Você está à procura de um emprego e buscou informações acerca da remuneração dos funcionários de três empresas. A seguir, encontram-se os salários, em reais, das empresas pesquisadas.

Empresa	A	B	C
Salário Médio	2.500,00	2.000,00	1.700,00
Salário Mediano	1.600,00	1.900,00	1.700,00
Salário Modal	1.500,00	1.800,00	1.700,00

Considerando-se as informações apresentadas, qual dessas empresas você optaria? Justifique sua escolha.

Figura 1. Questão proposta aos professores
Fonte: questão elaborada pelos autores

Assim sendo, tínhamos como objetivo que cada um dos professores, utilizando-se de seus conhecimentos acerca do conteúdo, analisasse a situação, tomasse a decisão julgada mais adequada e embasasse, matematicamente, esse posicionamento. Isso consubstanciaria nosso levantamento de dados acerca da visão que os participantes tinham inicialmente frente aos significados e à inter-relação entre as MTC. Importante ressaltar que, nessa situação-problema, não havia apenas uma resposta possível. Isso iria depender das justificativas apresentadas pelos docentes. Além disso, de acordo com a resolução apresentada pelos professores, nessa questão poderíamos observar variados Domínios do Conhecimento de Ball *et al.* (2008).

Análise e discussão dos dados

Na questão proposta, dos doze participantes, somente um optou pela empresa A e os demais, pela empresa B. Em relação à Empresa A, o professor H justificou sua escolha a partir da análise de que ela possuía a maior média e citou o fato de que a mediana e a moda serem diferentes implica em uma variação maior dos salários entre os meses (Figura 2).

Escolheria a empresa A por conta da média.
Apesar da empresa A ter mediana e moda diferentes da média, dando a entender que há uma variação maior entre os meses, no final teríamos um valor médio maior entre as outras empresas.

Figura 2. Resolução do Professor H da questão proposta
Fonte: acervo pessoal

O professor apontou como variação salarial entre os meses, o que nos indica que ele se equivocou ao analisar a situação por variação salarial em relação ao tempo, não em relação

ao quadro de funcionários. Apesar desse equívoco, é possível perceber que o referido participante reconhece que a média é afetada por valores extremos, conforme propriedade apontada por Strauss e Bichler (1988), uma vez que o termo *variação maior* utilizado pelo participante poderia ser substituído, sem prejuízo de sentido, por *amplitude maior de valores entre os dados*. Entretanto, nota-se que o professor atribui maior relevância à média frente às outras medidas, uma vez que ele se baseou apenas nesse aspecto para optar pela companhia A.

Quanto à empresa B, de modo geral, as justificativas se basearam apenas no fato de que ela apresentava os maiores valores de mediana e moda (Figura 3). Um dos professores não justificou sua escolha. Observou-se, ainda, que alguns dos professores tomaram por base o fato de que as medidas dessa empresa se encontram próximas entre si.

A rectangular box containing handwritten text in Portuguese. The text reads: "a moda e a mediana garantem que eu tenha melhor salário". The handwriting is in cursive and appears to be written on a piece of paper.

Figura 3. Resolução do Professor G da questão proposta
Fonte: acervo pessoal

Importante ressaltar que quatro professores justificaram sua escolha pela empresa B tão somente por esta possuir o maior valor modal. Percebe-se que estes professores têm a concepção bem consolidada de que a moda se refere aos valores que aparecem mais vezes na sequência. Entretanto, eles não se atentaram ao fato de que isso, dependendo do contexto, poderia significar apenas dois valores dentre uma quantidade enorme de elementos que não se repetem em uma sequência. Haja vista que esses professores não perceberam a importância das demais medidas no contexto apresentado e nem realizaram uma análise entre elas, é possível inferir que a limitação acerca do Conhecimento Comum desse conteúdo limitasse igualmente os Conhecimentos Especializados do Conteúdo. Isso, em um contexto de prática de ensino, resultaria, de acordo com os estudos de Batanero, Díaz, Contreras e Roa (2013), em um ensino sem sentido, pois se os professores não abordam conceitos importantes a serem discutidos com os alunos, estes muito provavelmente se formam desconhecendo tais características.

Em relação a outras respostas apontadas, o professor D apresentou algumas justificativas de conhecimentos básicos da relação entre as medidas, porém não houve um aprofundamento

nas relações delas entre si. Salienta-se que ele foi o participante que mais se aproximou do nosso objetivo inicial ao relacionar as três medidas. O participante, inclusive, comenta uma característica importante quanto ao conceito de média. Esta se refere a uma das propriedades apontadas por Batanero (2000), com base em estudos de Strauss e Bichler (1988), na qual a média é influenciada por todos os valores do conjunto analisado (Figura 4). Isso sugere que esse docente detém alguns conhecimentos mais amplos acerca dos conteúdos quando comparado aos demais participantes.

Empresaria B. ① Nesta tabela a média não é muito importante ~~cozinha~~, ~~por exemplo~~, pois se for uma empresa com 10 funcionários o diretor poderia receber 5500 e os demais 500. Assim, ~~mostrando~~ iludindo o candidato ~~x~~ Um valor muito alto em um conjunto de valores baixos desqualifica a média.

② A mediana sendo próxima da média indica que existe um equilíbrio entre os salários.

③ A moda próxima da média indica que esta é uma empresa democrática onde seus funcionários recebem salários próximos;

Figura 4. Resolução do Professor D da questão proposta
Fonte: acervo pessoal

Todavia, é importante ressaltar alguns pontos importantes que precisam ser revistos, por exemplo, se considerarmos a palavra equilíbrio, apresentada na justificativa do professor – a mediana sendo próxima da média indica que existe um equilíbrio entre os salários – se referindo à ideia de salários com valores próximos entre si. Ele não se atentou ao fato de que, mesmo que a média e a mediana sejam idênticas, os valores de cada um dos elementos podem estar bem dispersos dentro do conjunto de dados. Ou, caso consideremos esse mesmo termo equilíbrio em relação à ideia de que os salários mais baixos compensam os mais altos, não faria sentido a explicação dada em relação à moda: os funcionários recebem salários próximos.

Nesta questão, por se tratar de uma situação que envolvia um contexto prático, os professores poderiam ter discutido e justificado suas escolhas apoiados nas medidas de tendência central e em uma análise da capacitação profissional da pessoa que está à procura do emprego. Por exemplo, na Empresa A, o fato de a média ser de grandeza maior do que as demais medidas

nos possibilita inferir que nela há algum ou alguns salários altos que influenciam em seu valor e a elevam. Contudo, 50% dos funcionários recebem R\$ 1.600,00 ou menos. Essa situação seria interessante para aquele profissional à procura de um emprego que se considera muito bem qualificado para as funções e que deseja ter uma maior projeção de salários em sua carreira. Em contrapartida, se o profissional não julgar que suas competências profissionais são as mais adequadas, com uma maior chance de garantir um melhor salário, optaria pela Empresa B, pois metade dos empregados recebem R\$ 1.900 reais ou menos. Além disso, o fato da média e da moda serem próximas da mediana na Empresa B, quando em comparação com a Empresa A, sugere-nos que, provavelmente, naquela empresa os salários são mais próximos entre si.

Considerações finais

Os resultados apresentados indicam que o grupo de professores, de modo geral, domina os Conhecimentos Comuns do Conteúdo, na perspectiva de Ball, Thames e Phelps(2008). Entretanto, percebemos que alguns conhecimentos necessitariam ser ampliados entre os docentes. Isso ficou bem evidenciado quando os professores não apresentaram argumentações que levassem em conta a relação entre as medidas para a tomada de decisão na situação-problema proposta. A maioria deles tomou a decisão apoiando-se na análise dos valores das medidas de forma isolada e, mesmo aqueles que tentaram relacionar os valores de tendência central entre si, não consideraram um espectro mais amplo. Não foi observado entre os participantes haver comparação entre o conjunto de medidas das três situações contidas na questão. Apesar de nem um dos professores ter considerado outro aspecto como, por exemplo, a qualificação profissional da pessoa que estivesse à procura de emprego, acreditamos que, em um contexto de sala de aula, essa estratégia seria interessante para aproximar a problemática proposta a uma situação mais prática, o que poderia favorecer os processos de ensino e de aprendizagem dessa temática.

Por fim, ressaltamos que os resultados apontados foram obtidos no início do nosso estudo. Entretanto, ao final do processo formativo, já se observava uma superação, por parte dos professores, de algumas das limitações aqui identificadas.

Referências bibliográficas

Ball, D. L.; Thames, M. H.; Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, Pennsylvania, v. 59, n. 5, p. 389-407, Nov./Dec. DOI: 10.1177/0022487108324554.

Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de posición central. Uno. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 25, 41-58.

Batanero, C.; Díaz, C.; Contreras, J. M. y Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. Números. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 83, 7-18.

Brasil. (2006). *Orientações curriculares para o ensino médio. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília: Ministério da Educação.

Brasil. (1998). *Parâmetros curriculares nacionais (5ª a 8ª séries). Matemática*. Brasília: Ministério da Educação.

Carvalho, J.I.F. (2011) *Média aritmética nos livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental*. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

São Paulo. (2012). *Relatório do sistema de avaliação do rendimento escolar do estado de São Paulo*. São Paulo: Secretaria da Educação do Estado.

Stella, C. A. (2004, Julho). *O conceito de média. Problemas de construção x problemas tradicionais*. Comunicação apresentada no VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife.

Strauss, S. y Bichler, E. (1988). The development of children's concepts of the arithmetic average. *Journal for Research in Mathematics Education*, 64-80.