

## TAREFAS MATEMÁTICAS FORA DA SALA DE AULA: UM ESTUDO COM ALUNOS DO ENSINO ELEMENTAR

Fatima Fernandes<sup>1</sup> – Isabel Vale<sup>2</sup> – Pedro Palhares<sup>3</sup>  
[fatimafernandes@ese.ipvc.pt](mailto:fatimafernandes@ese.ipvc.pt) – [isabel.vale@ese.ipvc.pt](mailto:isabel.vale@ese.ipvc.pt) – [palhares@iec.uminho.pt](mailto:palhares@iec.uminho.pt)

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo<sup>1,2</sup>  
Instituto de Educação da Universidade do Minho, Portugal<sup>3</sup>

Núcleo temático: A matemática e a sua integração com outras áreas

Modalidade: CB

Nível Educativo: Nível educativo primario (6 a 11 años)

Palavras chave: Conexões matemáticas, Tarefas matemáticas, Contextos não formais, Aprendizagem fora da sala de aula

### Resumo

*Vários estudos sugerem a importância de se articular a matemática com outras áreas e com a realidade dos alunos, para que a aprendizagem faça sentido e seja duradoura. Outros sugerem que as tarefas matemáticas implementadas fora da sala de aula são motivadoras, favorecem a comunicação, a socialização e a atividade física, e ajudam no desempenho académico, desenvolvimento pessoal, social e emocional dos alunos. Assim, tendo por base estes princípios, desenvolveu-se uma investigação mais ampla sobre a importância dos trilhos no ensino e aprendizagem da matemática onde se construíram e realizaram, com alunos de 8 e 9 anos, três trilhos cujas tarefas matemáticas envolveram conteúdos distintos com o meio envolvente. Nesta comunicação mostramos as potencialidades de algumas dessas tarefas relativamente à matemática e ao estudo do meio; e a reação e desempenho dos alunos na realização de tarefas em que há articulação dessas duas áreas curriculares. Os alunos reconheceram e valorizaram a articulação de conteúdos de áreas diferentes numa mesma tarefa ou trilho. Contudo, o contexto ao ar livre e a oportunidade de trabalhar em grupo com menos restrições do que na sala de aula parecem pesar mais na apreciação positiva destas experiências de aprendizagem.*

### Introdução

As tarefas matemáticas podem contribuir para aprendizagens eficazes se forem variadas, relevantes, acessíveis para os estudantes, se ocorrerem num ambiente social favorável e se implicarem envolvimento mental, emocional e físico (Mason & Johnston-Wilder, 2006). Devem surgir em contextos diversificados, incluindo os não formais, que possibilitem articular a matemática com outros domínios do saber e a realidade, para que façam sentido

para os alunos e lhes permitam perspetivar o conhecimento como um todo articulado e coerente (NCTM, 2014).

Tendo por base estes princípios, construíram-se e implementaram-se trilhos matemáticos em espaços extraescolares para crianças do nível de escolaridade elementar.

Neste trabalho, depois do enquadramento teórico e da metodologia, focam-se as potencialidades de duas tarefas de acordo com o programa de matemática e estudo do meio, apresentam-se algumas evidências do desempenho dos alunos e destacam-se algumas apreciações dos alunos face a experiências de aprendizagem que permitem esta articulação em contextos não formais de aprendizagem.

### **A aprendizagem da matemática em contextos não formais de aprendizagem**

A aprendizagem da matemática pode ocorrer em momentos e locais diversificados, como os contextos não formais, os quais podem contribuir de forma significativa para a expansão das aprendizagens realizadas em sala de aula (Kenderov, et al., 2009). As valências destes contextos proporcionam experiências de interação entre indivíduos e entre estes e o meio ambiente, podendo estimular a “disposição produtiva” para aprender e ajudar a reconhecer a utilidade e a pertinência da matemática e a encará-la como uma área do conhecimento acessível a todos (Dooley, Dunphy, & Shiel, 2014). Essas valências podem ser usadas para contextualizar e realizar tarefas matemáticas, que são os veículos para a aprendizagem desta área curricular (Mason & Johnston-Wilder, 2006).

Um tipo de experiências passível de se realizar nesses contextos é o trilho matemático, que Cross (1997) define como uma sequência de paragens nas quais os participantes estudam matemática no meio envolvente. Estas situações de aprendizagem permitem explorar a matemática formal ou informal e contribuir para a melhoria da educação matemática nas escolas (Shoaf, Pollak, & Schneider, 2004). Constituem um conjunto de tarefas que, em contextos reais, requerem a aplicação de conhecimentos, o desenvolvimento de capacidades como a resolução de problemas, a comunicação e podem potenciar o estabelecimento de conexões (Richardson, 2004).

### **As conexões matemáticas**

A matemática integra um sistema de áreas do conhecimento que se complementam e quando é vista desta forma é compreendida de forma mais profunda e duradoura e é reconhecida como útil. Assim, os estudantes devem ter oportunidade de aprender matemática enquadrada em contextos diversificados e associadas a outras áreas curriculares ou assuntos do quotidiano (NCTM, 2014). Estas relações ou conexões podem referir-se a situações, ideias, conceitos ou a processos dentro da matemática, entre tópicos matemáticos e situações da realidade ou entre a matemática e outras áreas curriculares (Boavida, Paiva, Cebola, Vale, & Pimentel, 2008). As conexões podem servir para introduzir novos conteúdos matemáticos, para praticar ou desenvolver determinadas capacidades de uma forma motivadora e facilitadora da construção de conhecimento, como por exemplo através da exploração de padrões (Vale & Pimentel, 2011). As conexões nem sempre são óbvias para os alunos, pelo que as tarefas, exemplos e explicações podem ajudar a perceber que há possíveis relações entre conteúdos e que o pensamento matemático pode ser usado em diversos contextos (NCTM, 2014).

### **Metodologia**

Este trabalho integra uma investigação mais abrangente, de natureza qualitativa interpretativa, com design de estudo de caso, que incluiu a conceção e implementação de três trilhos matemáticos em contextos não formais com alunos de 8 e 9 anos (3º ano).

As tarefas dos trilhos foram construídas em torno de elementos dos contextos e estavam de acordo com os programas curriculares de matemática e de estudo do meio (Anexo 1). Privilegiou-se a diversidade a nível do grau de abertura e de desafio, embora não se incluíssem situações que exigissem muito tempo para a resolução.

As tarefas foram realizadas em grupos de três elementos. Cada aluno recebeu material de escrita e um guião constituído, em média, por 15 tarefas e 30 questões. Cada tarefa era quase sempre enquadrada em elementos do contexto e era seguida por uma pista que permitia descobrir o local da próxima tarefa.

Os dados para a investigação foram recolhidos através das produções dos alunos (resoluções das tarefas) notas de campo, entrevistas e registos fotográficos e áudio.

Os trilhos realizaram-se em contextos não formais distintos. O *Trilho da Quinta* realizou-se numa zona rural, numa quinta pedagógica; o *Trilho das Lagoas* decorreu num local com estatuto de área protegida; e o *Trilho das Vilas* realizou-se numa zona urbana.

Na semana seguinte à realização de cada trilho, os grupos foram entrevistados no sentido de fazerem uma apreciação da experiência que tiveram. Embora tenham sido formuladas questões sobre vários assuntos, neste trabalho focamos apenas alguns. Partindo de duas das tarefas associadas de imediato pelos alunos a outras áreas, analisam-se as evidências do desempenho dos mesmos na aplicação de conteúdos e/ou capacidades matemáticas e de estudo do meio. Focamos, também, de forma resumida os conteúdos não matemáticos explorados nos trilhos que permaneceram na memória dos alunos pelo menos até à entrevista. Revelamos, ainda, algumas reações dos alunos à realização de tarefas que envolvem simultaneamente conteúdos de matemática e de estudo do meio.

## **Algumas tarefas**

### *Tarefa 8 do Trilho das Lagoas*

As questões desta tarefa (Figura 1) baseiam-se na informação de um cartaz (Figura 2) afixado num posto de observação, no qual se destaca a fauna e a flora do local.

1. Um dos mamíferos deste cartaz tem uma longa cauda com anéis de duas cores diferentes. Se a cauda tivesse mais duas listas negras e se o padrão se mantivesse, quantas listas (anéis) das duas cores teria no total?
2. Neste cartaz estão representadas três classes de animais vertebrados. Escreve um único número que seja múltiplo do número de anfíbios, do número de aves e do número de mamíferos que constam no cartaz.
3. Duas amigas pensaram em critérios para agrupar os animais deste cartaz. Uma queria agrupá-los em animais com pelo e animais com penas. A outra queria agrupá-los em animais com mais de duas patas e em animais com menos de duas patas. Será que cada uma agrupava todos os animais nos seus conjuntos?

*Figura 1. Questões da tarefa 8 do Trilho das Lagoas*

No âmbito da matemática, este conjunto de questões solicita a resolução de um problema de padrão, a compreensão de múltiplos de um número natural e o agrupamento de elementos em conjuntos. Para responder corretamente era necessário saber distinguir anfíbios, aves e mamíferos e identificar algumas características.

A primeira questão não se revelou complexa, contudo alguns grupos, como o da aluna LL (Figura 2), deduziram de forma errada que o animal (Geneta), visível na parte superior da Figura 1, teria 22 anéis, 12 negros e 10 brancos. Pensaram que, como entre cada dois negros havia sempre um branco, se continuassem o padrão só acrescentariam um branco entre os dois “novos” pretos. Não consideraram, portanto, que a cauda do animal terminava com um anel preto, pelo que seria seguido de um branco.



Figura 2. Grupo 1 a resolver a tarefa 8 no posto de observação

A substituição de cartazes entre a fase da formulação das questões e a da implementação e a consequente alteração dos animais, interferiu na resolução da questão 2. Esta questão solicitava um número que fosse simultaneamente múltiplo do número de anfíbios, do número de aves e do número de mamíferos. Neste novo cartaz havia 14 aves, o que deixou os alunos logo preocupados. Por isso, sugeriu-se que escrevessem apenas um número que fosse simultaneamente múltiplo do número de anfíbios e mamíferos, ou seja de três e cinco. Embora a aluna LL tenha elaborado uma pequena lista dos múltiplos desses dois números (Figura 3), verificou-se que a maioria dos grupos pensou de imediato no produto de três por cinco. A substituição do cartaz também teve influência na resolução da questão três, porque deixou de haver animais com menos de uma pata, como confirma a

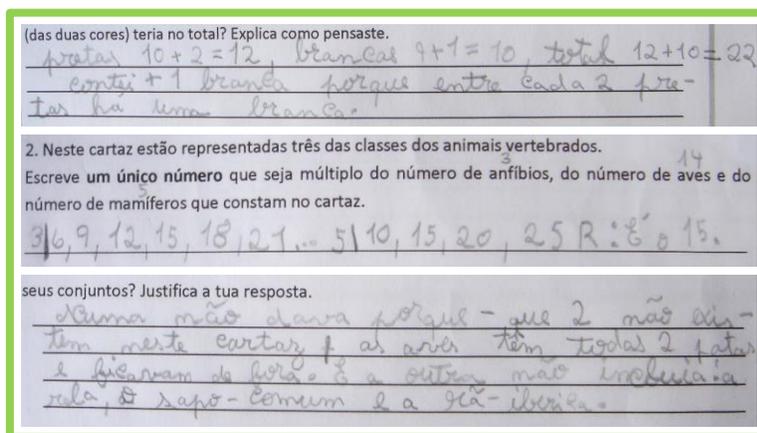


Figura 3. Resolução da tarefa 8 do Trilho das resposta da

Figura 3. Embora este aspeto não esteja refletido na resolução aqui apresentada, percebeu-se que a maioria dos alunos manifestou dificuldade em perceber que o dois não está incluindo no maior que dois nem no menor que dois. Uma grande parte inclui-o no maior que dois. Relativamente aos dois conjuntos, um de animais com pelo e outro com penas, a resolução mostra que a aluna reconhece que ficavam excluídos os animais com pele nua.

### Tarefa 3 do Trilho das Vilas

Esta tarefa envolve dois elementos existentes na fachada da Torre de S. Paulo que outrora integrou as muralhas da vila: um painel de azulejos que retrata um acontecimento histórico datado de 1140 que originou o nome de uma localidade deste concelho, e as marcas das maiores cheias do século passado que o rio atingiu nesta torre. Nesta tarefa os alunos teriam que responder a um conjunto de questões (Figura 4).

1. Observa o painel e responde às seguintes questões:
  - 1.1. Há quantos anos se deu esse acontecimento?
  - 1.2. Descobre um processo rápido para contar todos os azulejos do painel.
2. Nessa fachada há três marcas que assinalam a altura que as três maiores cheias atingiram nesta torre. Observa-as atentamente e responde às questões:
  - 2.1. Quantos anos de diferença há entre a cheia mais antiga e a mais recente?
  - 2.2. Que altura atingiu a maior cheia?

Figura 4. Questões da tarefa 3 do Trilho das Vilas

No que diz respeito a conteúdos matemáticos, a tarefa requer a subtração, a multiplicação, a adição, o cálculo de áreas e a determinação de comprimentos. Os alunos não revelaram dificuldades, apresentando resoluções idênticas às que se encontram na Figura 5.

Na questão 1.1 não houve dúvidas de que um século correspondia a uma medida de tempo de 100 anos. Pela resolução do aluno NG e pelos registos efetuados aquando da observação, percebeu-se que, para identificar o século, os alunos vêem quantas centenas há no número relativo ao ano e adicionam-lhe uma unidade.

Na questão 1.2, todos os grupos multiplicaram o número de azulejos do comprimento pelo número de azulejos da largura. Dois alunos de grupos diferentes ainda iniciaram a contagem, mas os colegas logo criticaram por não ser uma forma rápida, como era solicitado. Ao contrário da resolução do aluno MR, alguns não consideraram seis pequenos azulejos que, dois a dois, prolongavam três brasões na parte superior do painel.

A questão 2.1 não suscitou dúvidas, embora um grupo tenha determinado a diferença de altura e não de idade. Para alguns grupos a questão 2.2 revelou-se difícil de executar por não conseguirem sustentar a fita métrica na vertical e determinar a altura de uma só vez. Uns rapidamente perceberam que podiam medir de forma parcelar, como mostra o registo da Figura 5. Outros apressaram-se a pedir ajuda a quem passava na rua (Figura 6). Nesta tarefa os alunos discutiram espontaneamente a dimensão das cheias, concluindo que em todas elas ficariam submersos, após compararem a altura deles com as marcas.

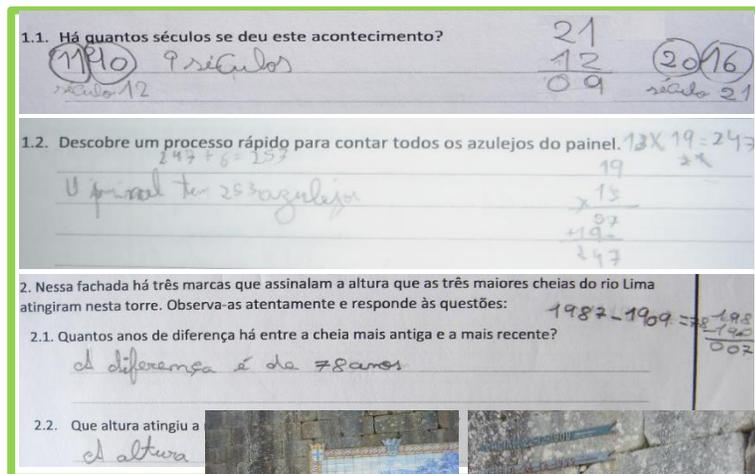


Figura 5. Resolução



## Reações dos alunos à integração de áreas curriculares

A primeira vez que abordamos o assunto da integração das duas áreas disciplinares nestas tarefas com os alunos foi nas entrevistas realizadas na semana seguinte a cada trilho.

Perante a questão “*As tarefas envolviam assuntos de outras áreas ou disciplinas além da matemática? Se sim, quais?*” os alunos responderam afirmativamente, sem hesitar.

Apresentam-se na Figura 7 alguns tópicos não matemáticos mencionados.

<i>Como se observar, tópicos</i>	Trilho	Tópicos de estudo do meio mencionados	<i>pode muitos</i>
	Trilho da Quinta	Desenho, distritos, décadas, séculos, gado bovino, Língua Portuguesa (leitura e a escrita), regime alimentar do sapo, a utilidade das plantas, pegada ecológica, abelhas, bandeiras dos países, raças dos animais, reutilização dos materiais.	
	Trilho das Lagoas	Plantas e animais do local.	
	Trilho das Vilas	História da Vila, origem do nome de uma freguesia(Cabração), os arcos da ponte soterrados, origem dos nomes da cadeia, os merlões da torre, a categoria de vila de uma freguesia do concelho.	

Figura 7. Tópicos de outras áreas mencionados pelos alunos *identificados* pelos alunos são concordantes com os que estavam envolvidos nas tarefas matemáticas que lhes foram propostas (Anexo I).

Das respostas obtidas quando propusemos que os alunos fizessem uma apreciação geral da participação nos três trilhos, selecionamos as que se seguem:

- MC<sub>(G1)</sub>: É fabuloso, porque assim não temos que estar tanto tempo a fazer uma coisa e depois outra. Podemos fazer muitas coisas [conteúdos diferentes] ao mesmo tempo e ligar tudo é muito mais divertido. Parece que é mais leve e não é necessário tanto esforço.
- ST<sub>(G2)</sub>: Eu gostei muito do trilho das Lagoas porque tinha que entrar naquelas casinhas para ficar a conhecer muitos animais que havia ali, mas que eu não conhecia.
- LG<sub>(G2)</sub>: Eu gostei do da quinta... ao mesmo tempo que estávamos a fazer as tarefas víamos as coisas que se não fossemos naquele trilho não podíamos ter oportunidade de ver. É divertido porque estamos a trabalhar duas áreas que no futuro nos vão fazer falta.
- BP<sub>(G2)</sub>: Eu gostei do trilho das vilas. Gostei de poder andar à volta das coisas, dos monumentos, para descobrir e poder resolver [as tarefas].
- LM<sub>(G4)</sub>: Eu gostei muito de fazer as tarefas lá fora, na natureza. Eu adoro estudar na natureza. É muito divertido trabalhar assim com os colegas em grupo e ver a paisagem.

Em suma, pode afirmar-se que os alunos reconheceram uma grande parte dos conteúdos de estudo do meio envolvidos nas tarefas dos três trilhos e essas ideias ou aprendizagens ainda estavam presentes uma semana após o trilho. Houve, ainda alunos, que conseguiram pensar não só nas áreas curriculares na atualidade, mas também na sua utilidade no futuro, como constatou Smith e Fuentes (2012). Os alunos gostaram de trabalhar áreas distintas em simultâneo, justificando, com o facto de parecer que sentem que facilita a aprendizagem, tornando-a menos “penosa”. Contudo, revelaram que estar perante as situações reais ao ar

livre, explorar, aprender coisas novas e poderem discutir as ideias com os colegas são aspetos que contribuem para gostarem ainda mais destas experiências.

### **Considerações finais**

Nas situações de ensino e aprendizagem aqui apresentadas privilegiaram-se as conexões da matemática com estudo do meio e com elementos reais dos contextos onde se realizaram. Embora essas conexões nunca tivessem sido referidas aos alunos, na fase das entrevistas, eles demonstraram que não lhes passaram despercebidas e que haviam interiorizado muita da informação que constava nos guiões relativa aos elementos do contexto em torno dos quais se formularam as tarefas. Como referem Kenderov et al, (2009) os contextos fora da sala de aula constituem recursos de excelência para a consolidação e amplificação das aprendizagens.

Estes alunos mobilizaram naturalmente e com facilidade os conhecimentos adquiridos noutras áreas curriculares para resolver as tarefas matemáticas propostas. Este tipo de experiências parece ter permitido aos participantes perspetivar o conhecimento como um todo articulado e coerente e parecem ter contribuído para uma aprendizagem duradoura como sugere o NCTM (2014), pois no final do ano letivo ainda mencionavam assuntos trabalhados nos dois primeiros trilhos. Além de valorizarem a articulação de conteúdos, mostraram um forte apreço pelo facto de as tarefas permitirem concretizar as situações, aprender mais sobre a sua localidade e beneficiar do privilégio de estar ao ar livre, podendo apreciar a paisagem, deslocar-se para recolher dados e discutir as ideias em grupo, sem as restrições impostas na sala de aula. As apreciações positivas e a vontade manifestada por continuar a fazer trilhos deste tipo transparecem a motivação e a “disposição produtiva” (Dooley, Dunphy, & Shiel, 2014) pela aprendizagem da matemática e de outras áreas curriculares fora da sala de aula.

### **Referências**

- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência Matemática no Ensino Básico: Programa de Formação Contínua em Matemática para professores do 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC.
- Cross, R. (1997). Developing Maths Trails. *Mathematics Teaching*, 158, 38-39.
- Dooley, T., Dunphy, E., & Shiel, G. (2014). *Mathematics in Early Childhood and Primary Education (3-8 years)-Teaching and Learning: Research Report No. 18*. Dublin: NCCA
- Obtido de:  
[http://ncca.ie/en/Publications/Reports/NCCA\\_Research\\_Report\\_18.pdf](http://ncca.ie/en/Publications/Reports/NCCA_Research_Report_18.pdf)

- Kenderov, P., Rejali, A., Bartoluni Bussi, M., Pandelieva, V., Richter, K., Maschietto, M., & Taylor, P. (2009). Challenges Beyond the Classroom - Sources and Organizational Issues. In E. Barbeau & P. Taylor (Eds.), *Challenging mathematics in and beyond the classroom. New ICMI Study Series 12* (pp. 53-96): Springer.
- Mason, J., & Johnston-Wilder, S. (2006). *Designing and using mathematical tasks*. London: Tarquin
- NCTM. (2014). *Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All*. Reston, VA: NCTM.
- Richardson, K. (2004). Designing math trails for the elementary school. *Teaching Children Mathematics, 11*, 8-14.
- Shoaf, M., Pollak, H., Schneider, J. (2004). *Math trails*. Lexington: COMAP
- Smith, K. & Fuentes, S. (2012). A mathematics and science trail. *Australian Primary Mathematics Classroom 17*(2), 19-23.
- Vale, I., & Pimentel, T. (2011). Padrões e conexões matemáticas no ensino básico. *Educação e Matemática, 110*, 33-38.

## Anexo 1

### *Principais conteúdos de matemática e de estudo do meio envolvidos nos trilhos*

<b>Trilho</b>	<b>Principais conteúdos matemáticos</b>	<b>Conteúdos de Estudo do meio</b>
<i>Trilho Quinta</i>	Adição, subtração, multiplicação e divisão; Frações: numerador e denominador, frações que representam o mesmo número, ordenar e subtrair frações) Numeração romana, Os múltiplos e os divisores de um número, O milhar, a dezena e centena de milhar, o milhão, a decomposição de um número, a simetria de reflexão, a estimativa e as figuras geométricas. Medidas de tempo	Atividades agrícolas (produção de vinho, pomar, hortas) Qualidade e preservação ambiental Utilidade dos animais (sapos e abelhas) e plantas Morfologia e alimentação dos animais (rãs, sapos e outros) Raças autóctones do gado bovino e de galinhas
<i>Trilho Lagoas</i>	Meias voltas, quartos de volta e volta inteira Dezena e centena de milhar Figuras e sólidos geométricos Estimativas Múltiplo de um número Conjuntos	Materiais opacos e transparentes Características da fauna local (anfíbios, mamíferos, répteis, peixes e aves)

	<p>Amplitude, máximo e mínimo  Gráfico de barras, variável e moda  Resolução de problemas  Medidas de tempo  Adição, subtração, multiplicação e divisão;</p>	<p>Características de algumas espécies da flora autóctone  Qualidade e preservação ambiental</p>
<p><i>Trilho das Vilas</i></p>	<p>Medidas de comprimento, áreas, tempo, massa e capacidade.  Estimativas, resolução de problemas, Figuras e sólidos geométricos, raio e diâmetro.  Adição, subtração, multiplicação e divisão;</p>	<p>Cultura e passado do meio local  Flutuação  Itinerários  O século como unidade de tempo</p>