

FRANCISCO VERA EN COLOMBIA Y LA PROFESIONALIZACION DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS

Luis Carlos Arboleda
luis.carlos.arboleda@gmail.com
Universidad del Valle, Cali - Colombia

Núcleo temático: Tema VIII

Modalidad: Conferencia

Nivel educativo: Universitario

Palabras clave: Historia de la educación matemática, Francisco Vera, Universidad Nacional de Colombia

Resumen

Se mostrará que la historia de la educación matemática ofrece lecciones interesantes sobre la construcción de escuelas de pensamiento matemático en nuestros países. Situada debidamente en una perspectiva pedagógica, esta historia puede igualmente contribuir a enriquecer los enfoques de formación de docentes en nuestros contextos sociales y culturales. Nos centraremos en la transición de las matemáticas del ingeniero a las matemáticas profesionales en los años 1940-1950, periodo en el cual empezaron a introducirse en el país las primeras formas de institucionalización y profesionalización de las matemáticas universitarias como práctica independiente de la formación de ingenieros. El caso de estudio es el impacto que habrían tenido en esta transición los cursos y conferencias en matemáticas y historia de las matemáticas impartidos por el matemático e historiador de las matemáticas español Francisco Vera (1888-1967) durante su exilio en Colombia (1941-1944).

Recepción de la Teoría de Conjuntos en Colombia

En la “Advertencia al Lector” de su obra *Introducción a la Teoría de Conjuntos* (Vera, 1948), Vera informa que elaboró este libro a partir de las notas del curso que dictó sobre estas materias en septiembre y octubre de 1942 en Bogotá por encargo de la Sociedad Colombiana de Ingenieros. Vera recuerda que alcanzó a publicar las dos primeras lecciones durante su estadía en Colombia, pero que tuvo que suspenderlas por “las dificultades tipográficas con que tropecé, unidas a mi desplazamiento a la Argentina”. Estas lecciones preliminares aparecieron en la revista de la Academia Colombiana de Ciencias (Vera, 1942). Si se compara este trabajo con la versión final publicada en Buenos Aires (Vera,

1948), se reconoce evidentemente el atraso del medio local bogotano en cuanto a capacidades y técnicas de impresión de signos y símbolos lógicos del lenguaje conjuntista, que dificultaban la empresa de difusión y apropiación de las matemáticas modernas entre quienes empezaban a interesarse por ellas.

De acuerdo con (Sánchez y Albis, 2009), la introducción de la teoría de conjuntos en Colombia empezó con este ciclo de seis conferencias de Vera. El primer capítulo trata de las nociones preliminares de conjuntos (cardinal y ordinal, el principio de Schröder, las operaciones entre conjuntos); el segundo se refiere a la caracterización del continuo matemático (el principio de la diagonal, la continuidad de la recta real, la comparación de infinitos). En los capítulos siguientes se exponen, respectivamente, los problemas de la teoría de la dimensión, las propiedades de los conjuntos ordenados y bien ordenados, la hipótesis del continuo, los fundamentos de la aritmética transfinita y se concluye con las paradojas del transfinito.

Aunque el carácter general del libro es divulgativo, Vera incluye numerosas referencias bibliográficas en notas de pie de página sobre la producción especializada en conexión con distintos temas de su tratado de matemática conjuntista. Las evidencias disponibles no son suficientes para documentar el impacto en Bogotá de los cursos impartidos por Vera, es posible imaginar que el verdadero propósito de estas referencias de mostrar la relevancia y fecundidad investigativa de los nuevos temas de la matemática conjuntista, no pudo pasar desapercibido de sus oyentes y lectores. El testimonio de uno de ellos, Mario Laserna, comprueba esta afirmación.

Con una inclinación particular hacia las ciencias y las matemáticas desde sus estudios de bachillerato, Laserna se sintió tan atraído por los cursos y conferencias de Vera que tomó clases particulares con él entre 1942 y 1944. Esta experiencia lo persuadió de que era necesario promover el desarrollo de las matemáticas avanzadas en el país. Decidió entonces viajar a adelantar estudios de matemáticas y física en la Universidad de Columbia en Nueva York. En 1948 retornó al país con el proyecto de crear la Universidad de los Andes (1949) que adoptaba en sus programas académicos el modelo norteamericano del ciclo básico en matemáticas y humanidades (Albis y Sánchez, 2012).

Seis años después de que Vera introdujera en sus conferencias y publicaciones las bases generales de la teoría de conjuntos y la geometría de espacios abstractos, su discípulo de entonces, Laserna, facilitaba con la visita al país de von Neumann y Lefschetz en 1950 la cualificación en el nivel de divulgación de tales bases. No se conocen los contenidos y el nivel de las conferencias, pero es posible inferir algunos elementos al respecto por la correspondencia que Laserna sostuvo con ambos matemáticos en la preparación de su visita, y por las noticias de prensa anunciando el acontecimiento (Ortiz Guzmán, 2011).

Según la correspondencia se sabe que uno de los temas de las charlas acordados inicialmente con von Neumann era “el álgebra de campos de números y constructibilidad geométrica”, el cual se impartiría de acuerdo con el libro *What is Mathematics* de (Courant y Robbins, 1941). Pero este acuerdo no pudo concretarse y la parte matemática del curso de von Neumann se orientó finalmente hacia la Teoría de Integración, siendo esta tal vez la primera ocasión en que se divulgó en el país la integral de Lebesgue antes del curso de 1952 sobre Teoría de la medida impartido por Horváth en la Universidad Nacional con base en el correspondiente fascículo de Bourbaki (Horváth, 1993).

En una de sus cartas a Laserna, von Neumann sugiere incluso el título de una de sus charlas: “El método axiomático y de la teoría de conjuntos ejemplificado por el tratamiento axiomático de la teoría de números”. En otra carta, después de ponerse de acuerdo en hablar sobre teoría de integración, insiste en que “también podría hablar sobre teoría elemental de conjuntos, esto es, sobre conceptos de G. Cantor de órdenes de infinitud y su tratamiento matemático”. Por su parte, Lefschetz dictó varias conferencias sobre las bases de la teoría de conjuntos, la topología de posición y los métodos del álgebra. (Ortiz Guzmán, 2011).

Este enfoque difiere claramente del que Vera empleó años atrás en su ciclo de conferencias sobre los conjuntos. En primer lugar, su presentación de la teoría de conjuntos parece entonces más orientada a las necesidades de fundamentar el análisis infinitesimal en el continuo real que a relacionar los conjuntos con las estructuras algebraicas. A Vera le interesa sobre todo destacar el origen histórico de la noción de grupo en los métodos algebraicos de resolución de ecuaciones, y sus aplicaciones a los grupos de transformaciones. En varias obras divulgativas sobre las matemáticas Vera se refiere

episódicamente al álgebra moderna y a los grupos como teorías de gran trascendencia en su época. Por ejemplo, en sus *Veinte matemáticos célebres* (Vera, 1961), publicación tardía de otro ciclo de conferencias históricas que dictó en Bogotá, ahora en el marco de un programa de divulgación científica auspiciado por el Ministerio de Educación Nacional.

En la *Introducción* (Vera, 1948) no se establece ninguna conexión entre conjuntos y estructuras algebraicas. En otras obras eventualmente sí se establece esta conexión, pero desde el punto de vista de la genealogía de las ideas o como mención del estado del arte de las investigaciones sin avanzar en su tematización matemática. Así, en la *Breve historia de las matemáticas*, al presentar “las tres piedras angulares de la matemática contemporánea” (funciones, grupos y conjuntos), Vera se refiere simplemente a la teoría abstracta de los grupos como uno de los campos de investigación más fecundos de los últimos tiempos, y menciona al azar los nombres de Sophus Lie, Cremona, Clifford, Noether y Cartan (Vera, 1946).

Un procedimiento parecido se emplea en el capítulo de su *Breve historia de la Geometría* bajo el título “La geometría y la teoría de grupos”, donde informa sobre los tres grupos fundamentales de la geometría: métrica, proyectiva y topología (Vera, 1944). En el capítulo II de su *Matemática para ingenieros* dedicado al Análisis combinatorio, se introduce la noción de grupo de acuerdo con el enfoque histórico de su génesis en el análisis matemático (como grupos de sustituciones entre n elementos y n combinaciones lineales) y no como estructura algebraica (Vera, 1950-53). Incluso se definen las operaciones de isomorfismo y simetría entre grupos, pero no se avanza más allá en un tratamiento algebraico abstracto de los grupos. Tampoco lo hace en el capítulo III sobre los números reales. A pesar de que construye los reales y establece sus operaciones fundamentales mediante las cortaduras de Dedekind, Vera insiste en mantener la interpretación intuitiva del principio de continuidad de los reales en términos de la biyección entre números y puntos de la recta geométrica.

Es interesante retomar algunas informaciones sobre el estado de la institucionalización de las matemáticas en Bogotá que aparecen en los prólogos de dos de las obras antes mencionadas. En el prólogo de (Vera, 1948) se recuerda que este ciclo de conferencias era parte de una estrategia de la Sociedad de Ingenieros para divulgar la matemática pura,

“puesto que la que se explicaba en la Universidad Nacional tenía más carácter concreto que abstracto, ya que entonces no existía aún en Colombia la Facultad de Ciencias creada recientemente”. Efectivamente esta Facultad se creó en 1946 con el claro propósito de proporcionarle el espacio institucional adecuado a la formación científica y matemática de los estudiantes de la Universidad Nacional (Sánchez y Albis, 2012). Con esta apreciación se muestra que Vera seguía con atención desde su exilio en Argentina, un proceso del cual él había sido pieza clave durante su estancia en Bogotá, y que apuntaba a establecer un clima más favorable para el estudio de las matemáticas abstractas, lo cual pasaba por transformar la tradición de enseñanza de las matemáticas clásicas en la profesión de ingeniero.

El prólogo de (Vera, 1961) contiene un aparte que sumado a las informaciones aportadas por (Cobos y Vallejo, 2014), arroja luz sobre las representaciones del ambiente cultural de Bogotá a las que se enfrentó Vera en su enseñanza de las matemáticas modernas. Como ya se dijo, el libro es la publicación tardía de las conferencias de Vera bajo el mismo título (*Veinte matemáticos célebres*). En este aparte Vera defiende la estrategia comunicativa “de espaldas al pizarrón y de cara al público”, que él empleaba en sus charlas, como la más apropiada para la popularización de la ciencia. En (Cobos y Vallejo, 2014) se publican dos textos ilustrativos de las tensiones locales en cuanto a esta estrategia.

El primero es una nota del periódico estudiantil *Alpha* de la Facultad de Matemáticas e Ingeniería. En ella se cuestiona la enseñanza de Vera como nebulosa y peripatética, empleando un tono irreverente frente a España y los medios académicos españoles. Se afirma que es un sofisma contratar a alguien con una mentalidad sub realista para impartir el curso de Aritmética Analítica del primer año de la carrera, en tanto que en la Facultad de Ingeniería “el todo (de la enseñanza) es el tablero”.

El segundo texto es el comentario de uno de los profesores más destacados de la Facultad (Ruiz Wilches) sobre este mismo asunto. El profesor critica a las directivas por emplear a profesores invitados del nivel de Vera en la enseñanza de cursos de la carrera de Ingeniería que los alumnos no están en capacidad de comprender. La alternativa que recomienda es proponerle a Vera que se dedique más bien a impartir seminarios y conferencias semanales sobre distintos temas puros o prácticos de su especialidad.

La diferenciación entre matemáticas técnicas y matemáticas abstractas en la formación del ingeniero.

Es interesante preguntarse por las ideas de Vera sobre el carácter más abstracto que concreto de las matemáticas que debían impartirse al ingeniero y que muy seguramente expuso en sus cursos y conferencias en Bogotá, en particular en la Facultad de Matemáticas e Ingeniería. A partir de 1950 empiezan a publicarse en Buenos Aires los tres volúmenes de curso *Matemática para Ingenieros*, un curso universitario en tres volúmenes con un enfoque moderno de los contenidos que se requerían en los programas de las Escuelas y Facultades de Ingeniería sobre Análisis algebraico, Cálculo diferencial y Cálculo integral, respectivamente. En el prólogo, Vera afirma lo siguiente con respecto a este enfoque (Vera, 1950-1953, vol. 1):

“El ingeniero de hoy no puede limitarse a la Matemática euleriana, sino que necesita de las teorías que nacieron a lo largo del siglo XIX y lo que va corrido del XX si quiere contribuir al progreso de la ciencia y, como corolario, a hacer más amable la vida de los hombres.”

Un aspecto interesante que distingue el enfoque de Vera comparado con los tradicionales textos de matemáticas para el ingeniero, es su manera de presentar los fundamentos del análisis. Es cierto que en el segundo volumen de su tratado emplea los infinitésimos para introducir a los alumnos en representaciones intuitivas de los conceptos básicos del cálculo diferencial. Pero ya en el primer volumen sobre Análisis Algebraico, el lector ha sido prevenido que en cuanto al continuo real, se trata no solo de percibir sus propiedades mediante técnicas empíricas, sino de caracterizar teóricamente a los reales como campo numérico. De manera que en el capítulo tercero procede a definir las cortaduras de Dedekind sobre \mathbb{R} , y pasa luego a estudiar las propiedades algebraicas de las operaciones sobre el campo.

Vera reafirma su posición de que la garantía de la conceptualización matemática es la formalización de las ideas y que un curso para los ingenieros no podría limitarse a su representación técnica o perceptual. Utiliza para ello la distinción entre matemática de “precisión” y matemática de “aproximación” (Vera, 1950-1953, vol. 1, 110):

“Aquella es la que facilita el desarrollo de ésta, la cual sólo interviene en las aplicaciones prácticas, de tal modo que las necesidades de la técnica quedan satisfechas siempre que se

alcance un límite de exactitud no superable por medios físicos; la matemática de precisión exige, en cambio, plena satisfacción lógica.”

Para aclararnos el uso de los infinitésimos en Vera, recordemos que Duhamel introdujo el clásico *Principio de Substitución* (PS) que permite reemplazar un infinitésimo por otro a condición de que el cociente de ambos tenga como límite la unidad. Con este principio Duhamel había pretendido fundar sobre una misma base racional tanto el Análisis como sus aplicaciones a la Mecánica (Schubring, 2005). Las distintas formulaciones conceptuales del PS han permitido a los historiadores de la matemática fijar criterios epistemológicos para examinar las transformaciones de los textos de cálculo con respecto al proceso de fundamentación del análisis en los siglos XIX y XX. La tipología más reconocida es la de M. Zerner y se puede resumir en los siguientes términos (Arboleda, 2002), (Schubring, 2005) y (Arbeláez, 2012):

Si la formulación del PS en términos del límite de una suma de infinitésimos, involucra o no el concepto de convergencia uniforme, se dice que el texto es de tercera o de segunda generación respectivamente. Así, el cálculo de Sturm, un texto ampliamente utilizado en la formación de profesores e ingenieros en Colombia en la primera mitad del siglo XX, es de segunda generación. En ausencia de una construcción de los reales para sustentar el cálculo, Sturm apela a una presentación completa de las propiedades de los infinitesimales de diferentes órdenes, en particular a través del PS, el cual será empleado posteriormente en la demostración de teoremas sobre continuidad, derivadas y diferenciales. Por el contrario, en un texto de tercera generación como el de Humbert, con una presentación moderna de los fundamentos del análisis, el uso del PS se expresa rigurosamente en términos del concepto de convergencia uniforme.

Este es el patrón empleado en (Vera, 1950-1953), concretamente cuando introduce los infinitésimos y el PS en el volumen 2 del cálculo diferencial como base para su estudio de las series numéricas y de la diferencial de un arco de curva plana. Además, el tratamiento del concepto de convergencia uniforme en conexión con el PS no es operatorio ni episódico. Este concepto es tratado de manera coherente a lo largo del volumen, principalmente en los apartes consagrados a la teoría de series de potencias y series de funciones de una y varias variables.

En fin, otra característica que permite considerar al tratado de Vera como una obra de tercera generación, se encuentra en el tercer volumen. El primer párrafo sobre los “Fundamentos del cálculo integral” empieza ilustrando el concepto de integral por medio de la noción de área bajo una curva. Sin embargo, siguiendo el patrón de los textos de tercera generación, rápidamente abandona el tratamiento de los infinitésimos para formalizar el concepto de integral definida como el límite de las sumas de Riemann y luego procede a demostrar su existencia como un teorema (p. 14). Observamos que la función sobre la cual Vera establece la integral está definida y acotada en un intervalo, pero no necesariamente es continua en ese intervalo. Según Vera, se trata así de corregir una “petición de principio” que se podría haber deslizado en la presentación de la integral definida como área bajo la curva, al limitar el concepto de integral a la clase de funciones suaves, es decir continuas y diferenciables en el intervalo salvo en puntos aislados.

Referencias

- Albis, V. S. y Sánchez, C. H. (2009). La introducción de la teoría de conjuntos y la matemática moderna en Colombia. Primera parte: el aporte de los extranjeros. *Mathesis. Filosofía e Historia de las Ideas Matemáticas*, III, 4, 265-293.
- Arbeláez, G. I. y Recalde, L. C. (2012). El desarrollo del análisis matemático en Colombia (1850-1950). *Quipu, Revista Latinoamericana de Historia de las Ciencias y la Tecnología*, 14(3), 363-394.
- Arboleda, L. C. (2002). Los tratados franceses en la enseñanza del análisis en Colombia (1851-1951): Sturm, Humbert y los otros. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 26, 533-543.
- Cobos Bueno, J. (2004). España: ciencia y exilio. *Ábaco (CICEES)*, 2ª época, 42, 157-171.
- Cobos Bueno, J. M. y Vaquero Martínez, J. M. (1999). Matemáticas y exilio: la primera etapa americana de Francisco Vera. *Llull, Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y las Técnicas*, 20, 507-528.
- Cobos Bueno, J. M. y Vallejo Villalobos, J. R. (2014). Francisco Vera Fernández de Córdoba. Crónica de su exilio y recuperación de su memoria. Manuscrito.
- Courant, R. y Robbins, H. (1941). *What is Mathematics? An Elementary Approach to Ideas and Methods*. New York: Oxford University Press.
- Horváth, J. (1993). Recuerdos de mis años en Bogotá. *Lecturas Matemáticas (SCM)*, 14, 119-128.
- Ortiz Guzmán, F. (2011). La visita de John von Neumann y Solomon Lefschetz a la Universidad de los Andes en 1950. Bogotá: Ediciones Uniandes.
- Sánchez, C. H. y Albis, V. S. (2012). Historia de las matemáticas en Colombia: De Mutis al siglo XXI. *Quipu, Revista Latinoamericana de Historia de las Ciencias y la Tecnología*, 14, 1, 109-157.

- Schubring, G. (2005). *Conflicts between Generalization, Rigor, and Intuition. Number Concepts Underlying the Development of Analysis in 17-19th Century France and Germany*. New York: Springer.
- Vera, F. (1941). *Tratado de geometría proyectiva*. La Habana: Cultural.
- Vera, F. (1942). Teoría de Conjuntos. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 5(18), 230-240.
- Vera, F. (1943). *Principios fundamentales de geometría*. La Habana: Cultural.
- Vera, F. (1943). *Historia de las ideas matemáticas*. Sociedad Colombiana de Ingenieros. Bogotá: Editorial Centro.
- Vera, F. (1944). *Breve historia de la geometría*. Buenos Aires: Losada.
- Vera, F. (1946). *Breve historia de las matemáticas*. Buenos Aires: Losada.
- Vera, F. (1948). *Introducción a la teoría de conjuntos*. Buenos Aires: Coepla.
- Vera, F. (1950-1953). *Matemáticas para ingenieros*. Vol. 1 (1950), vol. 2 (1951), vol. 3(1953). Buenos Aires: Ediar Editores.
- Vera, F. (1961). *Veinte matemáticos célebres*. Buenos Aires: Compañía Fabril Editora.