JUEGOS Y MATEMÁTICA PARA LA ESCUELA SECUNDARIA

Falsetti, Marcela; Flores, Nadia; Sarni, Melina
Universidad Nacional de General Sarmiento.
mfalse@ungs.edu.ar, nflores@ungs.edu.ar, msarni@ungs.edu.ar

Resumen

En este trabajo se presenta una discusión sobre el valor didáctico del juego para la enseñanza de la Matemática en la escuela y el análisis de una experiencia de actividad lúdica con manipulación de piezas para abordar el Teorema de Pitágoras (TdP). El material de esta experiencia forma parte de una propuesta de "valija didáctica" del Programa "Imaginario va a la escuela" del Museo Interactivo de Ciencia, Tecnología y Sociedad Imaginario. En el juego propuesto hay reglas que imprimen interacciones sociales, manipulación de objetos, sistematización de información, enunciado de propiedad, reflexión sobre generalización. Se analizará el valor didáctico, de acuerdo a los parámetros señalados por Vankús (2008), del juego propuesto para la escuela secundaria.

Palabras clave: Aprendizaje matemático, Teorema de Pitágoras, Juegos didácticos, Museo interactivo.

Abstract

In this paper we present a discussion about the educational value of games for the math teaching in schools. Also an experience of a ludic activity with manipulation of pieces for tackle Pythagora's theorem is analysed. The material used in this experience is part of a proposal of "educational case" from the program 'Imaginario goes to school' which it belongs to the Museum Interactive of Sciences, Technology and Society 'Imaginario'. In the proposed game, there are some rules that give social interactions, object's manipulation, information's systematization, property formulations and reflection about generalization. The educational value of the proposed game for high school it will be analyzed according to the parameters indicated by Vankús (2008).

Keywords: mathematics learning, Pythagora's theorem, educational games, interactive museum.

1. Introducción

Presentamos aquí una discusión sobre el valor didáctico del juego para la enseñanza de la Matemática en la escuela secundaria y el análisis de una experiencia de actividad lúdica con manipulación de piezas para abordar el Teorema de Pitágoras. El material de esta experiencia forma parte de una propuesta del Programa "Imaginario va a la escuela" del Museo Interactivo de Ciencia, Tecnología y Sociedad Imaginario. Este programa tiene por objetivo generar el protagonismo de los estudiantes en las distintas actividades que propone, las cuales buscan motivar los interrogantes propios del estudio de la ciencia en el contexto de la comunicación pública. Las valijas didácticas contienen dispositivos para dar lugar a la experimentación, la observación, las situaciones lúdicas y exploratorias en ciencias naturales, exactas y sociales. Cada dispositivo va

acompañado de un conjunto de actividades y la organización de su implementación corresponde al subprograma “Valiciencia”.
Así los profesores notan que se pueden lograr aprendizajes en ciencias con otros recursos distintos a las actividades escolares. Esto va en consonancia con las tendencias mundiales de incorporar el juego didáctico en la programación curricular y en el sistema educativo (Pulos and Sneider, citados en Vankús, 2008; Garro, Touchard, 2015).
Si bien el uso de los juegos en la práctica educativa es un recurso de larga tradición, el análisis psicológico y epistemológico de su aporte para el aprendizaje es relativamente reciente. Los trabajos de Piaget han contribuido a entender el papel de lo lúdico en el aprendizaje y en la evolución intelectual desde lo psicológico: “es sabido que el juego constituye la forma de actividad inicial de casi cada tendencia, o al menos un ejercicio funcional de esta tendencia que la activa al margen de su aprendizaje propiamente dicho y actúa sobre éste reforzándolo” (Piaget, 1991, pag. 35). También los aportes de Vigotsky sirven para entender el valor social del juego, las evoluciones psicológicas y la relación del juego con el significado y la acción (Vigotsky, 2009). En lo referido al juego para el aprendizaje matemático, Miguel de Guzmán (1984) realiza una analogía entre actividad matemática y actividad lúdica, resaltando el aprendizaje de heurísticas: “la semejanza de estructura de la matemática y los juegos permite ejercitar en éstos las mismas herramientas, los mismos procesos de pensamiento que en los desarrollos matemáticos. Las habilidades heurísticas en matemáticas pueden iniciarse con enorme fruto en la práctica y exploración de los juegos”.Los juegos matemáticos conforman en varias ocasiones el dispositivo didáctico que es pieza clave en la generación de las situaciones de aprendizaje. Así son concebidos, por ejemplo, en la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) (Brousseau, 1997). Como señala Brousseau (2007), un dispositivo está conformado por un medio material (piezas, desafío planteado verbalmente, enunciado, etc.) y reglas de interacción con él.
No son muchas las experiencias reportadas en relación con la escuela secundaria, al contrario de lo que sucede en la escuela primaria donde podemos encontrar múltiples ejemplos de juegos en el aula. Rescatamos el trabajo de Vankús (2008) quien realizó una investigación experimental en la escuela secundaria, con grupo testigo, que consistió en enseñar temas de geometría mediante juegos didácticos para estudiar cómo estos afectan el conocimiento matemático de los estudiantes y su actitud hacia el aprendizaje matemático. En sus conclusiones, los tests aplicados no revelan una diferencia significativa de conocimientos en los contenidos con respecto a otros enfoques de enseñanza, sin embargo sí es sustantiva la diferencia en su actitud hacia la Matemática.
Nuestro estudio se circunscribe a una propuesta de juego y a las acciones de los estudiantes en esta situación, recabadas mediante registro de observación participante, para corroborar las características didácticas del mismo.

2. Recorrido sobre la enseñanza del Teorema de Pitágoras a través del juego en museos interactivos

El TdP es un tema matemático dúctil para ser trabajado a través del juego y la experimentación. En nuestro caso se intenta introducir no sólo el resultado “operatorio” (calcular un lado de un triángulo rectángulo conociendo los otros dos) sino también la comprensión de la lógica de las condiciones que se tienen que cumplir para que valga dicho resultado y la generalización de la propiedad observada en los casos manipulados. Como el dispositivo se enmarca en “Valiciencia”, indagamos la situación en otros museos interactivos. Allí podemos encontrar ejemplos de juego con TdP que dividiremos en dos tipos: “con fluidos o materiales granulares” y “con rompecabezas”.

Fotografía 1 **Fotografía 2**

Museo Interactivo de Matemática “MateUBA” del FCEN de la UBA

Fotografía 3

Museo Participativo de Ciencias “Prohibido no tocar”

En las fotografías 1 y 3 podemos apreciar dos dispositivos del primer tipo. Son de gran tamaño y quien los manipula debe hacer girar el artefacto. De esa forma se nota que el fluido de los cuadrados menores se desplaza al grande rellenándolo. Los dos casos se basan en el trabajo con la conclusión del teorema y el tamaño es un gran atractivo de la experiencia. Además, se puede observar que sólo se tiene en cuenta un triángulo particular y dado que no se trabaja con la hipótesis del teorema, ésta se puede perder de vista. En la fotografía 2 podemos ver un ejemplo de lo que denominamos “con rompecabezas”. Estos últimos pueden ser encontrados también en manuales de texto para docentes y estudiantes y en páginas web. En estos casos se corre el riesgo de que los visitantes pierdan de vista asuntos importantes como la hipótesis, la reflexión sobre las medidas implicadas, el alcance del resultado, ya que en ocasiones resulta más complejo el armado del rompecabezas que el teorema en sí mismo.
Consideramos que estos dispositivos no resaltan la hipótesis del teorema y su significado, lo cual sería necesario para relacionarlo con el enunciado recíproco del TdP, que es también válido. Además, las reglas del juego están dadas por las restricciones del dispositivo y, por otro lado, la interacción entre los participantes no está clara. Puede ser que, de acuerdo a las intervenciones del profesor o del guía, el rol del visitante sea de tipo participativo en la construcción de la propiedad o puede ser manipulador-espectador-verificador, que es más pasivo.

3. Características del juego con valor educativo

M. Zelinova (cita en Vankús, 2008) precisa el análisis de las funciones educativas de un juego. En el área cognitiva tiene funciones motoras y sensoriales, activa la memoria, desarrolla habilidades para evaluar y estimula el pensamiento creativo. En el área no cognitiva mejora la autoconfianza, la motivación, el comportamiento social y genera placer por las actividades creativas. En el área matemática, Vankús (2008) analiza, según la TSD, las partes de un juego didáctico: milieu del juego, objetivos del juego, reglas del juego, actividades del profesor y de los estudiantes, evaluación final. Nos parece importante resaltar esta última parte: un juego sin evaluación final, sin un cierre, pierde su valor didáctico. En esta evaluación final deben explicitarse los siguientes puntos: cuáles son los resultados del juego, las estrategias ganadoras, los obstáculos sorteados y cómo estos se relacionan con un corpus matemático construido o en construcción. En el mismo trabajo, Vankús señala fases y componentes importantes de la enseñanza a través de juegos que están presentes en el nuestro:

1. Mediante el juego se debería cubrir por completo los objetivos de aprendizaje de esa clase.
2. Los materiales deben ser de fácil acceso para la clase.
3. Además de las componentes mencionadas antes según la TSD, es importante el nombre del juego que debe ser atractivo para los jugadores y caracterizar su contenido.
4. El juego puede tener formato de competencia entre equipos.
5. El docente o el guía debe regular el proceso así como supervisar que se mantengan las reglas.
6. Valoración, que puede manifestarse en puntuación, del trabajo de los estudiantes durante el juego. Según el autor esto motiva a los participantes a poner lo mejor de sí durante el juego.

4. El diseño del dispositivo

La propuesta consiste en introducir el Teorema de Pitágoras por un “juego de postas”, es decir un juego dividido en equipos y cada uno a su vez en subequipos que realizan la tarea de manera cooperativa y enlazada (la competencia es algo que se acuerda con el docente según las características del grupo, dado que la misma podría estimular actitudes negativas entre los distintos equipos). A la luz del material teórico de Vankús, el juego presenta la cuarta característica.
Los materiales que se ponen a disposición de los participantes son figuras planas de madera y cartón: triángulos rectángulos de diferentes tamaños y cuadrados de diferentes tamaños. Los triángulos están construidos según ternas pitagóricas teniendo en cuenta distintas unidades de medida. Los contenidos previos necesarios que se deben tener en cuenta son área, longitud, reconocimiento de triángulos rectángulos y cuadrados. Esto concuerda con la segunda fase a la que hace referencia el autor.
Además existe un jurado, integrado por el profesor y los guías, que supervisa y evalúa la actuación general de cada grupo. Según las características de Vankús, encontramos aquí la regulación del proceso y la supervisión de las reglas.
En la posta 1, uno o dos jugadores deben indicar por escrito a otro jugador cómo elegir figuras, entre varias, de manera que se forme la configuración que se muestra en la figura 1. El jugador que escoge el material debe entender el esquema, sin verlo, a partir de su descripción y escoger figuras que lo satisfagan. Se trata de una tarea de “dictado de figuras”. El propósito de esta posta es explicitar las características de las figuras intervinientes, explicitar el armado del esquema, usar el lenguaje adecuado y preciso.

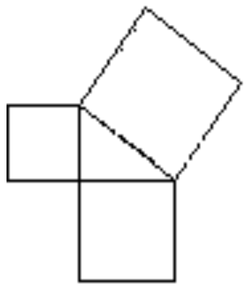

Figura 1

En la posta 2, teniendo el esquema formado de la posta 1 y dados cuadrados de tres tamaños diferentes u, u’ y U (cuya relación es u = 4u’ y U=4u), se debe averiguar las longitudes de los catetos usando como patrones los lados de los cuadrados. Además deben hallar las áreas de los cuadrados de la configuración armada usando los distintos patrones de área. El propósito de esta posta es que revisen el proceso de medición de áreas y de longitudes. Se espera también que los jugadores observen que las medidas varían según el patrón elegido y que organicen la información de modo de ser utilizada en la siguiente posta.

La posta 3 consiste en que los jugadores completen una planilla que organiza la información anterior y encuentren una relación numérica entre las medidas. Es esperable que surja la relación de que la suma de las áreas de los cuadrados sobre los catetos (A1, A2) es igual al área del cuadrado cuyo lado coincide con la hipotenusa (A) (A1+A2=A) y que esta relación es independiente de las medidas de dichas áreas según el patrón. Llegan a esta relación observando los datos numéricos de las planillas y que la agrupación de los cuadraditos (u, u' o U) que sirvieron para cubrir los cuadrados sobre los catetos es la necesaria y suficiente para cubrir el cuadrado mayor.
Finalmente, en la última posta participan todos los jugadores de cada equipo. Se responden una serie de preguntas con puntaje que orientan a "traducir" el resultado hallado con las áreas de los cuadrados a la relación entre los cuadrados de las medidas de los catetos y el cuadrado de la medida de la hipotenusa del triángulo rectángulo. El puntaje lo asigna el jurado, docente y guías, que observa el proceso en todos los equipos y está dado por una ponderación entre el tiempo empleado por cada equipo para resolver, su capacidad de organización, integración social y la corrección de las respuestas y resultados. De esta forma la actividad responde a la última fase de la teoría de Vankús donde se da valoración al trabajo de los estudiantes durante el juego. Se espera de los participantes el siguiente enunciado: "Para cualquiera de los triángulos trabajados, la suma de los cuadrados de las medidas de los catetos es igual al cuadrado de la medida de la hipotenusa". Aquí se concluye el juego con la enunciación completa del TdP, respondiendo así a la primera fase de la teoría citada anteriormente.

5. Reseña de la actuación de los alumnos en situación de juego

El juego se puso en práctica a modo de prueba para afirmar o repensar cuestiones como: duración estimada de la actividad, rol de cada subgrupo y sus respectivos integrantes, modo de obtener las conclusiones del juego, etc. La propuesta se implementó en dos terceros años de escuela secundaria en el 2015 y en otros dos terceros años en 2016. Se realizaron observaciones durante el tiempo de juego en el aula. Se tomó registro de lo sucedido mediante distintas planillas, exhibimos algunos rubros de la planilla para la primera posta:

POSTA Nº1	GRUPO 1		GRUPO 2		GRUPO 3	
Escriben el mensaje (verbalización de la acción)	Si		Si		Si	
	No		No		No	
	Regular		Regular		Regular	
	No lo hace		No lo hace		No lo hace	
Tiene coherencia entre lo que hace y el mensaje transmitido al compañero.	Si		Si		Si	
	No		No		No	
	Regular		Regular		Regular	
	No lo hace		No lo hace		No lo hace	

Fueron confeccionadas otras dos planillas similares para las siguientes postas.

Detallamos algunas dificultades que encontraron los jugadores, aspectos positivos y observaciones que surgieron:

- Las mediciones de la longitud los lados del triángulo con las diferentes unidades de medida no fueron las esperadas debido al error inducido por los materiales (los cuadrados U, u, u´) y a que no juntaban bien las piezas una al lado de la otra.
- Los participantes de los subgrupos 2 y 3 no participan de las postas anteriores hasta que les llegue su turno. Una posible reformulación con la idea de que todos los jugadores participen a lo largo de todo el juego, es que los integrantes de cada subgrupo lideren la posta correspondiente pero el resto de los jugadores colaboren con cada tarea.
- Al ser grupos numerosos, se torna más dificultoso tomar las decisiones ya que deben atender a las observaciones y opiniones de cada uno de los integrantes. De esta forma surge espontáneamente el diálogo, la reflexión, el cuestionamiento y la argumentación.
- En la posta 1, los jugadores logran después de varios intentos de escritura transmitir la idea de la configuración pedida. Cuesta que logren poner por escrito las instrucciones y para ello los guías deben intervenir en la etapa de búsqueda de los materiales realizando preguntas que dejen ver los huecos en la información. De esta manera los jugadores se vuelven a reunir reescribiendo las instrucciones hasta que sean lo suficientemente específicas.
- Pudieron reconocer la relación entre las tres unidades de medida y luego predijeron las medidas de longitud y área para las distintas unidades.
- Lograron establecer la relación numérica entre las magnitudes que se pusieron en juego de las figuras geométricas. En algunos casos lo hicieron a partir de la configuración que armaron con los materiales, en otros casos la obtuvieron a partir de la información escrita.
- El tiempo estimado para que se desarrolle el juego completo no puede ser menos de dos horas.

6. Conclusiones

Según lo descripto, el juego diseñado tiene valor didáctico por cuanto cumple las características enunciadas en la sección 3. Reúne una serie de tareas complejas y aunque tiene una duración larga, de dos horas, los estudiantes logran permanecer atentos. Además muestran una actitud positiva frente al juego que es una actividad distinta a las actividades escolares comunes, y junto a la aceptación del docente se da lugar a un aprendizaje significativo. En el contexto del juego es interesante observar cómo los participantes revisan el concepto de medida junto con el proceso de medición y cómo les sorprende que A1+A2=A a pesar de las distintas medidas con diferentes patrones. El juego modela un proceso inductivo de aprendizaje sobre la base de trabajar con algunos triángulos y con algunos patrones de medición, induciendo la formulación de condiciones de validez y la generalización que permite el proceso experimental. Hay también discernimiento entre las formulaciones del teorema: una basada en área de cuadrados y otra en medidas de lados de triángulos, que se explicitan en la última instancia del juego. Como tarea final este equipo de trabajo pretende, además de seguir implementando la actividad en distintos cursos, poder alcanzar un estadio más a través del trabajo con el recíproco, lo cual se puede desprender rápidamente de la actividad planteada.

7.Referencias

Brousseau, G. (1997). Theory of didactical situations in mathematics, KluwerAcademic Publisher.
Brousseau, G. (2007) Iniciación al estudio de la teoría de situaciones didácticas. Libros del Zorzal. Buenos Aires. Argentina.
de Guzmán, M. (1984) Juegos matemáticos en la enseñanza. Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas Santa Cruz de Tenerife, 10-14 Septiembre 1984 Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas Isaac Newton. Disponible en http://www.mat.ucm.es/catedramdeguzman/old/06juegomat/juegosmatensenanza/juemat.htm# El fundamento matemático de los juegos. Consultado el 8 de abril 2016
Garro A., Touchard,E. (2015). Les jeux mathématiques en clase. Disponible en http://www.acgrenoble.fr/ien.pontdecheruy/IMG/pdf/Les_jeux_mathematiques_en_classe_theorie.pdf
Piaget, J. (1991) Seis estudios de psicología. Ed. Labor. Barcelona. España.
Vankús, P. (2008). Games based learning in teaching of mathematics at lower secondary school. Acta DidacticaUniversitatisComeniaeMathematics, Issue 8, 103-120.
Vigotsky, L. (2009) El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Ed. Crítica. Barcelona España.