Análisis del tercer problema de la Olimpiada: *Las partidas de dardos*

por

PABLO BELTRÁN-PELLICER

(IES Valdespartera y Universidad de Zaragoza)

Dedicamos este artículo a analizar las respuestas de los participantes de la fase semifinal de la XXVIII Olimpiada Matemática de 2.º ESO en Aragón al tercer problema. Se trata del siguiente enunciado:

> Tres amigos se reúnen para jugar unas partidas de dardos. Acuerdan jugar dos cada vez y el que pierde descansa, entrando el otro en su lugar. Al final de la tarde Ana jugó 10 partidas, José 15 y Marta 17. ¿Quién perdió la segunda partida?

Cuando lo saqué a relucir en el aula, a la semana siguiente de la olimpiada, fui leyendo el problema a la vez que me fijaba en las caras de mis alumnos. Y es algo que hice tanto en mi grupo de 1.º de ESO como en el grupo de 2.º de Bachillerato. Pues bien, lo más usual era ver caras de extrañeza al plantear la pregunta final. Por inesperada, tal vez. Nos referiremos a esta anécdota más adelante. Por el momento comentemos la solución.

Es importante calcular, en primer lugar, cuántas partidas se han jugado. Es una información que no se proporciona de manera directa en el enunciado y que resulta vital para dar respuesta al problema. Como están jugando a entradas y salidas, en cada partida juegan dos y uno gana, no existiendo el empate. Por lo tanto, se juegan:

$$\frac{10+15+17}{2}=\frac{42}{2}=21 \text{ partidas.}$$

La que menos partidas juega es Ana, 10 partidas, por lo que como mínimo todos juegan ese número de partidas. Si Ana hubiese jugado la primera partida, quedando 20, jugaría por lo menos la mitad (10 de esas 20), lo cual es imposible porque entonces, sumando la primera, serían 11. Por lo tanto, Ana ha empezado jugando la segunda partida, y perdiendo esa y todas las pares, pues es la única manera de jugar solo 10 partidas. Por lo tanto, la solución es que Ana es la que pierde la segunda partida.

Resoluciones correctas

Si bien en todos los problemas de las olimpiadas se exige razonar la solución, puesto que de lo que se trata es de argumentar el razonamiento, en este que nos ocupa es esencial, porque solo hay tres opciones. O pierde la segunda partida Ana, o la pierde Marta, o la pierde José. En el argumento era necesario reflejar lo que hemos mencionado antes: que Ana pierde todas las partidas y que empieza en la segunda, porque al ser 21 partidas, ha de jugar una de cada dos, siendo la única forma de jugar sus 10 partidas.

De los 897 participantes, 36 (que representan un 3,57 %) fueron capaces de dar con la respuesta correcta y razonarla. En la figura 1 se observan dos ejemplos en los que se aprecian los elementos mencionados. Por otra parte, en la figura 2, vemos una resolución, también correcta, pero que además incluye una lista de las partidas para apoyar su argumento. Aunque no es necesaria dicha lista, se trata de una técnica de resolución de problemas y es interesante señalar alguna característica de esta que resulta indicativa de una adecuada actitud matemática, como la elección de una notación adecuada. Utiliza la letra «J» para denotar a José, «M» para Marta y «A» para Ana, siendo «JM» una partida en la que juegan José contra Marta. En aquellas partidas donde se desconoce uno de los contrincantes, emplea la letra «x». De esta manera, «Ax» es una partida en la que juega Ana contra José o contra Marta. Seis de los 36 participantes que dieron la respuesta correcta hicieron uso de una lista de este tipo, bien como herramienta o técnica para ganar comprensión, bien como apoyo para el argumento.

Respuesta razonada

(15+10+17)

Ana fue la segunda en jugar ya que sumando todas las partidas (42) y dievidiendolas entre 2, saldría 21. Teniendo en cuenta que pierde todas Ana, jugaría la mitad de las partidas menos 1 que es la primera.

21 − 1 = 20 → −1 = primera partida

20 ÷ 2 = 10 → ÷2 = ya que pierde todas, jugaría 1 de cada dos partidas.

Respuesta razonada

10 + 15 + 17 = 42   42 ÷ 2 = 21 partidas totales

2 → cada partida se juega entre 2 personas

Para que Ana juegue 10 partidas, José 15 y Marta 17, tienen que pasar estos enfrentamientos:

- 4 Ana vs José
- 6 Ana vs Marta
- 11 José vs Marta

Si se juegan 21 partidas y Ana juega 10, ella tiene que jugar todas las partidas pares (2,4,6,8, etc.) y debe de perder todas para no exceder el número de 10 partidas que ha jugado.

Por lo tanto, la 2ª partida la pierde Ana.

(Ya que 2 es par, es decir, ella juega esa partida y la pierde porque para sólo haber jugado 10 partidas debe de haber (~~jugado~~) perdido todas las jugadas).

Figura 1. Ejemplos de resoluciones correctas y argumentadas

Respuesta razonada

Ana.

Porque al jugar solamente 10 partidas es la única solución porque si hubiera jugado al principio habría jugado más partidas y además Ana perdió todas las partidas que jugó. ~~porque~~

x = José o Marta   Cada JM o Ax es una partida y ~~juega~~ jugaron 21 partidas.

J = José

M = Marta

A = Ana

JM, Ax, JM, Ax, JM, Ax, JM, Ax, JM, Ax,
JM, Ax, JM, Ax, JM, Ax, JM, Ax, JM,
Ax, JM.

Si hubieramos empezado jugando Ana ella habría jugado más de diez partidas. Así que es seguro que Ana perdió la segunda partida.

Figura 2. Ejemplo de resolución correcta que se apoya en una lista para ilustrar su argumentación

Resoluciones incorrectas o incompletamente argumentadas

Ha habido un elevado porcentaje (37,68 %) de resoluciones en blanco o sin argumentos de ningún tipo. En este último caso se engloban las de aquellos participantes que simplemente dicen que «la solución es Ana», «la solución es Marta» o «la solución es José» y la de aquellos que ofrecen un argumento, como «Ana es la que pierde la segunda partida porque José y Marta juegan la primera». Incluso, hay quien aventura un osado «nadie perdió la segunda partida, quedan los tres empatados».

Es destacable el hecho de que 57 participantes (6,35 % del total) indican que el problema no tiene solución, seguramente pensando, igual de sorprendidos que los protagonistas de la anécdota del principio, con la pregunta del problema. Así, se ha podido leer «la pudo perder cualquiera de los tres» o «es imposible de saber». Hay 37 participantes (4,12 %) que abordan el problema en términos probabilísticos, mencionando que es más probable que pierda Ana la segunda partida porque es la que más pierde (figura 3). Por otra parte, la intersección de estos dos últimos grupos no es el conjunto vacío, ya que hay cinco participantes que indican que es imposible de resolver, pero, caso de tener que dar una respuesta, por probabilidad, dirían que Ana. Por ejemplo, un participante señala que, en principio, no se puede averiguar porque se desconoce quién es el que ha empezado y luego lo tacha. Entonces escribe que sí que puede averiguarse, pero «para ello debemos hacer muchas probabilidades y debido a la escasez de tiempo no sé cómo resolverlo rápidamente». En relación con esto, hay también otros participantes que señalan que la respuesta es Ana, porque «Ana ha perdido porque tiene menos partidas jugadas», pero no mencionan que se trate de algo aleatorio, siendo posible que lo hayan reducido a una comparación de fracciones.

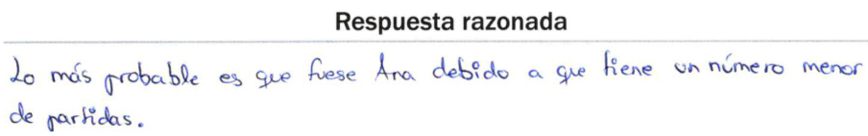

Figura 3. Argumento erróneo, en términos probabilísticos

Decíamos que es importante saber que se han jugado 21 partidas. No era algo trivial, puesto que 78 participantes (8,70 %) calculan que son 42 las partidas que se han jugado, haciendo directamente la suma, sin tener en cuenta que las partidas son jugadas por dos jugadores. Sin embargo, hay otros 14 participantes (1,6 %) que escriben que se juegan 14, 17, 18, 22, 23, 25, 27, 28, 40, 52 u 84 partidas. La mayoría de estos números responde a una operación concreta que aparece de forma explícita. Así, el 14 se obtiene de dividir la suma de las partidas que juega cada uno (42) entre tres.

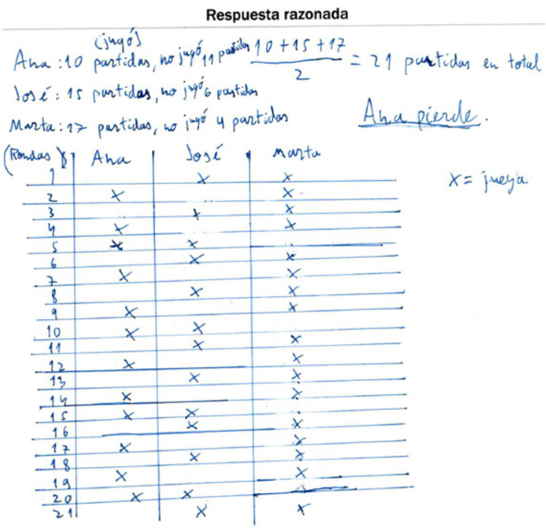

Figura 4. Respuesta parcial, que incluye la elaboración de una lista

Hemos mencionado que, entre los que resuelven correctamente el problema, hay 71 participantes (7,92 %) que emplean una lista, pero que no consiguen explotarla. Por ejemplo, la figura 4 muestra una resolución incompleta, que muestra una lista en forma de tabla, pero no argumenta nada a partir de ella. Esto es llamativo, porque recordemos que solamente han sido seis los participantes que han usado una lista y han aportado una resolución correcta. Además, en esta misma línea, hay otros 16 participantes (1,78 %) que utilizan un esquema o un diagrama y tampoco llegan a argumentar correctamente su respuesta.

Por último, nos encontramos con argumentos de lo más dispares, entre los que, quizá, podríamos destacar aquellos que ven el problema como una situación de proporcionalidad, calculando la fracción, a veces expresada como porcentaje, de partidas que juega cada uno. ¿Es posible que la estructura del enunciado les recuerde a un problema de repartos? Este error aparece en ocasiones combinado con otro, como partir de un número incorrecto de partidas (figura 5).

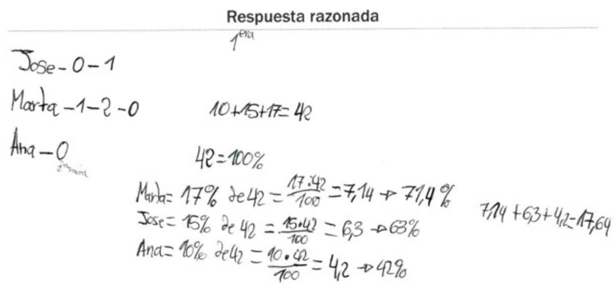

Figura 5. Resolución incorrecta que combina un error en el número de partidas y una comparación de porcentajes

No han faltado intentos de resolución que pueden resultar curiosos, como «el segundo en perder fue José, porque es el segundo que más ha jugado». Igualmente, se han detectado unos pocos intentos con ecuaciones, quizá pensando en que el álgebra todo lo puede (aunque nos quedaremos con las ganas de poder saber el motivo de emplear esa estrategia) y algunas tentativas con el máximo común divisor.

Conclusiones

En la corrección de estas pruebas es usual encontrar un gran número de respuestas en blanco, y otro tanto de planteamientos infructuosos. Las causas de este fenómeno pueden buscarse tanto en el no haber comprendido del todo el enunciado del problema como en carecer de estrategias y técnicas de resolución de problemas. Lo preocupante no es la escasa cantidad de participantes que llega a la solución correcta, razonándola convenientemente (no en vano, estamos en una competición y los problemas no son fáciles), sino esa abundancia de hojas vacías o sin ningún indicativo de haber puesto en marcha alguna estrategia o técnica de resolución de problemas.

Una de las técnicas de resolución de problemas más básica consiste en la elaboración de una lista, tratando de enumerar de forma sistemática los casos posibles. En este problema en particular, si bien no era necesaria, proporcionaba una mejor visión del problema y daba muchas pistas de lo que estaba pasando. Y no se trataba de una lista excesivamente larga. Esto nos debería servir para recordarnos ese primer bloque que abre los contenidos curriculares de todos y cada uno de los niveles de matemáticas. Existe un consenso en que la resolución de problemas debería ser el eje vertebrador de los contenidos, permitiendo el desarrollo de una verdadera actitud matemática (English & Gainsburg, 2016). En este sentido, es necesario saber distinguir entre lo que es enseñar sobre resolución de problemas, enseñar para resolver problemas y enseñar a través de la resolución de problemas (Gaulin, 2001).

Por último, desde aquí no podemos sino aprovechar estas líneas para aplaudir la participación del alumnado en esta olimpiada, así como a los profesores y a las familias que les han animado a ello.

Referencias bibliográficas

English, L. D., y J. Gainsburg (2016), «Problem Solving in a 21st-Century Mathematics Curriculum», en L. D. English, & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education*, 313-335. Routledge.

Gaulin, C. (2001), «Tendencias actuales de la resolución de problemas», *Sigma*, 19, 51-63.