

¿Cuál es la superficie terrestre que vio Felix Baumgartner en el momento del salto?

por

FERNANDO VALERA GIL

(IES Gúdar Javalambre, Mora de Rubielos)

La distribución temporal de la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 4.º de ESO que he seguido durante dos años es impartir los bloques de estadística y probabilidad y el bloque de funciones en el primer trimestre, la geometría en el segundo y dejar el álgebra para el final. Así, en mi experiencia de años anteriores, los alumnos superan la materia en el primer trimestre y en el segundo y tercero es cuando empiezan a encontrar dificultades.

Para mi sorpresa, una vez acabó el primer trimestre, los resultados fueron muy negativos, 10 de los 21 alumnos no habían logrado superar la primera evaluación, con lo que me planteé tratar el primer tema de geometría, semejanza, con un enfoque diferente para tratar de motivar al alumnado.

Organización de la actividad

Al tener 21 alumnos formé grupos de 3 de manera que resultaran lo más homogéneos posibles y les indiqué que tendrían 6 sesiones para la realización del trabajo que íbamos a proponer. Durante estas sesiones los alumnos tenían sus propios libros, además de 3 o 4 libros de otras editoriales y acceso en todo momento a consultar en Internet lo que necesitaran. Las 4 primeras sesiones las desarrollamos en el aula habitual, mientras que las dos últimas las hicimos en el aula de informática ya que a la mayoría de grupos tan solo les quedaba dar formato al trabajo.

Contenido del trabajo

Para captar la atención de los alumnos les pregunté quién era la persona más valiente del mundo. Cada uno dio su opinión personal para posteriormente explicarles que, para una persona con miedo a las alturas, era Felix Baumgartner. Posteriormente les mostré el vídeo que muestra que este señor en el año 2012 saltó desde 39 068 m de altura. Les paré el vídeo en la imagen que se ve en la figura 1, y formulé la pregunta:

¿Cuál es la superficie terrestre que vio Felix Baumgartner en el momento del salto?



Figura 1

Proceso

A continuación detallaré los pasos que siguieron para contestar a la pregunta y las dificultades que fuimos encontrando:

- Búsqueda de datos: radio de la Tierra y altura desde la que salta Felix. Aunque estos dos son los necesarios, los alumnos por desconocimiento de la resolución del problema, buscan alguno más, como por ejemplo, la velocidad de caída. Además encontraron que el récord de salto libre de mayor altura se lo habían arrebatado años después, detalle a tener en cuenta para volver a realizar el trabajo. También hubo que decidir qué radio de la Tierra utilizaban, el medio, el ecuatorial o el polar.
- Identificación del casquete esférico como área a calcular, búsqueda de dicha fórmula y primer esbozo del dibujo del problema. Tuvieron bastantes problemas a la hora de ver que el radio del casquete esférico es diferente al radio de la Tierra y que en la fórmula de la superficie, el que interviene es el primero. También tuvimos que decidir que trataríamos a la Tierra como una esfera perfecta para poder aplicar dichas fórmulas.

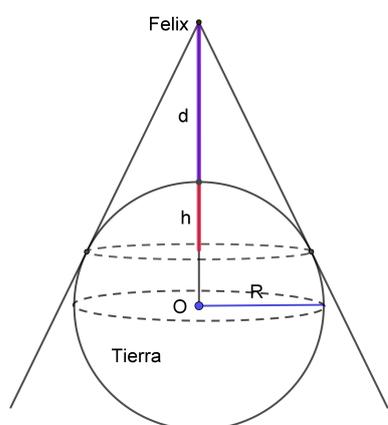


Figura 2

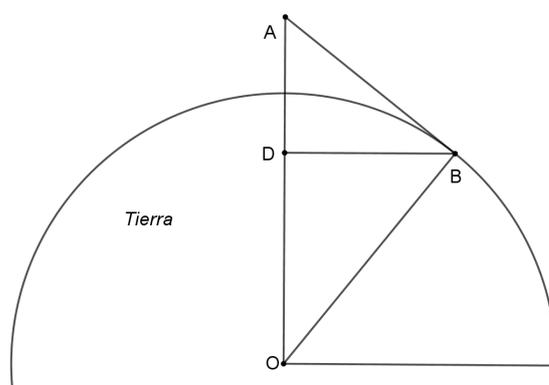


Figura 3

- Búsqueda y comprensión de la teoría necesaria para hacer este trabajo: teorema de Pitágoras, teorema de Tales, criterios de semejanza de triángulos, teorema del cateto y teorema de la altura. Este último no se utiliza, pero lo trabajaron la mayoría de grupos. Aquí se produjo el gran problema del trabajo ya que todos los grupos necesitaron ayuda para darse cuenta de que la visual de Felix era una recta tangente a la esfera y formaba un ángulo de 90° con el radio en el punto de tangencia (B).
- Relación del problema con el triángulo que se plantea en el teorema del cateto. También tuvieron dificultades aquí ya que les costó ver las similitudes de ambos triángulos. Además, en el teorema del cateto utilizan la letra h para la altura trazada sobre la hipotenusa y ellos ya la habían empleado en la altura del casquete esférico por lo que les hice cambiar esta última por una x .

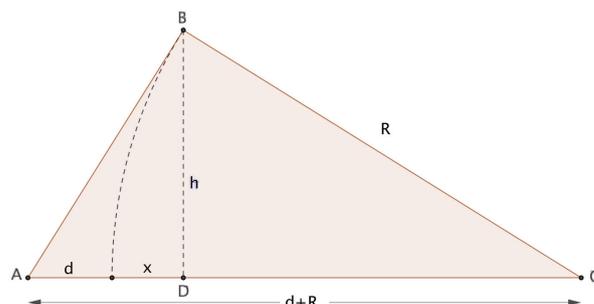
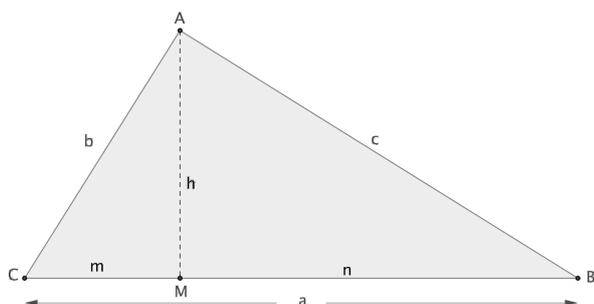


Figura 4

— Aplicación del teorema del cateto para averiguar x y aplicación de la fórmula de la superficie del casquete esférico para dar la solución del problema. Aquí hubo diferentes dificultades: algunos trabajaron el problema en metros y la solución les daba con errores considerables y otros se equivocaban al trasladar los datos y se dejaban algún número o colocaban la coma decimal en un lugar incorrecto.

- a) En $\triangle ABC$: $a^2 + b^2 = c^2$
- b) En $\triangle MAC$: $m^2 + h^2 = b^2$
- c) En $\triangle MBA$: $h^2 + n^2 = c^2$
- d) En $\triangle ABC$ por el teorema de la altura: $h^2 = m \cdot n$
- e) En $\triangle ABC$ por el teorema del cateto: $c^2 = a \cdot n$
- f) En $\triangle ABC$ por el teorema del cateto: $b^2 = a \cdot m$
- g) $a = m + n$
- h) $R = c = 6\,371$ km
- i) $a = R + d = 6\,371 + 39,068 = 6\,410,068$ km
- j) $n = R - x$
- k) $m = d + x$

$$\text{Aplicando e) } c^2 = a \cdot n \Rightarrow 6\,371^2 = 6\,410,068 \cdot n \Rightarrow n = \frac{6\,371^2}{6\,410,068} = 6\,332,170\hat{1} \text{ km}$$

$$\text{Aplicando j) } n = R - x \Rightarrow x = R - n = 6\,371 - 6\,332,170\hat{1} \Rightarrow \boxed{x = 38,829\hat{8} \text{ km}}$$

El último paso que nos quedaría por hacer es calcular el área:

$$A = 2\pi \cdot R \cdot h = 2\pi \cdot 6\,371 \cdot 38,829\hat{8} = \boxed{1\,554\,367,191 \text{ km}^2}$$

— Elaboración del trabajo: más o menos en 4 sesiones habían llegado, con algunas indicaciones, a la solución correcta. Ya solo les faltaba redactarlo detallando todos los pasos y realizando los dibujos correspondientes. Desde el primer momento cuando les planteé que podían hacerlo todo a ordenador me dijeron que eso era imposible, así que durante esa semana y media yo hice el mismo trabajo que ellos utilizando LaTeX (editor de textos científicos) y GeoGebra para las representaciones gráficas. Creo que el que yo estuviera haciendo el mismo trabajo que ellos les motivó para presentar todo el trabajo digitalmente: cuatro grupos presentaron los trabajos con documento de texto (utilizando el editor de ecuaciones) y dibujos con GeoGebra, dos grupos hicieron el texto en formato digital y los dibujos manualmente y solo un grupo presentó todo el trabajo hecho a mano. Incluso un grupo se aventuró a probar cómo se utilizaba la edición de LaTeX online pero les sobrepasó porque no sabían insertar imágenes y lo hicieron en un documento de texto normal.

Evaluación del tema de semejanza

Para la evaluación de esta unidad didáctica le otorgué un 60% de la nota al trabajo y un 40% a un examen que realizaron. A los alumnos se les señaló la fecha límite de entrega del trabajo y unas pequeñas indicaciones que se tendrían en cuenta al inicio del mismo:

Aspectos a evaluar: el trabajo deberá entregarse en hojas tamaño DIN-A4 escritos únicamente por una cara, con una portada y con páginas numeradas. Para tener una evaluación favorable tendréis que tener en cuenta la presentación, caligrafía, faltas de ortografía, calidad de los dibujos, utilización de herramientas tecnológicas a la hora de presentar parte o la totalidad del trabajo, participación activa de los tres miembros del grupo y sobretodo dos aspectos fundamentales, resolver el problema de forma adecuada y explicar paso a paso qué herramientas (teoremas y enunciados matemáticos) vais a utilizar y en qué consisten las mismas; por último nombrar las fuentes de donde habéis obtenido la información que os ha ayudado a la realización de este trabajo.

Por ejemplo: si utilizarais el teorema de Pitágoras tendríais que enunciarlo y dar una explicación de dónde y por qué se cumple dicha fórmula.

Como era la primera vez que realizaba esta actividad me planteé diferentes formas de evaluar el trabajo, ya que si hablamos de aprendizaje basado en problemas la autoevaluación y la coevaluación están muy presentes.

En mi caso, no me dio tiempo a preparar unas rúbricas para que se evaluaran ellos y a sus compañeros, así que les envié por correo la rúbrica que yo iba a utilizar para su evaluación diciéndoles que ellos podían enviarme sugerencias de criterios que debería evaluar en sus trabajos. Esta decisión fue todo un acierto porque todos los grupos participaron en mayor o menor medida en la confección de la rúbrica final que detallo a continuación.

Los trabajos fueron aprobados con unas notas en un rango de 6,5 hasta 8,25.

CRITERIO	4	3	2	1
1 Presentación general del trabajo: Portada, numeración, calidad de los dibujos y orden lógico en el trabajo	El trabajo es presentado de forma clara y organizada, siendo fácil de leer y con todos los requisitos	El trabajo es presentado de forma clara y organizada y la mayoría de los requisitos	El trabajo es presentado de forma poco clara o poco organizada siendo difícil de leer y pocos requisitos	El trabajo no está presentado de forma clara ni organizada y le faltan requisitos
2 Introducción y explicación del problema	Existe una introducción que sitúe al lector ante el problema y una explicación clara de cómo empezar el trabajo	Existe una explicación clara de cómo empezar el trabajo	Existe una explicación simple de cómo empezar el trabajo	No existe ni introducción y la explicación inicial es confusa
3 Representaciones gráficas	Son claras, completas y ayudan a la explicación del trabajo y están realizadas con Geogebra	Son claras, completas y ayudan a la explicación del trabajo	Son claras, pero no están completas	No son claras ni están completas
4 Conceptos matemáticos	Enuncia y demuestra todos los teoremas necesarios para el trabajo	Enuncia todos los teoremas necesarios para el trabajo	Enuncia la mayoría de teoremas necesarios para el trabajo	Enuncia la mayoría de teoremas pero con alguna errata a la hora de enunciarlo
5 Cálculos matemáticos	Todos los cálculos del trabajo son correctos	Solo se cometen errores de aproximación o errores poco trascendentes	Se comete un error grave de cálculo	Se cometen varios errores graves de cálculo
6 Faltas de ortografía	No existen faltas de ortografía	Existen algunas falta de ortografía en acentos	Existen de 1 a 3 faltas de ortografía	Existen más de 3 faltas de ortografía
7 Resultado final	Es el correcto y viene expresado en km^2	Es aproximadamente correcto o viene expresado en m^2	Es aproximadamente correcto y viene expresado en m^2	No es correcto
8 Explicaciones matemáticas	Se detallan en todo momento los pasos a seguir en el problema	Se detallan en la mayoría del trabajo los pasos a seguir en el problema	Se detallan pocas veces los pasos a seguir en el problema	No se detallan los pasos a seguir en el problema
9 Conclusión y final del trabajo	Existe un conclusión final del trabajo y una bibliografía	Existe una conclusión o una bibliografía	Se detalla mediante una frase el resultado final del trabajo	El final del trabajo es el resultado sin ningún tipo de explicación
10 Competencia digital	Se presenta todo el trabajo (explicaciones y gráficas) a ordenador	Se presenta el trabajo a ordenador, y los dibujos a mano	Se presenta el trabajo a mano pero con una buena presentación	Se presenta el trabajo a mano pero con mala presentación

Tabla 1. Rúbrica para la evaluación del trabajo de semejanza

Valoración del trabajo

En cuanto a mi valoración personal como docente, estoy satisfecho con el trabajo realizado de los alumnos y con el producto final que se ha obtenido en forma de trabajo de investigación. Aunque este tipo de metodologías tienen que llevar un trabajo previo muy concienzudo, yo lo he ido haciendo durante el tiempo que ellos realizaban la actividad, por lo tanto ha habido ciertos momentos en los que los alumnos no tenían muy claro qué debían hacer y se han sentido demasiado solos en el proceso de aprendizaje.

Pese a que los alumnos trabajaron mucho en casa para finalizar el trabajo antes del plazo de entrega, las notas de los exámenes posteriores no fueron las deseadas.

Una vez acabado el trabajo les pedí a los alumnos que hicieran una valoración personal de este tipo de metodología y sus opiniones han sido muy diversas:

No sabía lo que tenía que hacer ni por dónde empezar.

Al no saber cómo se tiene que hacer ni qué teoremas debíamos utilizar estábamos un poco perdidos.

Al llegar dos o tres días tarde no entré con buen pie en el trabajo y el tener que seguir el ritmo de mi grupo ha sido estresante.

No entendía nada de lo que debía poner en él, ni mucho menos he tenido suficiente tiempo para documentarme.

Pienso que hubiese aprendido mucho más dando el tema como se hace habitualmente.

Plantea un reto y al principio es un poco frustrante pero después te supone una gran satisfacción terminarlo.

Cuando se acababan las clases nos íbamos a casa pensando en cómo podríamos resolver algo en donde nos habíamos quedado estancados.

Es una forma nueva de aprender por nosotros mismos, yo creo que es una forma de incentivar nuestra curiosidad por solucionar y aprender.

Era muy estresante el ver que llegabas a un paso y no poder seguir pero cuando llevabas un rato investigando y conseguías avanzar eran ganas y alegría para seguir con el trabajo.

Posibles mejoras del trabajo

Para el año próximo pienso incluir varias modificaciones:

- Los alumnos dispondrán de la rúbrica de evaluación del trabajo desde el primer momento para que sepan qué es lo que se les va a evaluar en todo momento.
- Se les indicará un listado de 10 o 12 enlaces de Internet donde puedan consultar todo lo que necesitan, ya que cuando les dejas buscar información por Internet pierden demasiado el tiempo porque no tienen muy claro de dónde obtener la información que necesitan y qué páginas son fuentes fiables.
- La pregunta del trabajo será qué porcentaje de la Tierra ve Felix, así, una vez sacada la superficie terrestre que ve en el momento del salto, tendrán que compararla con la superficie de la Tierra. También una pregunta que haga referencia a Alan Eustace, que es el que tiene a día de hoy el récord de salto libre de mayor altura.
- Realizarán una evaluación de sus compañeros de grupo mediante un formulario de Google que contará un 10%. El resto será un 50% la nota de trabajo y 40% la nota del examen.