

## A ÁLGEBRA E O PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS DIREITOS DE APRENDIZAGEM DOS CICLOS INTERDISCIPLINAR E AUTORAL DA REDE MUNICIPAL DE ENSINO DE SÃO PAULO. TÍTULO DO TRABALHO

José Roberto de Campos Lima – Bárbara Lutaif Bianchini  
[jrlima@sme.prefeitura.sp.gov.br](mailto:jrlima@sme.prefeitura.sp.gov.br) – [barbara@pucsp.br](mailto:barbara@pucsp.br)  
SMESP/Brasil – PUCSP/Brasil

Núcleo temático: Investigación en Educación Matemática

Modalidade: CB

Nível educativo: Sem especificar

Palavras chave: Pensamento Algébrico, Direitos de Aprendizagem, Ensino Fundamental, Álgebra

### Resumo

*Neste artigo apresentamos uma análise do documento "Direitos de Aprendizagem dos Ciclos Interdisciplinar e Autoral " com o objetivo de verificar como a Álgebra ou Pensamento Algébrico são abordados. Este documento não é prescritivo e se refere a discussões sobre a Matemática e suas subáreas voltadas as crianças ou jovens de 9 a 14 anos, que corresponde do 4º ao 9º ano da educação básica brasileira. Assim sendo, este estudo tem sua relevância, pois o mesmo é considerado material de estudo de todos os professores Rede Municipal de Ensino de São Paulo. A pesquisa realizada é qualitativa, de cunho documental sobre as concepções de Álgebra ou Pensamento Algébrico abordados no documento. Podemos verificar que na perspectiva dos Direitos de Aprendizagem, em seu conteúdo, a Álgebra ou o Pensamento Algébrico é apresentado como um eixo estruturante da organização do conteúdo de Matemática, dando uma abordagem á Álgebra mais voltada ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico no Ciclo Interdisciplinar e mais voltada ao conteúdo no Ciclo Autoral. O conhecimento do conteúdo deste documento é importante para o desenvolvimento de formação inicial e continuada de professores, de materiais curriculares e definição de objetivos de aprendizagem para cada ano ou ciclo.*

### Introdução

No Brasil, muitas têm sido as discussões sobre currículo voltadas a educação básica, que atende estudantes até 17 anos. Em meio a estas o município de São Paulo, também acompanhou e promoveu, no ano de 2013, o “Programa de Reorganização Curricular e Administrativa, Ampliação e Fortalecimento da Rede Municipal de Ensino de São Paulo”. O referido programa organiza o Ensino Fundamental (voltado aos estudantes de 6 a 14 anos)

por ciclos de aprendizagem, sendo eles: ciclo de alfabetização (6 a 8 anos), ciclo interdisciplinar (9 a 11 anos) e ciclo autoral (12 a 14 anos).

Neste processo de reorganização, ocorreram discussões para elaboração de novos documentos curriculares dentro de uma perspectiva de um currículo crítico emancipatório.

O currículo do ciclo de alfabetização se baseia no texto de referência de um programa de governo denominado Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa - PNAIC, que tem por meta alfabetizar todas as crianças do ensino fundamental até os 8 anos de idade. O referido texto foi produzido pelo Ministério da Educação e publicado em 2012, intitulado “Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos), traz em seu conteúdo direitos de aprendizagem voltados a área da Matemática, e objetivos de aprendizagem organizados por eixos estruturantes, sendo eles: Números, Geometria, Pensamento Algébrico, Tratamento da Informação e Grandezas e Medidas.

Assim, o município de São Paulo, dando continuidade ao documento publicado pelo governo federal, e considerando sua organização por ciclos, publicaram no ano de 2016, o documento “*Direitos de Aprendizagem dos Ciclos Interdisciplinar e Autoral – Matemática*” que integra a Coleção Componentes Curriculares em Diálogos Interdisciplinares a Caminho da Autoria, Este documento traz em seu um panorama da área da Matemática, os Direitos de Aprendizagem em Matemática e os eixos estruturantes que nortearam as discussões, que de modo semelhante ao do governo federal foram denominados: números e operações, Pensamento Algébrico/Álgebra, Espaço e Forma (Geometria), Grandezas e Medidas e Pensamento Estatístico e Probabilístico.

Neste nosso trabalho, olharemos apenas para os direitos de aprendizagem em Matemática e o eixo Pensamento Algébrico/Álgebra, apresentando neste um recorte do estudo que, numa perspectiva teórica, verifica as abordagens com relação ao tema do eixo escolhido.

Considerando este um documento de referência para a rede municipal, norteador dos currículos praticados pelos professores, esta análise é importante para contrastar com as pesquisas existentes.

Ao observamos o documento e ele tratar como eixo estruturante, da área de Matemática no currículo escolar, o Pensamento Algébrico/Álgebra, nos levanta o questionamento de quando

do que está sendo considerado Pensamento Algébrico e do que se considera Álgebra, uma vez que se apresentam num mesmo eixo estruturante, mas separados entre si.

Neste artigo, chamamos de eixo estruturante as subdivisões ou subáreas da Matemática, tais como Geometria, Números, entre outras, aglutinadoras de conteúdos e de indicações para o desenvolvimento da Matemática no currículo escolar.

A seguir, apresentaremos algumas considerações sobre a metodologia de pesquisa empregada e também sobre as ideias de pensamento algébrico ou álgebra que nortearão nossa análise do documento.

### **Alguns apontamentos sobre a metodologia de pesquisa.**

Neste trabalho realizamos uma pesquisa qualitativa, de análise documental. A escolha de uma pesquisa qualitativa se dá uma vez que segundo Godoy (1995)

Considerando que a abordagem qualitativa, enquanto exercício de pesquisa, não se apresenta como uma proposta rigidamente estruturada, ela permite que a imaginação e a criatividade levem os investigadores a propor trabalhos que explorem novos enfoques.  
(p.23)

Assim, entendemos também “que a pesquisa documental é centro da pesquisa quando um documento (ou um tipo de documento, como relatórios anuais e balanços sociais) é ponto fulcral do objetivo de pesquisa do artigo”. Sendo neste caso, nossa escolha por analisarmos um documento que ainda não sofreu nenhuma intervenção ou análise externa, que é fonte primária, de onde pode-se obter evidências que confirmam ou não a hipótese levantada pela pesquisa.

Este tipo de pesquisa, a documental, “bem como outros tipos de pesquisa, propõe-se a produzir novos conhecimentos, criar novas formas de compreender os fenômenos e dar a conhecer a forma como estes têm sido desenvolvidos”(Kripka, Scheller & Bonotto, 2015, p.244) e deve contemplar três aspectos importantes, segundo Godoy (1995) são eles: a escolha, o acesso e a análise dos documentos (p.23).

Estabelecemos alguns critérios para nortear a análise deste documento. São os seguintes:

- a) a concepção de pensamento algébrico ou álgebra contemplada no documento;

- b) os indicativos realizados pelo documento para pensamento algébrico ou álgebra para o currículo praticado pelo professor.

Com base nestas premissas, analisamos o documento com vistas a compreender seu conteúdo no intuito de promover novos olhares, avanços, novas perspectivas para uma possível compreensão e transposição para o currículo escolar.

### **Algumas ideias sobre Pensamento Algébrico ou Álgebra.**

Segundo Lins e Gimenez (2001), quando falamos sobre pensar algebricamente, ainda não há consenso, ocorre o oposto quando falamos de coisas da álgebra, sendo citados: equações, cálculo literal, funções (sem entrar na discussão de se gráfico faz ou não parte da álgebra). Nesta perspectiva, as pesquisas apontam algumas ideias sobre o pensamento algébrico, sendo necessárias para uma organização curricular que contemple a educação algébrica.

Corroborando com o que citamos acima temos Kaput (1995, apud Ribeiro & Cury 2015), diz com relação a álgebra “não há só uma Álgebra, já que se pode pensar nela como um conjunto de conteúdos e métodos culturalmente compartilhados, tais como [...] frações, polinômios, fatoração, teoria dos anéis, álgebra linear, etc.”(p.6) ou também pode se apresentar como abstração, generalização, reconhecimento de padrões que estão mais voltados aos aspectos cognitivos, ou seja, ao pensamento.

Ainda para Kaput (1995 apud Ponte, Branco & Matos, 2009) trabalhar de forma a desenvolver o pensamento algébrico, por meio da generalização, formalização gradativa da generalização, deve anteceder ao formalismo algébrico. Ele, Kaput (1999, Ponte, J.P; Branco, N. & Matos, A, 2009) ainda nos aponta cinco características do pensamento algébrico, que estão interligadas, são elas:

- a generalização e formalização de padrões e restrições;
- a manipulação de formalismos guiada sintaticamente;
- o estudo de estruturas abstratas; o estudo de funções, relações e de variação conjunta de duas variáveis; e
- a utilização de múltiplas linguagens na modelação matemática e no controle de fenômenos (p. 9)

Ao tratarmos de um currículo escolar de Matemática é necessário que o desenvolvimento do pensamento algébrico ocorra de forma gradual pelos anos que o compõe, assim, temos

Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005) que nos explicam que o desenvolvimento do pensamento algébrico pode ocorrer deste modo, sem a necessidade de se introduzir os símbolos algébricos avançando para o formalismo, como já citado em Kaput (1999, Ponte, J.P; Branco, N. & Matos, A, 2009), para que isso ocorra apontam aspectos considerados importantes, chamados por eles como caracterizadores do pensamento algébrico:

- estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos;
- perceber e tentar expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema;
- produzir mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema;
- produzir vários significados para uma expressão numérica;
- interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas;
- transformar uma expressão aritmética em outra mais simples;
- desenvolver algum processo de generalização;
- perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias;
- desenvolver/criar uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente. (p.5)

Desta forma, nossa análise partirá do conceito de que quando nos referirmos a Álgebra, estaremos estabelecendo conteúdos Matemáticos a serem desenvolvidos no currículo escolar e o pensamento algébrico, o aspecto cognitivo que permeia todo o trabalho do desenvolvimento da educação algébrica, partindo do reconhecimento de padrões e generalizações em diversos contextos, ao formalismo algébrico.

### **Aspectos da Álgebra ou Pensamento Algébrico nos Direitos de Aprendizagem do Ciclo Interdisciplinar e Autoral.**

O documento “Direitos de Aprendizagem para os Ciclos Interdisciplinar e Autoral – Matemática” nos traz duas partes importantes para análise:

- a) Direitos de Aprendizagem;
- b) Eixos estruturantes;

No que diz respeito aos direitos de aprendizagem, temos que em seu conteúdo “parte do trabalho de letramento e aprendizagem matemática tem nas regularidades o suporte teórico

para o desenvolvimento do conceito de número, de espaço e forma, do pensamento algébrico”. Assim, devem ser garantidos a todos os alunos dos ciclos interdisciplinar e autoral (estudantes dos 9 aos 14 anos) cinco direitos fundamentais, são eles: caminhos próprios, reconhecimento de regularidades, linguagem simbólica, investigação crítica e criativa e ludicidades, jogos e brincadeiras.

Já nos direitos podemos perceber que se pensarmos em educação algébrica, merecem destaque o direito ao reconhecimento de regularidades e a linguagem simbólica, que como podemos notar no que falam Kaput (1995, 1999); Lins e Gimenez (2010) e Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005) a importância destes aspectos.

O próprio documento (São Paulo, 2016) nos evidencia que o eixo estruturador Pensamento Algébrico/Álgebra, que é um dos eixos indicados para a organização do currículo da Matemática escolar no Município de São Paulo, como se trata do ciclo interdisciplinar e autoral (9 a 14 anos), temos a ideia de que nos fala Kaput (1999), onde nas crianças se desenvolve na perspectiva do pensamento algébrico, sem a necessidade do formalismo, avançando para o formalismo até alcançar os anos finais (jovens de 14 anos),

No Ciclo Interdisciplinar, com a ampliação dos campos numéricos e a apresentação da proporcionalidade de maneira mais formal, ainda que sob a forma de equivalência de frações, por exemplo, o desenvolvimento do pensamento algébrico torna-se mais ativo e direcionado à álgebra. O reconhecimento e a escrita das primeiras sentenças matemáticas são habilidades deste ciclo de aprendizagem. No Ciclo Autoral há a ampliação do conceito de proporcionalidade e os primeiros passos na direção da compreensão da relação entre grandezas; a resolução de equações e inequações e o estabelecimento de relações entre a Álgebra e a Geometria. ( p. 69)

Resumidamente podemos dizer que o trabalho do pensamento algébrico e da álgebra em seu aspecto mais formal tende, segundo São Paulo (2016)

A utilização dos primeiros símbolos algébricos deverá ser expressa gradativamente durante o Ciclo Interdisciplinar e com mais propriedade ao final desse ciclo. A generalização é aprofundada, por meio de expressões e sentenças algébricas, no Ciclo Autoral. (p.70 )

Ainda do que trata os autores referidos nesta pesquisa, fica ainda mais clara esta perspectiva. A Matemática comporta um amplo campo de relações, regularidades e coerências que despertam a curiosidade e instigam a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico.(p.56)

Como diz Kaput (1999) temos várias álgebras sendo uma delas a apresentada no documento, contemplando o que já vimos citado.

A álgebra não é apenas um instrumento técnico-formal que facilita a resolução de problemas, mas uma forma específica de leitura do mundo, pois além de compor um conjunto de procedimentos envolvendo símbolos – muitas vezes em forma de letras – o pensamento algébrico consiste em atividades de generalização e proporciona variedade de ferramentas para representar as relações matemáticas, padrões e regras.(p.68)

No documento São Paulo (2016), o pensamento algébrico é abordado, como descrito, em três dimensões:

- a) O reconhecimento de padrões e regularidades;
- b) O estabelecimento de relações entre grandezas variáveis;
- c) A generalização.

Estas dimensões se enquadram nos caracterizadores do pensamento algébrico de acordo com Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005)

Na dimensão generalização, antes mesmo da utilização de uma linguagem algébrica simbólica, desenvolve-se o processo do pensamento algébrico por meio do trabalho com: as relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos; a percepção e a expressão de estruturas aritméticas de uma situação-problema; a produção de mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema ou, reciprocamente, com a produção de vários significados para uma mesma expressão numérica; a interpretação de uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas; a transformação de uma expressão aritmética em outra mais simples; o desenvolvimento e a criação de uma linguagem concisa para expressar-se matematicamente; a busca de valores desconhecidos.

A dimensão reconhecimento de padrões e regularidades inicia-se com o estabelecimento de critérios para agrupar, classificar, categorizar e ordenar, para que possa realizar o reconhecimento e a produção de padrões e suas consequentes regularidades. A explicitação de tais regularidades ocorre, inicialmente, pela descrição das estruturas presentes nelas em um processo que evolui para a dimensão do pensamento algébrico.(p.69)

Nesta análise, vimos que o documento contempla pesquisas desenvolvidas sobre o pensamento algébrico e álgebra corroborando em muitos aspectos com o que os autores trazidos neste recorte contemplam.

### **Considerações Finais**

Este trabalho integra o projeto de Educação Algébrica na Educação Básica do GPEA- Grupo de Pesquisas em Educação Algébrica, que realiza pesquisas voltadas ao desenvolvimento do pensamento algébrico partindo da concepção de que o mesmo ocorre de forma gradual desde a educação infantil até o ensino superior.

O documento “Direitos de Aprendizagem do Ciclo Interdisciplinar e Autoral-Matemática” se torna um instrumento para o desenvolvimento de uma formação continuada dos professores no intuito de melhor desenvolver o currículo praticado em sala de aula.

Compreender as concepções envolvidas, as perspectivas de desenvolvimento do eixo Pensamento Algébrico/Álgebra são importantes para a elaboração e escolha de atividades a serem desenvolvidas com os estudantes, para o desenvolvimento de metodologias e escolhas didáticas.

Um documento oficial desencadeia ações ligadas a uma política pública educacional que influencia toda uma rede, por isso, quanto mais seu conteúdo for estudado e compreendido, assim como qualquer documento curricular, será muito importante para se garantir a qualidade de um sistema educacional.

A própria segunda versão da Base Nacional Curricular Comum - BNCC (2016, p. 253) diz que, “são os objetivos da unidade de conhecimento da Álgebra que contribuem para dar corpo e relacionar conceitos que, à primeira vista, parecem conhecimentos isolados”, assim mostrando ser de suma importância verificar quais as concepções que estão garantidas em um documento curricular para transformá-lo em prática docente e garantir a melhoria do ensino e da aprendizagem em Matemática.

Toda pesquisa, estudo realizado, de natureza qualitativa tem o intuito de conduzir-nos a reflexões críticas que promovam assim, uma evolução do conhecimento.

### **Referências bibliográficas**

Brasil (2016). Base Nacional Curricular Comum. 2ª versão. Brasília:MEC

Fiorentini, D.; Fernandes, F. L. P. & Cristovão, E. M. (2005) Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: Seminário Luso-Brasileiro de Investigações Matemáticas no Currículo e na Formação de Professores. Lisboa, pp 1-20.

Godoy, A.S. (1995) Pesquisa Qualitativa. Tipos Fundamentais. RAE.35, 3.,20-29. São Paulo.

Kripka,R.; Sheller, M & Bonotto, D.L.(2015) Pesquisa Documental: considerações sobre conceito e características na Pesquisa Qualitativa. Atas CIAIQ. 243-247.

Lins & Gimenez (2001). Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI. São Paulo: Papyrus

Ribeiro & Cury (2015), Álgebra para a formação do Professor: Explorando conceitos de equação e função. São Paulo: Editora Autêntica

Ponte, J.P; Branco, N. & Matos, A. Álgebra no Ensino Básico. Portugal: ME-DGIDC



São Paulo (2016). Direitos de Aprendizagem dos Ciclos Interdisciplinar e Autoral –  
Matemática. São Paulo: SME