

## LABORATORIO VIRTUAL DE ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Marta G. Caligaris; M. Elena Schivo; Georgina B. Rodríguez; M. Rosa Romiti  
Grupo Ingeniería & Educación.  
Facultad Regional San Nicolás.  
Universidad Tecnológica Nacional.  
[mcaligaris@frsn.utn.edu.ar](mailto:mcaligaris@frsn.utn.edu.ar)

### Resumen

En 2010 se comenzó a diseñar material interactivo, con el apoyo del software libre GeoGebra, para poner a disposición de los estudiantes de Análisis Matemático I de la Facultad Regional San Nicolás (FRSN) de la Universidad Tecnológica Nacional. En años siguientes se evaluó la opinión de los alumnos sobre este tipo de recursos, obteniendo resultados alentadores. También se observó una mejora en el rendimiento académico de los estudiantes. En este trabajo se presentan algunos resultados de distintas experiencias de uso y se muestra el Laboratorio Virtual de Análisis Matemático I que se presenta en el año académico 2016.

**Palabras clave:** Laboratorio Virtual, GeoGebra, Enseñanza del Cálculo, Universidad.

### Abstract

In 2010 interactive material, with the support of free software GeoGebra, was designed and offered to Calculus I students at the Facultad Regional San Nicolás (FRSN), Universidad Tecnológica Nacional. In following years, the students' opinion on these resources was evaluated, obtaining encouraging results. An improvement in academic performance of students was also observed. In this paper, some results of different experiences of use are presented and the Single Variable Calculus' Virtual Lab announced for the academic year 2016 is shown.

### 1. Introducción

Los avances tecnológicos y el incremento del uso de Internet han supuesto grandes cambios en la sociedad en los últimos años. Este hecho ha propiciado la utilización de las nuevas tecnologías en ámbitos docentes (Cuellar et al, 2009).

En investigaciones previas sobre hábitos de estudio, los estudiantes de Análisis Matemático I de la FRSN mostraron tener una actitud desfavorable a utilizar libros y una inclinación a buscar en la Web los contenidos de la materia (Schivo et al, 2014a). En la Web ellos buscan y encuentran tutoriales, libros, apuntes, videos, aplicaciones y laboratorios virtuales. Y lo que encuentran lo usan, independientemente de lo que opinen sus profesores (Rodríguez et al, 2016).

Teniendo en cuenta estas características de los estudiantes, el Grupo de Ingeniería & Educación (GIE) de la FRSN viene desarrollando desde 2010, una serie de sitios Web sobre algunos temas específicos de Análisis Numérico, Álgebra y Geometría Analítica y Análisis Matemático, así como laboratorios virtuales.

Los laboratorios virtuales pueden definirse como espacios electrónicos de trabajo para la colaboración y la experimentación a distancia, en la investigación u otras actividades creativas, con el fin de generar y difundir resultados mediante tecnologías de información y comunicación (UNESCO, 2000). Si bien existen laboratorios virtuales relacionados con diferentes campos experimentales, como Química y Física, y también

con la Ingeniería (Potkonjak et al., 2015; Heradio et al., 2016), no hay tantos vinculados con la Matemática, especialmente para la educación superior.

En este trabajo se presenta un resumen de distintas experiencias de uso de material interactivo, que fundamenta la confección del Laboratorio Virtual de Análisis Matemático I que se pone en funcionamiento durante el año académico 2016.

## 2. Experiencias de uso de material interactivo

La primera experiencia de uso de material virtual se realizó durante el ciclo lectivo 2010 con el sitio llamado “¿Cómo funcionan las funciones?” La opinión de los alumnos con respecto a este material se cuantificó mediante la aplicación de un cuestionario, con escala de tipo Likert, con cinco opciones de respuesta por ítem (Hernández Sampieri et al., 1998), acerca de sus actitudes hacia el sitio y hacia la interacción a través del mismo, de la facilidad de su uso y de la dificultad de las autoevaluaciones. Las respuestas fueron codificadas numéricamente: 5 = muy de acuerdo, 4 = de acuerdo, 3 = ni de acuerdo ni en desacuerdo, 2 = en desacuerdo, 1 = muy en desacuerdo. Para el análisis se obtuvo el promedio de las respuestas obtenidas, que al acercarse al valor cinco, denota una mejor opinión de los estudiantes. Los resultados fueron muy favorables, siendo los ítems referidos a las autoevaluaciones que contiene el sitio los que mejor puntuaron, con promedios por encima de 4.

Ese mismo año se confeccionaron más herramientas interactivas como apoyo para desarrollar los contenidos sobre integrales definidas. Luego de su utilización en clase y de facilitárselas a los estudiantes, se recolectó su opinión mediante entrevistas. Éstos se manifestaron muy interesados no sólo en la explicación de los conceptos en sí, sino en los detalles de la confección de las aplicaciones.

En 2012 se llevó a cabo otra experiencia en la unidad didáctica referida a “Derivada y aplicaciones”. En ésta se trató de evaluar el impacto de la implementación del uso de la tecnología en las clases de Análisis Matemático I de Ingeniería Electrónica, comparando resultados del aprendizaje con los de Ingeniería Mecánica en los que los mismos contenidos se desarrollaron en forma tradicional, sólo con el uso de tiza, pizarrón y apuntes de la Cátedra. Para comparar, se tomaron como referencia las calificaciones obtenidas en trabajos prácticos y parciales. En cuanto a los resultados, fue muy notoria la ventaja a favor de la especialidad Electrónica sobre todo en el rango de notas entre 7 y 10 puntos. Además se pudo observar que hubo también una gran diferencia a favor de Ingeniería Electrónica en los porcentajes de alumnos que obtuvieron desempeños satisfactorios en los ítems relacionados con la visualización de los conceptos. De acuerdo con los porcentajes obtenidos, menos del 20% de los alumnos de Electrónica obtuvo un puntaje no satisfactorio, mientras que en la especialidad Mecánica este porcentaje superó el 50% (Schivo et al., 2014b).

Estos resultados alentaron a seguir trabajando en este aspecto. Así, en años siguientes se continuó confeccionando material interactivo para la asignatura, y sometiéndolo a distintas experiencias de uso. En 2015 se decidió completar con otras aplicaciones y reunir este material en un laboratorio virtual con el objetivo de brindar una herramienta para que los alumnos puedan acceder en sus horarios de estudio, tanto en clase como fuera de la facultad, y así reforzar los contenidos necesarios para abordar el estudio de la asignatura.

## 3. El laboratorio virtual de Análisis Matemático I

El Laboratorio Virtual de Análisis Matemático I de la FRSN, es una colección de aplicaciones creadas con GeoGebra y embebidas en un sitio web. Este laboratorio se usará en la FRSN, pero puede ser utilizado como parte de cursos semipresenciales o a distancia. Para acceder a este sitio no se necesitan claves.

GeoGebra ([www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)) es un software gratuito que permite obtener diversas representaciones de objetos matemáticos, que pueden embeberse en sitios Web. Para ello, se deben subir a [GeoGebra.tube](http://GeoGebra.tube), un repositorio de herramientas desarrolladas con GeoGebra por distintos usuarios, disponible en la nube. Desde esta plataforma, se puede después obtener el código para utilizar en páginas propias.

El Laboratorio Virtual de Análisis Matemático I incluye diferentes herramientas que abarcan los temas pilares del cálculo en una variable: funciones, límite, derivadas e integrales, mostrando algunas animaciones de los conceptos fundamentales, haciendo énfasis en el análisis de sus interpretaciones geométricas, diversas aplicaciones de estos conceptos y diferentes autoevaluaciones.

La Figura 1 muestra la página de inicio de este laboratorio.



**Figura 1.** Página de inicio del Laboratorio Virtual de Análisis Matemático I

Desde la URL [www.frsn.utn.edu.ar/gie/amilab](http://www.frsn.utn.edu.ar/gie/amilab), se accede al laboratorio. El mismo está en permanente evolución, ya que teniendo en cuenta la experiencia de uso, se irán creando nuevas herramientas así como actualizando las existentes.

A continuación se discute brevemente el contenido de los cuatro botones del menú principal, que se observan en la Figura 1: Funciones, Límites, Derivadas e Integrales. Cada tema ofrece un menú con botones de la izquierda que conduce a las diferentes aplicaciones relacionadas con el mismo.

### 3. 1. Funciones

Haciendo clic en el botón Funciones, se accede a la sección que ofrece una serie de aplicaciones interactivas sobre distintos tipos de funciones escalares. En caso que se desee más información, se puede ir al vínculo que se presenta sobre el sitio web de funciones, también desarrollado por el GIE.

En la Figura 2 se muestran imágenes de la sección Funciones del Laboratorio y del sitio ¿Cómo funcionan las funciones?, que contiene los conceptos básicos de funciones escalares, y un conjunto de ejercicios y aplicaciones de las mismas.



Figura 2. Funciones, del Laboratorio Virtual de Análisis Matemático I

Los botones de la izquierda de esta sección del laboratorio, permiten acceder a ejemplos de funciones exponenciales, logarítmicas, trigonométricas e hiperbólicas. En la Figura 3 se muestran las páginas correspondientes a funciones exponenciales y logarítmicas.

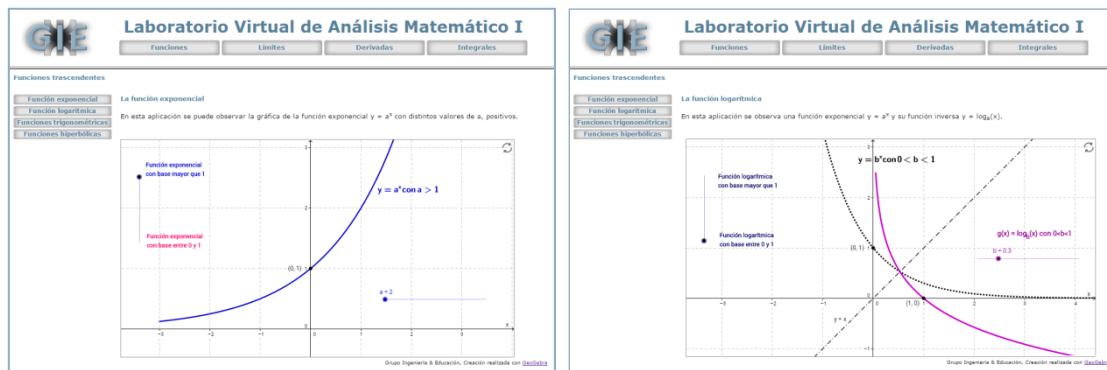


Figura 3. Funciones exponenciales y logarítmicas

### 3. 2. Límites

En la interpretación geométrica de las definiciones, la visualización juega un papel clave. Con el objetivo de mejorar la presentación de los contenidos en el curso de Análisis Matemático I, favoreciendo la visualización dinámica de los mismos, se presentan diferentes aplicaciones interactivas que animan las definiciones de límite, enfatizando el análisis de su interpretación geométrica.

La Figura 4 muestra dos de estas herramientas.

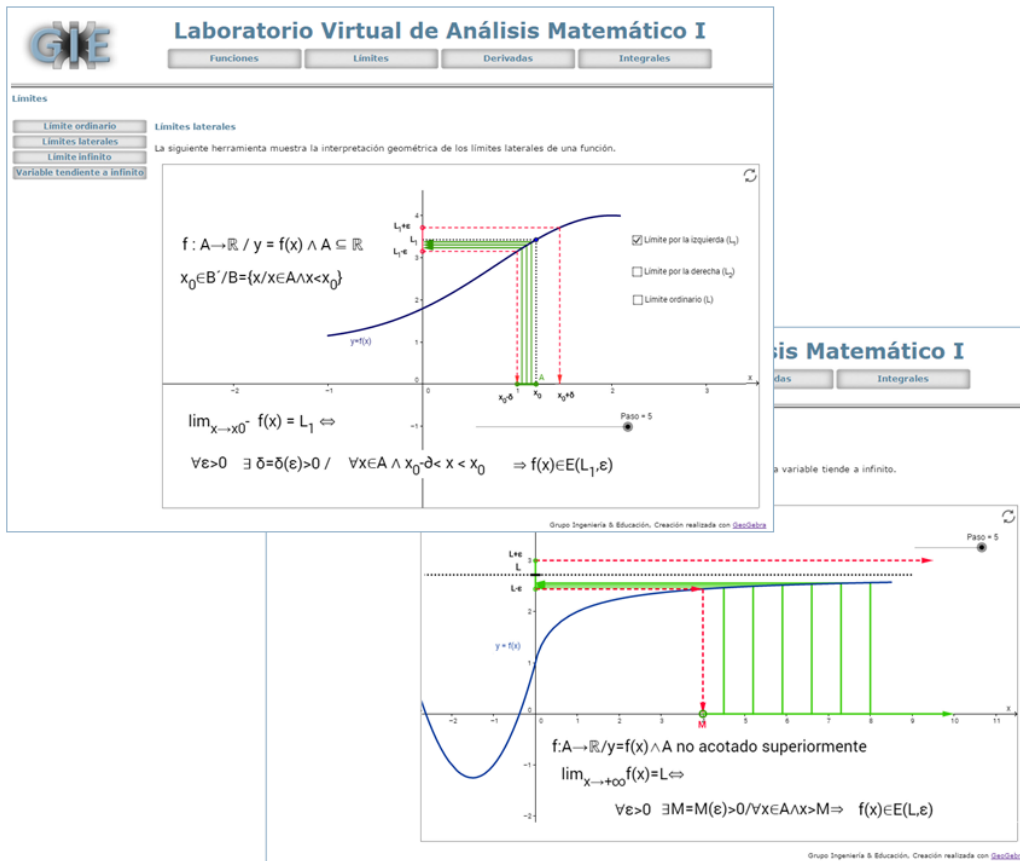


Figura 4. Límites, del Laboratorio Virtual de Análisis Matemático I

### 3. 3. Derivadas

El concepto de derivada y sus aplicaciones son abordados en el botón Derivadas del menú principal del sitio del laboratorio. Hay aplicaciones disponibles para visualizar la interpretación geométrica de la derivada, la definición de la función derivada, el diferencial, entre otras. En la figura 5 se observan dos aplicaciones relacionadas con el estudio de funciones. En una se pueden analizar los distintos tipos de punto de inflexión, en la otra el signo de la derivada en relación con el crecimiento de la función.

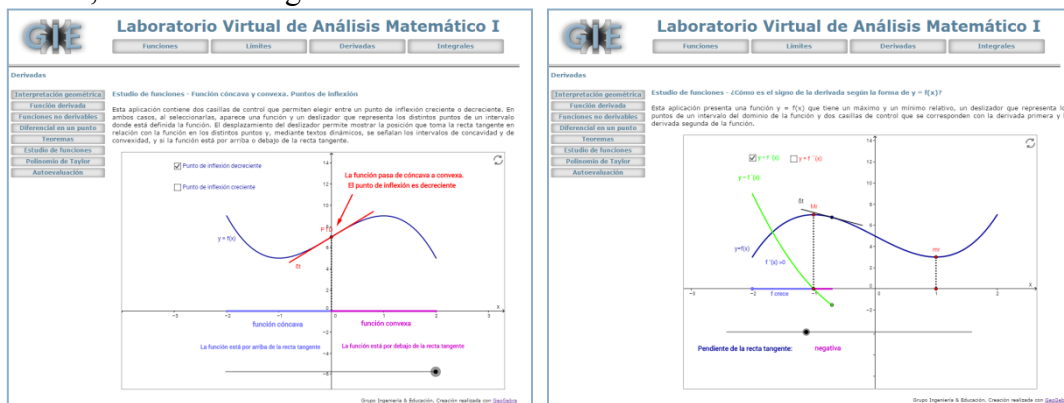


Figura 5. Aplicaciones para el estudio de funciones

### 3. 4. Integrales

En la sección Integrales del laboratorio se ofrecen aplicaciones que ilustran la definición de integral definida y de función integral (Caligaris et al., 2015), herramientas que

muestran cómo realizar el cálculo de longitudes de arco, o de áreas cuando las curvas están dadas mediante sus ecuaciones polares, entre otras. La Figura 6 presenta parte del contenido de dos de los botones de la sección Integrales.

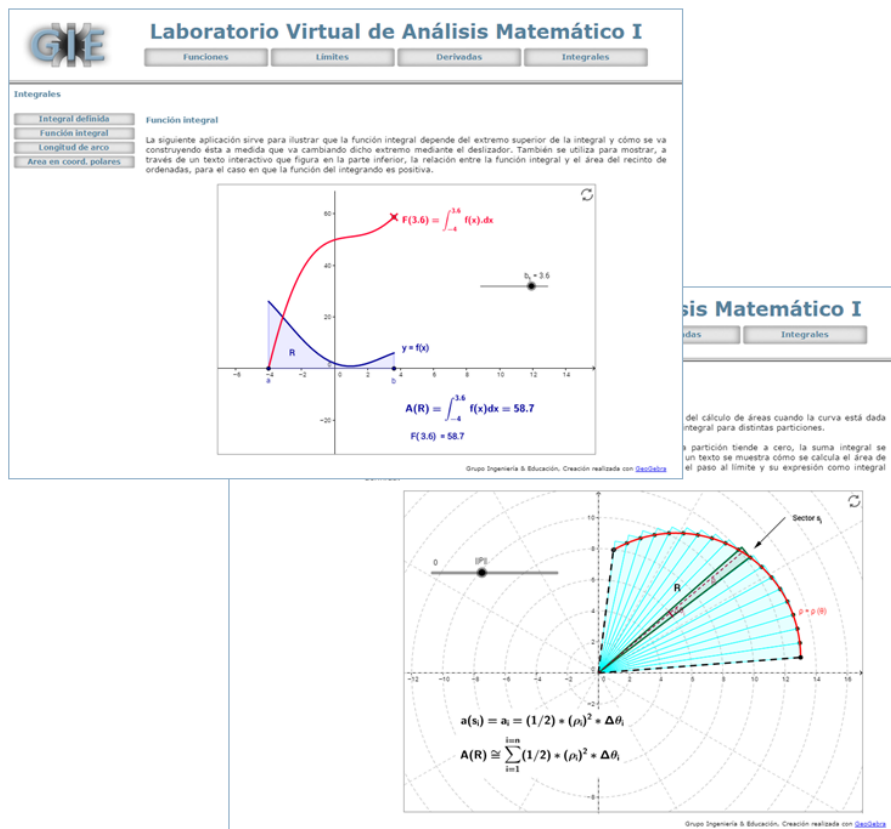


Figura 6. Integrales, del Laboratorio Virtual de Análisis Matemático I

### 3.5. Actividades de autoevaluación

Al Laboratorio de Virtual de Análisis Matemático se le irán incorporando distintas herramientas de revisión. La Figura 7 muestra alguna de estas aplicaciones.

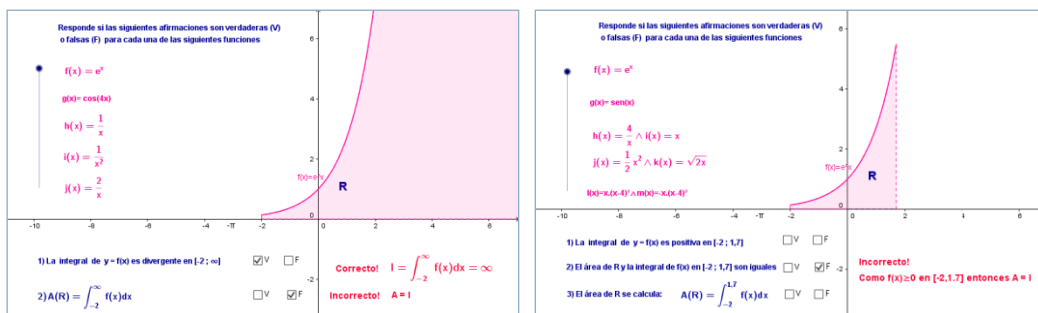


Figura 7. Autoevaluación en Integrales, del Laboratorio Virtual de Análisis Matemático I



#### 4. Conclusiones

Según Hitt (2003), uno de los problemas para el entendimiento de los conceptos del Cálculo es la falta de un acercamiento visual adecuado. Para Artigue (2003), las tecnologías informáticas, si se usan apropiadamente, se convierten en herramientas efectivas del trabajo matemático. El Laboratorio Virtual de Análisis Matemático I se confeccionó con la idea que los alumnos puedan visualizar qué ocurre cuando se modifican parámetros en leyes, o cómo están relacionadas ciertas propiedades, entre otras cosas. Los estudiantes pueden entender ciertas ideas matemáticas de manera diferente en un ambiente de geometría dinámica en el que son capaces de manipular objetos directamente, deslizándolos, en lugar de hacerlo a través de la introducción de comandos (Lee & Hollebrands, 2006).

Por otro lado, los resultados obtenidos en distintas experiencias de uso de material interactivo en la enseñanza de Análisis Matemático I, han corroborado que impactan favorablemente, mejorando el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

#### 5. Referencias

- Artigue, M. (2003). ¿Qué se puede aprender de la investigación educativa en el nivel universitario? *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 10 (2), 117-134.
- Caligaris, M.G., Schivo, M.E., Romiti, M.R. (2015). Calculus & GeoGebra, an interesting partnership. *Procedia - Social and Behavioral Sciences* 174, 1183-1188.
- Cuellar, M., Berzal, F., González, P., Marín, N., Martínez-Baena J. & Requena, I. (2009). Aula Interactiva para Prácticas con Ordenador. *Revista Iberoamericana de Tecnologías del Aprendizaje*. 4 (1), Artículo 2.
- Heradio, R., de la Torre, L., Galan, D., Cabrerizo, F., Herrera-Viedma, E., Dormido, S. (2016). Virtual and remote labs in education: A bibliometric analysis. *Computers & Education* 98, 14-38.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. & Baptista Lucio, P. (1998). Metodología de la investigación. McGraw Hill. México.
- Hitt, F. (2003). Dificultades en el aprendizaje del cálculo. Décimo primer Encuentro de Profesores de Matemáticas del Nivel Medio Superior. Morelia.
- Lee, H.S., Hollebrands, K.F. (2006). Students' use of technological features while solving a mathematics problem. *Journal of Mathematical Behavior* 25, 252-266.
- Potkonjak, V., Gardner, M., Callaghan, V., Mattila, P., Guetl, C., Petrovi, V., Jovanovi, K. (2016). Virtual laboratories for education in science, technology, and engineering: A review. *Computers & Education* 95, 309-327.
- Rodríguez G., Spiegel A. (2016). The role of audiovisual language in teaching and learning at the university. *INTED2016 Proceedings* 4320-4326.
- Schivo, M.E., Sgreccia, N., Caligaris, M.G. (2014a). Análisis Matemático I: hábitos de estudio e interés de los estudiantes de ingeniería. Veiga, D. (Ed.). *Acta de la X Conferencia Argentina de Educación Matemática, República Argentina, Ciudad de Buenos Aires: SOAREM. Sociedad Argentina de Educación Matemática*. 74-83.  
[http://www.soarem.org.ar/Documentos/ACTA\\_X\\_CAREM\\_2014.pdf](http://www.soarem.org.ar/Documentos/ACTA_X_CAREM_2014.pdf)
- Schivo, M.E., Sgreccia, N., Caligaris, M.G. (2014b). Derivada y aplicaciones: la tecnología en el aula. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa Vol. 27*, 2075-2083. P. Lestón (Ed). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- UNESCO (2000). Report of the Expert Meeting on Virtual Laboratories