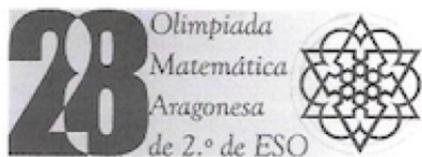


Un problema de ranas

por

ESTHER GARCÍA GIMÉNEZ

(IES Río Gállego)



Fase semifinal • 6 de abril de 2019

Problema 6. Ranas de colores

En una zona pantanosa las ranas son azules o verdes. Desde el año pasado, el número de ranas azules ha crecido un 60% mientras que el de ranas verdes ha decrecido en la misma proporción, otro 60%.

Ahora resulta que el cociente entre el número de ranas azules y el de ranas verdes es el mismo que el cociente entre el número de ranas verdes y el de ranas azules que había antes.

¿En qué porcentaje ha decrecido el número total de ranas?

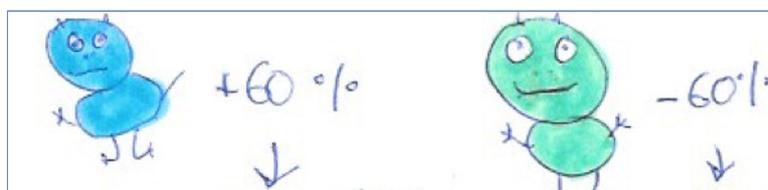
A los profesores de matemáticas en secundaria nos sigue sorprendiendo, al explicar el tema de los porcentajes en la ESO, el hecho de que al poner el típico ejemplo de los descuentos que se realizan en época de rebajas, las respuestas de los alumnos sean dispares.

Supongamos que les decimos que un pícaro vendedor de un establecimiento aumenta el precio de sus productos un $x\%$ justo antes de anunciar las esperadas rebajas donde reduce ese precio en el mismo $x\%$.

¿Cuál será la respuesta de nuestros alumnos cuando preguntemos por la variación del precio en porcentaje? Muchos de ellos contestarán, si no se paran a pensar, que no variará, es decir, que la variación porcentual es de un 0%.

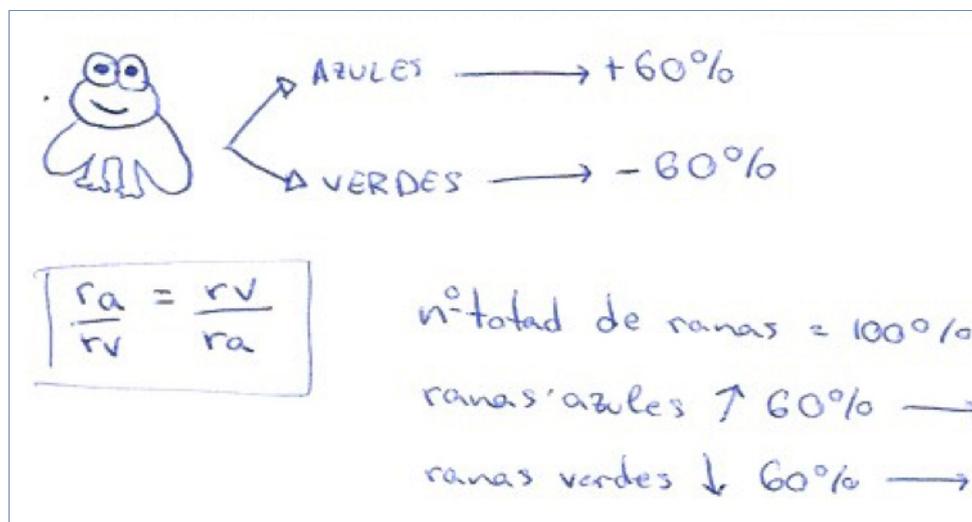
Es difícil que comprendan bien los porcentajes encadenados en los primeros cursos de la ESO si no se les proporcionan ejemplos variados y contextualizados. Entre los materiales que se pueden utilizar en el aula, para la búsqueda de ejemplos interesantes y motivadores, se encuentran los libros *Las matemáticas de la vida cotidiana* de Miguel Albertí Palmer y *100 escenas de cine y televisión para la clase de Matemáticas* de José María Sorando Muzás.

El caso que nos ocupa a pesar de no corresponder a un ejercicio de porcentajes encadenados, puede llevar a los alumnos a una confusión del tipo anterior, como de hecho ha sucedido. Este problema 6, propuesto en la 28 edición de la Olimpiada Matemática Aragonesa, trata de la comparación en el crecimiento de dos poblaciones.



El error cometido por la mayoría de los participantes ha sido no caer en la cuenta de que el número de ranas azules no tenía por qué coincidir con el de las ranas verdes. Esta confusión proviene de no haber comprendido la pista que nos daba el enunciado para llegar a una solución correcta: «el cociente entre el número de ranas azules y el de ranas verdes es el mismo que el cociente entre el número de ranas verdes y el de ranas azules que había antes». Al pensar que la población inicial de las ranas de los dos colores coincidía, han razonado de forma similar a la comentada en el caso de los porcentajes encadenados, llevándoles a escribir en su respuesta 0%.

En un 0%, porque ha subido un 60% y luego ha bajado un 60% y eso sería $60\% - 60\% = 0\%$



No ha decrecido porque si el cociente entre el nº de ranas azules y el nº de ranas verdes es el mismo que el cociente entre el nº de ranas verdes y el de ranas azules que había antes significa que si dividimos el nº de ranas que hay de cada color da el mismo resultado.

Si ha decrecido es porque hay más ranas verdes que azules
 Si al principio había 20 ranas verdes y 5 azules
 Después las ranas verdes son un $\frac{40}{100}$, 8 ranas
 Las ranas azules son un $\frac{160}{100}$, 8 ranas
 Al principio había 25 y ahora hay 16.
 Se ha reducido en un 36%

Solo con haber considerado un ejemplo concreto de poblaciones con distinto número de ranas habrían llegado a la conclusión de que la solución no puede ser ese 0%.

$$\begin{array}{l} \text{AZULES} = x \\ \text{VERDES} = y \end{array} \quad \frac{x}{y} = \frac{y - 60\% \text{ de } y}{x + 60\% \text{ de } x}$$

Por otro lado no basta con esto para concluir de forma correcta, pero ayuda a concentrarse en resolver la ecuación con la que se obtiene que el número de elementos de una población tiene que ser el doble de los de la otra

El número de ranas ha decrecido en un 20% porque:

$$\frac{1 \text{ azul}}{2 \text{ verdes}} \text{ de cada rana azul hay } \frac{1}{2} = \frac{50 \text{ azules}}{100 \text{ verdes}} \rightarrow \frac{50 + (0,6 \cdot 50)}{100 - (0,6 \cdot 100)} = \frac{80 \text{ azules}}{40 \text{ verdes}} = \frac{1}{2}$$

100
+ 50
150 ranas ^{había} ~~había~~ en la zona pantanosa

80
+ 40
120 ranas hoy en la zona pantanosa

$$150 - (0,2 \cdot 150) = 120$$

↓
20%

Antes	Ahora	$\frac{1,6x}{0,4y} = \frac{y}{x}$	$x = 10$	
x	1,6x		$y = 20$	
y	0,4y			

$$\frac{16}{8} = 2 \quad \frac{20}{10} = 2$$

20 ran + 10 ran = 30 había

16 ran
8 ran + 16 ran = 24 ahora hay

30 - 24 ran = 6 menos hoy

30 ran — 100%

6 ran — x%

$$x = \frac{600}{30} = 20\%$$

Ha decrecido un 20%. Lo he averiguado porque si el cociente de ranas azules y ranas verdes ($\frac{1,6x}{0,4y}$) es igual al cociente de el número de ranas verdes y el de ranas azules que había antes ($\frac{y}{x}$), y (ranas verdes) es el doble que x (ranas azules). Poniendo el caso que x es 10 e y es 20, calculamos cuantas ranas hay ahora 1,6x (16) y 0,4y (9). Sumamos el número de ranas que había que es 30 y el que hoy ahora que es 24. A continuación calculamos una regla de tres suponiendo que 30 es el 100% y 6 (las ranas que este año no hay) es nos da que decrecido un 20%