El día que Lewis Carroll (¡y otros!) visitó el MMACA

por

Guido Ramellini

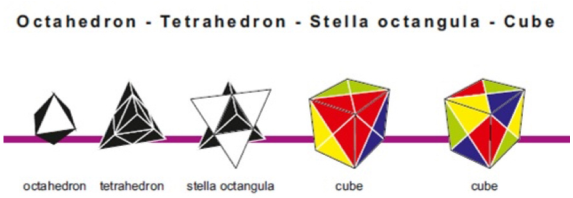
(Museu de Matemàtiques de Catalunya)

—Mr. Charles Dodgson, I presume.

—No, estoy aquí como Lewis Carroll, acompañando a Alicia en esta experiencia que espero pueda ser maravillosa. [1]

—¿Me permite que le muestre un módulo que le puede interesar?

—Con mucho gusto.



—Es este.

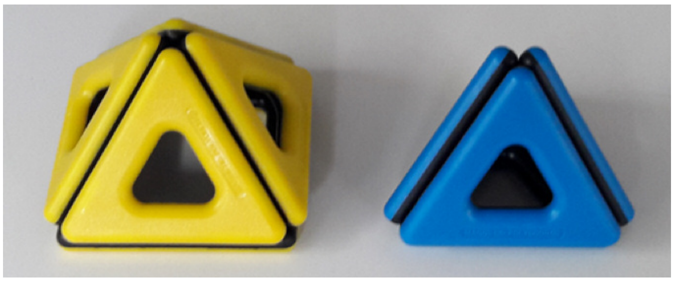
Como puede ver, solo pedimos a los usuarios que monten las figuras que aparecen en esta secuencia.

Habrá notado que he utilizado la palabra *usuario* porque no nos gusta llamarlos *visitantes*; no queremos a gente de paso, sino a amigos que se apropien del sitio y la experiencia.

Volviendo al módulo, delante de este, a veces llevamos a los usuarios más interesados a reflexionar sobre las características de las piezas, improvisando un breve taller.

—Me parece muy interesante, pero ¿qué tiene que ver esto conmigo?

—¿Se acuerda usted de su Pillow Problem, #49 (Carroll, 2015: 42)?



Si hacemos que cuatro triángulos equiláteros sean las caras de una pirámide de base cuadrada, hallad la relación que guarda su volumen con el del tetraedro formado por los mismos cuatro triángulos.

Antes de pasar al cálculo, proponemos a nuestros usuarios que se atrevan a conjeturar y usen su intuición para avanzar posibles soluciones.

Si tenemos el material a disposición, les dejamos que construyan sus modelos.

$$\frac{V_{pir}}{V_{tetra}} = \sqrt{2};\quad 1{,}5;\quad \sqrt{2};\quad \frac{\pi}{2};\quad 2;\quad \sqrt{6}.$$

Parece bastante evidente que:

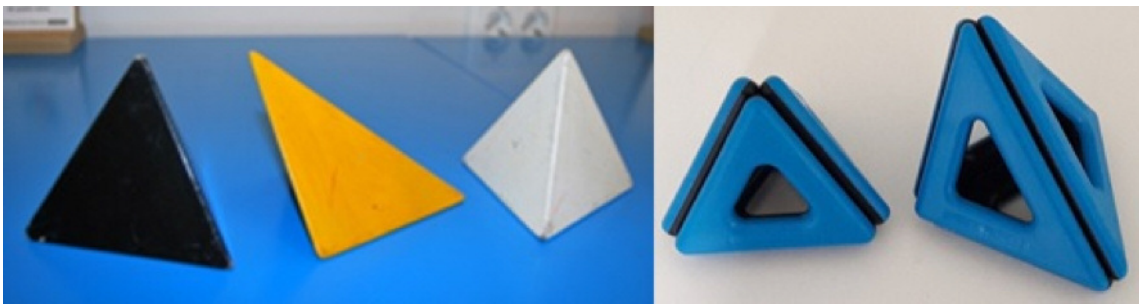
— El tetraedro es más alto que la pirámide cuadrangular, pero esta tiene más superficie de base.
— Finalmente, la pirámide cuadrangular tiene más volumen.

A veces les ofrecemos unas alternativas para ayudarlos.

En este caso, podríamos dejarlos escoger entre estos valores:

Lógicamente, con un poco de paciencia y unos instrumentos básicos de matemáticas (poco más que el teorema de Pitágoras), se puede llegar fácilmente al resultado, que seguirá pareciéndonos sorprendente.

Pero usted nos propone resolverlo con la cabeza recostada sobre una almohada, o sea, sin construir, dibujar, escribir, calcular, desarrollar, simplificar, etc.



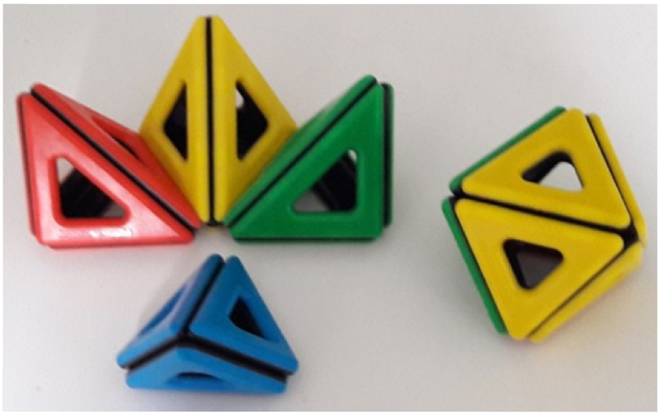
Así que me pregunté: ¿No habrá otro camino?

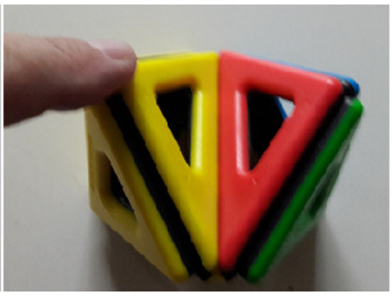
Dejé mi almohada y, para visualizar el problema, me puse a construir los sólidos con el Polydron© Magnètico[2]. Es un material que usamos en nuestras exposiciones y talleres.

Enseguida me vino la idea de considerar la pirámide como medio octaedro.

El paso siguiente fue recordar este material que tenemos delante, en el que hay un octaedro y tetraedros regulares e irregulares, que tienen el mismo volumen, ya que tienen la misma base (uno de los triángulos) e igual altura.

Con cuatro de los tetraedros irregulares es muy fácil construir un octaedro




Y ya lo tenemos:

Si $V_{oct} = 4 \cdot V_{tetra} \quad \Rightarrow \quad V_{pir} = 2 \cdot V_{tetra}$

Pregunté a Carroll:

—¿Hay algo de esto en su *visión desde la almohada*?

—Si te contestara habría escogido Bertrand Russell y no Lewis Carroll como pseudónimo, ¿no te parece?

Mientras tanto, Alicia seguía jugando con el material.

Detrás de ella, una mano muy elegante colocó un dedo sobre un vértice de la figura que Alicia estaba formando con dos tetraedros irregulares. Un poco de presión y la pirámide se formó.

—Pero entonces no es necesario pasar por el octaedro…

—¡Elemental, querido Watson!

—No es necesario, pero es conveniente —intervino Pascal.

1 No hace mucho que, leyendo en Spokes un artículo muy interesante (Viladot, Stengles y Fernández, 2015), sobre la tendencia de los Museos de Ciencia y de la divulgación en general de ofrecer actividades *divertidas*, reflexionaba sobre el riesgo de que Wonderland (el País de las Maravillas de Alicia) se transformara en el Paese dei Balocchi (el País de los Juegos de Pinocho).

2 Hemos construido un kit MMACA del Polydron©, que vendemos en nuestra tienda con una guía de actividades que se pueden hacer (Pág. 26 de nuestro catálogo: <https://mmaca.cat/botiga/>).

3 Para los que son tan perezosos que ni consultan la Wikipedia:

TETRAEDRO:

$$a=\sqrt{l^2-\left(\frac{1}{2}l\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}l \qquad h=\sqrt{l^2-\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}l\right)^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}l \qquad A=\frac{1}{2}l\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}l=\frac{\sqrt{3}}{4}l^2 \qquad V=\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}l^2\cdot\frac{\sqrt{6}}{3}l=\boxed{\frac{\sqrt{2}}{12}l^3}$$

PIRÁMIDE:

$$a=\frac{\sqrt{3}}{2}l \qquad h=\frac{\sqrt{2}}{2}l \qquad A=l^2 \qquad V=\frac{1}{3}\cdot l^2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}l=\boxed{\frac{\sqrt{2}}{6}l^3}$$