

## PROCESOS DE SIGNIFICACIÓN PARA ALGUNOS SÍMBOLOS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS

María Laura Distéfano, Marcel David Pochulu  
Universidad Nacional de Mar del Plata. Universidad Nacional de Villa María  
[mldistefano@fi.mdp.edu.ar](mailto:mldistefano@fi.mdp.edu.ar)

### Resumen

En este trabajo se presenta un proyecto de investigación de tesis doctoral cuyo objetivo es describir y caracterizar el proceso de construcción de significados de algunos símbolos algebraicos, en estudiantes universitarios. Los lineamientos teóricos del mismo están dados por el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición y la Instrucción Matemática, de Godino Batanero y Font, y por la Teoría de Representaciones Semióticas, de Duval. Se trata de una investigación de tipo exploratoria y descriptiva. Para la recolección de datos se prevé el diseño y construcción de un instrumento *ad hoc*. Se espera que los aportes teóricos de esta investigación puedan constituirse en herramientas que permitan realizar análisis críticos sobre las prácticas de enseñanza en relación a la cuestión simbólica como así también establecer criterios que podrían permitir el diseño de actividades contemplando los aspectos simbólicos.

**Palabras clave:** construcción de significado, símbolos matemáticos, nivel universitario.

### 1. Introducción

Las representaciones han sido tema de interés y de estudio desde distintas disciplinas, como la neurología, la psicología cognitiva y la semiótica, lo que ha dado lugar a una diversidad de enfoques y maneras de concebirlas. Todas estas contribuciones desde distintas ramas del conocimiento han aportado al estudio de la incidencia de las representaciones en el aprendizaje y han sido muy valiosas desde el punto de vista de la didáctica. Particularmente, la Didáctica de la Matemática ha puesto especial énfasis en la cuestión representacional. Entre los distintos lineamientos teóricos existe consenso en la relevancia de las representaciones puesto que resultan un insumo indispensable en el quehacer matemático, ya que los objetos matemáticos no son observables ni manipulables fuera de un sistema de representación. Esta característica impone el uso de representaciones semióticas, es decir de producciones constituidas por el empleo de signos (enunciados en lenguaje natural, expresiones simbólicas, fórmulas algebraicas, gráficos, figuras geométricas, etc.). De manera que el uso de representaciones se convierte en un aspecto de fundamental atención en los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta ciencia.

Tanto las representaciones internas como las externas juegan un rol fundamental en la adquisición de conocimiento. Las representaciones internas han sido ampliamente estudiadas desde diferentes enfoques y a pesar de las discrepancias entre las posturas de los investigadores, hay consenso en que son inherentes a toda actividad mental humana. Por su parte, las representaciones externas no pueden ser consideradas simplemente como un medio para exteriorizar las representaciones internas con fines de comunicación. Según Duval (2004), esto sería olvidar que las representaciones internas no pueden separarse de la interiorización de representaciones semióticas (“No hay noesis sin semiosis”, op.cit., p. 16), y que las representaciones semióticas, además de

una función de expresión para otros, cumplen una función de objetivación para el propio sujeto, permitiendo una manipulación que las representaciones internas no permiten.

Es decir que las representaciones semióticas resultan esenciales para acceder a los objetos matemáticos, para exteriorizar las representaciones mentales de un individuo y, en general, para toda la actividad cognitiva del pensamiento ya que ningún tipo de proceso matemático puede ser ejecutado sin utilizarlos (Duval, 2006).

En Matemática se hace uso de distintos registros semióticos para la construcción de representaciones, es decir de aquellos sistemas de signos que permiten la formación de representaciones y sus posibles transformaciones (Duval, 2004). El registro simbólico algebraico adquiere una relevancia fundamental al momento de las producciones escritas, y la coordinación entre este registro y el del lenguaje coloquial o natural resulta indispensable, pues la oralidad y la lectura de las expresiones simbólicas se realizan en lenguaje coloquial. Tal como expresan Colombano, Formica y Camós (2012), los docentes no advierten que existe una distancia entre lo que expresan, aún con manifiesta claridad, en lenguaje coloquial y lo que al mismo tiempo registran simbólicamente en el pizarrón.

En la práctica docente, particularmente en el nivel universitario, es frecuente observar las dificultades que los alumnos presentan en el uso del registro simbólico algebraico, tanto en la lectura como en la escritura. Esto obstaculiza la comprensión durante las clases teóricas, en la resolución de los ejercicios en las clases prácticas, en las tareas de generalización y en la lectura de la bibliografía. Como afirma Alcalá (2002), la progresión en el aprendizaje matemático se produce gracias a la apropiación y al uso de símbolos, y el nivel de dominio que el estudiante tenga sobre ellos sirve de acelerador o de freno sobre la apropiación del conocimiento matemático. Una de las razones de esas dificultades que presentan los alumnos es que realizan una construcción insuficiente o inadecuada del significado de algunos símbolos, particularmente de aquellos que Pimm (1991) denomina *logogramas*, es decir, aquellos que han sido creados especialmente para referirse a conceptos totales y que no se utilizan fuera de un contexto matemático, como por ejemplo:  $\in$ ,  $\cup$ ,  $\cap$ ,  $\subset$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\forall$ ,  $\exists$ .

No obstante, en la mayoría de las carreras universitarias que tienen a la Matemática en su diseño curricular, estos símbolos no son un objeto de enseñanza que conlleve un proceso de instrucción específico, pero sí es frecuente su uso. Si bien los profesores aluden con mayor o menor énfasis en su significado, lo realizan cuando enseñan temas o contenidos cuyas representaciones los requieren. Los alumnos, en tanto, comienzan a construir el significado de estos símbolos a través de las prácticas matemáticas que subyacen en otros objetos matemáticos (propiedades de los números reales, inducción completa, definición de límite funcional, etc.).

Se sabe que la construcción del significado no se produce por la simple decodificación del símbolo en una palabra del lenguaje coloquial. Un alumno puede leer un símbolo o incluso escribir utilizándolo de forma apropiada y, aun así, el significado asociado podría no ser correcto en el contexto en que se desempeña (Colombano, Formica y Camós, 2012). Esa construcción está asociada a las prácticas, tanto operativas como discursivas, que se llevan a cabo con el uso de esos símbolos para las representaciones semióticas de otros objetos matemáticos que son el foco de estudio. Si dicha construcción es deficiente se produce en los alumnos un conflicto de significados entre lo dicho oralmente en lenguaje coloquial y lo que se escribe en forma simbólica.

A su vez, es deseable y al mismo tiempo esperable que la construcción del significado de estos símbolos que realizan los alumnos, evolucione a medida que transcurre el tiempo, pues no se usan sólo en un momento de la carrera universitaria y luego se olvidan, sino que están presentes en las representaciones semióticas de la mayoría de los

temas y contenidos de la Matemática Superior. Un alumno puede pasar por distintas instancias en esa construcción, desde reconocer sólo el nombre del símbolo -lo que constituiría el nivel más elemental en la construcción del significado- hasta llegar a un nivel óptimo en el que lo utilice debidamente. Pero ¿cómo evoluciona la construcción de significado desde un nivel elemental hasta ser usado apropiadamente en todo tipo de prácticas operativas y discursivas de la Matemática? ¿Qué prácticas personales realizan los alumnos cuando no median procesos de instrucción específicos por parte de los profesores?

Alcalá (2002) afirma que el aprendizaje matemático es “...un proceso continuo de construcción de significados que realiza el aprendiz gracias, entre otras cosas, a la apropiación y al uso de símbolos y estructuras simbólicas.” (p. 35). Por tanto, y dado que la construcción de significado no es inmediata sino que es un proceso, el mismo se constituye en un tema de interés a investigar. Estudiar, describir y caracterizar la manera en que evoluciona este proceso para el registro simbólico algebraico puede aportar a la Didáctica de la Matemática una herramienta que permita facilitar y favorecer su adquisición y desarrollo.

## 2. Antecedentes

El uso de símbolos matemáticos y su incidencia en los procesos de enseñanza y aprendizaje han sido abordados por distintos autores, desde diversas líneas teóricas que abarcan perspectivas psicológicas, enfoques lingüísticos y aspectos didácticos.

En la mayoría de las publicaciones el interés está centrado en los primeros niveles de la educación formal. Por razones de espacio en este trabajo, no se detallan ni enumeran dichos antecedentes. Son escasos los antecedentes de estudios realizados en el nivel superior. Entre ellos se puede citar los textos de Camós y Rodríguez (2009), Colombano, Formica y Camós (2012), Distéfano, Urquijo y González (2010), Lacués Apud (2011)

## 3. Objetivos

### 3.1. Objetivo general

Describir y caracterizar el proceso de construcción de significados de símbolos algebraicos, en estudiantes universitarios.

### 3.2. Objetivos específicos

- Identificar componentes del significado, en términos de prácticas operativas y discursivas, de los símbolos más usuales en el inicio de estudios de Matemática en el nivel superior, tales como  $\in$ ,  $\subset$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\forall$ ,  $\exists$ .
- Analizar la construcción del significado personal, de los símbolos en estudio, en términos de los componentes identificados.
- Identificar y caracterizar niveles de evolución en la construcción de significados de símbolos algebraicos estudiados.
- Establecer similitudes o diferencias que pueden interpretarse en los procesos de construcción de significado de los distintos símbolos en estudio.

#### 4. Preguntas de investigación

- ¿Qué elementos componen el significado de los símbolos estudiados, en términos de prácticas operativas y discursivas?
- ¿Es posible distinguir niveles o etapas en la evolución de la construcción del significado personal de símbolos algebraicos en estudiantes universitarios?
- En caso de ser afirmativa la pregunta anterior, ¿qué prácticas matemáticas caracterizan cada nivel?
- ¿Qué similitudes o diferencias pueden interpretarse en los procesos de construcción de significado de los distintos símbolos estudiados?

#### 5. Marco teórico

Los fundamentos teóricos de la tesis se basarán en lineamientos del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS), desarrollado por Godino y colaboradores (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2007; Font, Godino y D'Amore, 2007; Godino, Batanero y Font, 2009) y de la Teoría de Representaciones Semióticas de Duval (2004).

El EOS subraya el rol que tienen las representaciones en las prácticas matemáticas y en la comprensión de un objeto. Esta comprensión, por parte del estudiante, se manifiesta en su competencia en el sistema de prácticas asociadas al mismo y cada subconjunto de ellas está condicionado por el par objeto/representación. Serán centrales en esta investigación las definiciones de *práctica matemática* y de *significado* consideradas en el EOS, como así también los de *conflicto semiótico* y *función semiótica*.

Para Duval (2004, 2006) es central el rol que juegan los sistemas semióticos de representación en el aprendizaje, ya que ningún tipo de proceso matemático puede ser ejecutado sin utilizarlos. La semiosis es considerada un primer paso hacia la noesis (D'Amore, 2005). El uso de representaciones semióticas no se restringe simplemente a la designación de los objetos matemáticos o la comunicación, sino que son esenciales para la actividad cognitiva del pensamiento. Describe tres actividades cognitivas fundamentales para la semiosis: la *formación de representaciones*, los *tratamientos* y las *conversiones*. Estos constructos serán contemplados en esta investigación.

#### 6. Metodología, diseño, etapas de la investigación y cronograma

##### 6.1. Tipo de investigación

Las características metodológicas de la investigación son de tipo interpretativo y cualitativo, ya que se pretende arribar a una comprensión profunda sobre las actividades llevadas a cabo por los estudiantes mediante un análisis inductivo/constructivo (Lincoln y Guba, 1985). El diseño metodológico escogido lleva a situar a la investigación en: *Exploratoria* (se pretende indagar sobre la construcción de significados, por parte de estudiantes universitarios, dentro del registro simbólico algebraico), *Descriptiva* (caracterizarán los rasgos fundamentales del proceso de significación de símbolos algebraicos); *Etnográfica* (se pretende comprender los acontecimientos tal y como los interpretan los sujetos investigados, a través de una inmersión en su pensamiento y

práctica); *Longitudinal* (la información será obtenida en diferentes momentos de la formación académica de los estudiantes universitarios de primer año mientras toman el primer curso de Álgebra); *Empírica* (basada en la observación directa, con un trabajo fundamentado en hechos de experiencia directa no manipulados por la investigadora); *De campo* (la información se obtendrá en el lugar de trabajo de los sujetos investigados); *Hermenéutica* (en el sentido de que se harán interpretaciones sobre las interpretaciones que hacen los estudiantes).

## 6.2. Población

Alumnos ingresantes a carreras universitarias cuyos planes de estudio incluyen materias de Matemática.

## 6.3. Muestra

Se tomará una muestra intencional con alumnos de carreras de Ingeniería y de Profesorado en Matemática de la Universidad Nacional de Mar del Plata dispuestos a formar parte de la investigación.

La intencionalidad de la muestra consiste en la selección de estudiantes que están comenzando una carrera universitaria y que cursan la asignatura Álgebra en las carreras mencionadas.

El tamaño de la muestra, estará determinado por todos los alumnos que cursan álgebra en las carreras mencionadas, que accedan a formar parte de la investigación.

## 6.4. Instrumentos

Instrumento elaborado *ad.hoc* para examinar en los estudiantes el significado que tienen construido respecto de algunos símbolos, entrevistas en profundidad de tipo semiestructuradas, producciones escritas de los alumnos en trabajos prácticos, evaluaciones parciales y finales

El instrumento construido contiene tareas de lectura y de escritura (prácticas operativas y discursivas) de expresiones cuyas representaciones involucran a los símbolos estudiados. Estas actividades pretenden evaluar la manifestación del establecimiento de las funciones semióticas que forman parte del proceso de significación de estos símbolos.

## 6.5. Fases de la investigación

- **Primera Fase:** Diseño del instrumento destinado a examinar significados de símbolos, con una primera administración del mismo a estudiantes de primer año de las carreras de Ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata para realizar los primeros ajustes. Determinación de funciones semióticas involucradas en el proceso de significación de los símbolos estudiados. Análisis de la validez, en términos de las idoneidades planteadas por el EOS, y de la confiabilidad de esta versión del instrumento. Ajuste y reformulación del instrumento de acuerdo con los resultados obtenidos.
- **Segunda Fase:** Administración del instrumento a los alumnos ingresantes a las carreras de Ingeniería y Profesorado en Matemática de la Universidad Nacional de Mar del Plata. Dicha administración se llevará a cabo en la semana posterior a la primera evaluación parcial, lo que garantiza que los estudiantes han realizado un proceso de

estudio sobre temas matemáticos que involucraron representaciones que emplean los símbolos que son objeto de estudio de esta investigación. Entrevistas en profundidad, de tipo semiestructurado, a un grupo de reducido de estudiantes, seleccionados a partir de los datos relevados en la administración del instrumento, que permitan reinterpretar y complementar el análisis de lo que manifiesten en forma escrita. Análisis de producciones escritas en trabajos prácticos, evaluaciones parciales y finales, de estos alumnos, en la búsqueda de procesos de significación que llevan a cabo.

- **Tercera Fase:** Análisis conjunto de la información relevada en la fase anterior. Nuevas entrevistas, en los casos que resulten de interés, para intentar identificar los sistemas de prácticas y/o estrategias que ponen en juego los alumnos en el proceso de significación.
- **Cuarta Fase:** Repetición de las dos fases anteriores con una nueva cohorte, habiendo ajustado los instrumentos empleados.
- **Quinta Fase:** Análisis de los dos procesos de estudio llevados a cabo en las tres fases anteriores, caracterizando los niveles de construcción de significados y proponiendo categorías en la evolución de dicha construcción.

## 7. Impacto en el área y resultados esperados

Al concluir la investigación se espera poder describir el proceso de construcción de significado, que realizan los estudiantes, de algunos de los símbolos más usuales en el inicio de estudios de Matemática en carreras universitarias, determinando y caracterizando niveles en dicho proceso. También se espera obtener un instrumento validado que permita determinar niveles en dicho proceso de construcción.

Los aportes teóricos de esta investigación podrán constituirse en herramientas que permitan realizar análisis críticos sobre las prácticas de enseñanza en relación a la cuestión simbólica, establecer criterios que podrían permitir el diseño de actividades contemplando los aspectos simbólicos, construir un conjunto de indicadores que permitan valorar la construcción de significado que tienen los alumnos sobre los símbolos y prever posibles acciones para favorecer este proceso de construcción de significados en aquellos estudiantes que demuestren dificultades en dicho proceso.

## 8. Referencias

- Alcalá, M., (2002). *La construcción del lenguaje matemático*. Barcelona: Grao.
- Camós, C.; Rodríguez, M. (2009). *Exploración del uso de los lenguajes natural y simbólico en la enseñanza de Matemática superior*. Memorias del VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (VI Cibem). Chile. Disponible en: <http://ebookbrowse.com/articulo-camos-rodriguez-texto-completo-pdf-d36067393>. Recuperado: 30/06/11.
- Colombano, v., Formica, a., Camós, C (2012). Enfoque cognitivista. En Pochulu, M. y Rodríguez, M. (compiladores). *Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. 115-152. Editorial Universitaria de Villa María: Villa María.
- Distéfano M. L., Urquijo, S. y González, S. (2010) Una intervención educativa para la enseñanza del lenguaje simbólico. *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 23; 59-71. ISSN 1815-0640.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano*. Colombia: Universidad del Valle. Instituto de educación y pedagogía.

- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*. 61 (1), pp. 103-131.
- Font, V., Godino, J. D. y D'Amore, B. (2007). Enfoque Ontosemiótico de las representaciones en Educación Matemática. En M. J. Alderete y M. L. Porcar (Eds.), *Temas de Didáctica de las Matemáticas* (pp. 1-20). Mendoza: Universidad Nacional de Cuyo.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2007). *Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Recuperado el 12 de agosto de 2011 de: [http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/pauta\\_valoracion\\_idoneidad\\_5enero07.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/pauta_valoracion_idoneidad_5enero07.pdf)
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2009). *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Recuperado el 12 de agosto de 2011 de: [http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis\\_eos\\_10marzo08.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_10marzo08.pdf)
- Lacús Apud, E. (2011). Enseñanza y aprendizaje de los sistemas matemáticos de símbolos. *Didac*, 55-56, pp. 29-35.
- Lincoln, Y., Guba, E. (1985). *Naturalistic inquiry*. Newbury Park: SAGE Publication, Inc.
- Pimm, D. *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: Morata, 1990.