

# ENSEÑANZA POR INVESTIGACIÓN EN LA ESCUELA SECUNDARIA: DISEÑO, IMPLEMENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RECORRIDOS DE ESTUDIO Y DE INVESTIGACIÓN CODISCIPLINARES EN MATEMÁTICA Y FÍSICA

María Paz Gazzola

Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT). Universidad  
Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN).

Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET). Argentina

[mpgazzola@exa.unicen.edu.ar](mailto:mpgazzola@exa.unicen.edu.ar)

## 1. Presentación y delimitación del problema

Desde hace casi dos siglos y también actualmente, la matemática se presenta en la escuela secundaria como un conjunto de obras completas y terminadas, incuestionables e inconexas, no sólo para los alumnos, sino también para los profesores, quienes experimentan altos niveles de frustración. Esto, produce un fenómeno didáctico llamado *monumentalización del saber*, porque se reduce la enseñanza y el aprendizaje de la matemática a la “*visita de obras cristalizadas y en cierto sentido, muertas*” (Chevallard 2004). Dicho fenómeno, origina la *pérdida de sentido* de la matemática escolar y la desaparición de las “razones de ser” de las organizaciones matemáticas propuestas para ser estudiadas en la escuela.

Esta investigación adopta como referenciales teóricos a:

a) la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Yves Chevallard (1999, 2004, 2007, 2009, 2012, 2013) que propone la sustitución del paradigma monumental por otro aún emergente, que promueve una enseñanza basada en la investigación y el cuestionamiento del mundo.

b) la Teoría de los Campos Conceptuales de Gérard Vergnaud (1990, 2013) que es una teoría pragmática de la conceptualización de lo real, con sólidas implicaciones didácticas y que utilizamos para analizar lo que aprendieron los estudiantes como resultado de la enseñanza por investigación realizada.

Los REI son dispositivos didácticos que consisten en el estudio de preguntas  $Q$ , como punto de partida del saber, y en la construcción de posibles respuestas  $R$ , por parte de la comunidad de estudio. El estudio de  $Q$  permite la formulación de numerosas cuestiones derivadas, cuyo estudio llevará a la (re)construcción de un gran número de praxeologías (matemáticas y físicas), que contienen respuestas parciales a  $Q$ . La relevancia que adquieren las preguntas en el proceso de estudio, permitiría recuperar las razones de ser de las preguntas estudiadas y el sentido del saber.

El llamado Paradigma de Investigación y Cuestionamiento del Mundo (PICM) es aún emergente y solo se puede recrear aisladamente de manera experimental. Este trabajo intenta promover el PICM en contextos experimentales controlados. Nuestro equipo de investigación ha desarrollado varios REI en cursos usuales de la escuela secundaria, mayoritariamente monodisciplinarios. Estos REI recrean sólo parcialmente el PICM, en la medida que producen encuentros “arreglados” con el saber, porque la *topogénesis* y *mesogénesis* resultan controladas por el profesor. Nuestros resultados son consistentes con las afirmaciones de la TAD, según la cual, los REI monodisciplinarios no permiten superar completamente la monumentalización (Gazzola, 2012; Gazzola, Llanos y Otero 2013; Otero, Llanos y Gazzola 2012).

En este proyecto, nos proponemos desarrollar un REI genuinamente codisciplinar en matemática y física en la escuela secundaria. La codisciplinariedad es esencial para

garantizar la apertura del REI, que por tal razón, se denomina parcialmente finalizado o abierto, en cuanto a las praxeologías que se pueden estudiar. En nuestro caso, al realizar la investigación en cursos habituales de matemática en escuelas ordinarias, se corre el riesgo de que la matemática sea preponderante. Por tal razón, se decidió proponer una pregunta generatriz fuertemente vinculada a la física como  $Q_0$ : *¿por qué se cayó la piedra movediza de Tandil?* La Piedra Movediza era una curiosa roca basáltica (granito) de 248 Tn (Peralta et al., 2008) ubicada en la cima de un cerro de unos 300 m de altura, al borde de un precipicio serrano, que bajo ciertas condiciones experimentaba movimientos oscilantes discontinuos.

Entre otras, las preguntas posibles se refieren a ¿Cuál era su forma, tamaño, densidad, posición? ¿Qué condiciones llevaron a la caída de la piedra? ¿Fue un hecho previsible debido al desgaste erosivo de la base, al cabo de miles de millones de años? ¿Fue una consecuencia de los barrenos diarios en las canteras instaladas en el cerro? ¿Fue un atentado?, pues se desarrollaba en esa época una huelga de picapedreros, que quizás podrían haberla derribado con una carga de explosivos importante, o ¿su caída fue la consecuencia de realizar con maestra precisión un pequeño torque, que produjo un fenómeno físico propio de los sistemas oscilantes, llamado resonancia mecánica?

Para desarrollar un REI, al menos tres gestos didácticos llamados por la TAD *dialécticas*, son indispensables: la dialéctica de *las preguntas y las respuestas*, la de los *medio-media*, y la del *individuo y el colectivo*. Y en menor medida serían deseables: *entrar y salir del tema*, *las cajas negras y las cajas claras*, *excripción e inscripción textual*, *la producción y de la difusión*.

Existen también condiciones de índole estructural que afectan el desarrollo del REI en el aula, debido a los sistemas de información que deberían estar disponibles para poder construir y validar una respuesta a la pregunta formulada. Por ejemplo: tener acceso libre a internet y a libros científicos, de divulgación, crónicas historiográficas, papers (estudios de ingeniería para colocar la réplica emplazada en el lugar donde estaba la piedra), diarios, etc., que habiliten el acceso a la física de los sistemas oscilantes: simples, amortiguados y forzados y a la matemática que sostiene la descripción dinámica de estos sistemas sobre los cuales existen diversos *applets* y *physlets* de acceso libre: [http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/oscilaciones/biblio/biblio\\_oscilaciones.html](http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/oscilaciones/biblio/biblio_oscilaciones.html), <http://www.elmer.unibas.ch/pendulum/>, <http://www.walter-fendt.de/ph14s/>, <http://phet.colorado.edu/en/simulation/mass-spring-lab>.

## 2. Objetivos

### *Objetivos generales*

1. Desarrollar un REI genuinamente codisciplinar en la Escuela Secundaria.
2. Analizar la ecología y la economía de los REI como dispositivos para realizar enseñanza por investigación en la escuela secundaria.
3. Evaluar el aprendizaje que producen los REI utilizando la TCC.
4. Promover un diálogo entre la TAD y la TCC.

### *Objetivos específicos*

1. Implementar en al menos cinco cursos ordinarios de la escuela secundaria, un REI genuinamente codisciplinar.
2. Describir el funcionamiento del REI a partir de la base empírica obtenida en 1. considerando las tres dialécticas esenciales y las complementarias.
3. Elaborar, desarrollar y readaptar sostenidamente un posible Modelo Praxeológico de Referencia (MPR) para el REI.

4. Elaborar, desarrollar y readaptar sostenidamente una posible Estructura Conceptual de Referencia (ECR) para evaluar el aprendizaje que produce el REI.
5. Analizar la compatibilidad entre MPR y ECR.
6. Describir y analizar los resultados obtenidos en las implementaciones utilizando el esquema herbartiano.
7. Analizar la conceptualización de ciertos conceptos identificados en la ECR.

### 3. Preguntas de la investigación

1. ¿Cuáles son las condiciones y restricciones que afectan la ecología y la economía del desarrollo de este REI genuinamente codisciplinar en la Escuela Secundaria?
2. ¿En qué medida la base empírica permite sostener la existencia de las tres dialécticas fundamentales y asegurar que efectivamente se desarrolló el REI?
3. ¿En qué medida la base empírica permite sostener la existencia de las restantes dialécticas?
4. ¿Qué praxeologías se estudian a partir de este REI?
5. ¿Qué matemática y qué física aprenden los estudiantes que viven este REI?  
¿Qué evaluación es apropiada dentro del REI?
6. En la dimensión didáctica: ¿cuáles son los puntos de encuentro entre los referenciales teóricos utilizados en la investigación?

### 4. Marco Teórico

La TAD ha construido elementos alternativos al paradigma monumental dominante que permitirían la emergencia de un nuevo paradigma *de la investigación y cuestionamiento del mundo*, que se materializa en la noción de REI (Otero et.al, 2013). Los Recorridos de Estudio e Investigación requieren la constitución de un sistema didáctico del tipo  $S(X,Y,Q)$ , es decir, un sistema que estudia e investiga una pregunta en sentido fuerte. Los alumnos ( $X$ ) investigan y estudian una pregunta  $Q$  bajo la dirección de un profesor ( $y$ ) o de un conjunto de profesores ( $Y$ ) con el objetivo de aportar una respuesta  $R^\heartsuit$  a  $Q$ . El exponente en  $R^\heartsuit$ , indica que la respuesta a  $Q$  ha sido producida bajo determinadas restricciones y que está sujeta a ellas, pues no existe una respuesta universal ni universalmente efectiva (Chevallard, 2009). Para producir  $R^\heartsuit$ , el sistema didáctico  $S$  necesita de instrumentos, recursos, obras, es decir, requiere generar un medio didáctico  $M$  (Chevallard, 2009):  $[S(X; Y; Q) \rightarrow M] \rightarrow R^\heartsuit$  (Esquema herbartiano).

El medio  $M$  contiene las preguntas generadas a partir de  $Q$  y las respuestas existentes aceptadas por la cultura escolar, respuestas “hechas” que se designan como  $R_i^\diamond$  para  $i = 1, \dots, n$ . Pueden incluirse en la categoría de respuestas “hechas” –un libro, la Web, el curso de un profesor, etc. También son parte de  $M$ , entidades  $O_j$ , con  $j = n + 1, \dots, m$ , que son obras –teorías, montajes experimentales, praxeologías, etc. -consideradas potencialmente útiles para elaborar las respuestas  $R^\diamond$  obteniendo de allí, algo utilizable para generar  $R^\heartsuit$ . Es destacable que la construcción de  $M$  es tanto una responsabilidad del estudiante, como del profesor, este último es considerado como un sistema de información más en la clase (media) y en ningún caso, *un media puede ser creído bajo palabra*. En la TAD,  $M$  se escribe como sigue:  $M = \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, R_3^\diamond, \dots, R_n^\diamond, Q_{n+1}, \dots, Q_m, O_{m+1}, \dots, O_p\}$

Un REI se formaliza mediante el Esquema herbartiano<sup>65</sup> desarrollado (Chevallard, 2007):

$$[S(X, Y, Q) \rightarrow \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, R_3^\diamond, \dots, R_n^\diamond, Q_{n+1}, \dots, Q_m, O_{m+1}, \dots, O_p\}] \rightarrow R^\heartsuit$$

Al comenzar un REI, el profesor propone una pregunta  $Q$ , cuyo estudio conducirá al encuentro o reencuentro con varias organizaciones matemáticas y/o de otras disciplinas, según se trate de un recorrido monodisciplinar o codisciplinar. Se establece así, una cadena de preguntas y respuestas que son el corazón del proceso de estudio  $P = (Q_i; R_i) 1 \leq i \leq n$ , siendo  $Q_i$  todas las preguntas derivadas de  $Q$  y  $R_i$  las respectivas respuestas a ellas (Chevallard, 2007). En la etapa de análisis a priori, se establecen los conocimientos específicos y didácticos que podrían estar involucrados en un REI y se elabora el *Modelo Praxeológico de Referencia* (MPR). Los investigadores analizan el conjunto de preguntas posibles que puede abarcar el estudio y la investigación sobre  $Q_0$ ; así como la infraestructura praxeológica, matemática y física en este caso, necesaria para responder tales preguntas (Chevallard, 2013).

Según la TCC, la conceptualización se produce en todos los ámbitos de la experiencia humana: el familiar, el de la escolarización obligatoria, el de la formación profesional, el laboral, etc. Los conocimientos físicos y matemáticos remiten a conceptos científicos complejos, que se aprenden en situaciones que la escuela secundaria está en condiciones de propiciar. Según Vergnaud, estudiar el aprendizaje de un cierto dominio requiere especificar de una manera precisa una relación con esa porción de lo real, que se manifiesta en una situación, en “une tâche” (tarea). Por lo tanto, es necesario explicitar y analizar el conocimiento de referencia desde el cual se concebirá la enseñanza, el conocimiento que se pretende enseñar y sus transformaciones, y el que efectivamente es aprendido. La situación, dice Vergnaud (1990: 8), tiene el carácter de tarea y toda situación compleja puede ser analizada como una combinación de tareas, acerca de las cuales es importante conocer su naturaleza y sus obstáculos. Aquí la palabra situación se refiere a una clase o tipo de situaciones con especificidades epistemológicas bien definibles (Otero et. al 2014).

Vergnaud (2013: 156) propone una definición pragmática del concepto, al que define como una terna formada por tres conjuntos distintos y no independientes entre sí:

$$\text{Concepto} = \text{def } (S, I, L)$$

donde  $S$  es el conjunto de las situaciones que le dan sentido al concepto,  $I$  es el conjunto de los invariantes operatorios que integran los esquemas, evocados en las situaciones y  $L$  es el conjunto de las representaciones lingüísticas y simbólicas (algebraicas, gráficas, etc.) que permiten representar los conceptos y sus relaciones. Los conceptos están compuestos de elementos propios del sujeto, como los invariantes operatorios presentes en los esquemas, elementos de carácter epistémico, como los tipos de situaciones que interactúan dialécticamente con los esquemas, y elementos semióticos, relativos a los sistemas de representación, utilizados para enunciar los conceptos, las relaciones entre ellos y para referirse a los objetos (Otero et. al, 2014). La TCC no distingue entre conceptos cotidianos y conceptos científicos, el proceso de conceptualización tiene las mismas características en todos los casos: consiste en identificar los objetos, sus propiedades y sus relaciones (Vergnaud, 2013). La forma operatoria del conocimiento es la que permite al sujeto actuar en situación y la forma predicativa, consiste en enunciar las relaciones entre los objeto. Es muy complejo saber qué hacer y no necesariamente es posible enunciar lo que se hace. No se puede reducir la enseñanza a poner en palabras el contenido conceptual de los conocimientos.

<sup>65</sup> Johann Friedrich Herbart (1776-1841) fue un pedagogo alemán, a quien se considera el padre de la pedagogía científica. Su filosofía y su ética, inspiraron los trabajos de John Dewey y también pueden reencontrarse trazos de ellas, en las formulaciones de Chevallard, quien le rinde tributo en diversos constructos de su teoría.

## 5. Metodología de investigación

La investigación es de corte cualitativo, etnográfico y exploratorio. Se trata de un estudio que intenta introducir en la escuela secundaria la PICM mediante la implementación de un REI codisciplinar en matemática y física. Los registros que se generan en las implementaciones se analizan a partir del desarrollo de un esquema de análisis que consta de dos niveles: el primero consiste en un análisis colectivo, que describe, utilizando la TAD, el comportamiento grupal; el segundo consiste en un análisis individual, que utilizando los instrumentos que ofrece la TCC, describe lo que aprenden los estudiantes.

Las implementaciones se realizan en 5 cursos de 5to. y 6to. año con aproximadamente 120 estudiantes (16-18 años) de escuelas secundarias pertenecientes a la ciudad de Tandil. Se realizó una prueba piloto que permitió testear el dispositivo, analizar su viabilidad y modificarlo en función de los resultados, para las nuevas implementaciones.

En todas las clases el profesor propone estudiar  $Q_0$ : *¿por qué se cayó la piedra movediza de Tandil?* y cada grupo de estudiantes discute la pregunta y la reformula generando nuevas preguntas. El profesor junto con los estudiantes, deciden cuáles estudiar. Así comienza un proceso de elaboración de respuestas, que se comunican y se contrastan sucesivamente. Para elaborar una respuesta es necesario construir un medio colectivamente, en el que intervienen en un pie de igualdad los estudiantes y el profesor. En estas tareas, el profesor orienta el estudio, y organiza los elementos que ingresan al medio. Durante el estudio, se realizan síntesis parciales que les permite a los estudiantes analizar y determinar dónde están y cómo continuar el estudio. Al finalizar, se realiza una síntesis del REI, que incluye los conocimientos físicos y matemáticos estudiados, las respuestas elaboradas y su alcance. Cabe aclarar que la difusión del conocimiento de los estudiantes no es una práctica escolar extendida en la enseñanza tradicional, y por lo tanto inicialmente es un gesto que les resulta difícil y extraño. Se utilizan equipos portátiles (netbooks, smartphones, tablets) con acceso a internet como un medio más de la clase, así como libros de texto que forman parte de un conjunto de textos que los alumnos deberán considerar o no, como necesarios para el estudio y la producción de la respuesta. La disponibilidad de estos equipos es fundamental para abarcar el abanico de respuestas posibles a  $Q_0$ , incluida la utilización de simuladores para estudiar fenómenos físicos y la matemática subyacente.

Durante las implementaciones, se realiza *observación participante* (el investigador) y *no participante* (integrantes del equipo). Los docentes que ejecutan las implementaciones forman parte del equipo de investigación, lo que permite conocer lo que efectivamente ocurre en el aula (que es la “comunidad matemática” seleccionada por el investigador).

Para registrar los datos, se obtienen y digitalizan todos los protocolos escritos de los estudiantes, mediante la técnica de escaneo, a la vez que se restituyen a los estudiantes clase a clase. Como parte de la dialéctica de la inscripción y de la excripción textual, es fundamental que tanto los grupos de estudio como el profesor lleven un diario del proceso, que claramente reviste características diferentes, pero es un instrumento fundamental para documentar el estudio y la investigación que promueve el REI. Se toman registros de audio “generales” que se complementan con las notas de campo del profesor (antes y después de cada encuentro) y con las observaciones realizadas por los investigadores. Esto permite una triangulación de datos.



## 6. Estado de avance

Hasta el momento se han llevado a cabo tres implementaciones del REI en las que participaron N=81 estudiantes. Los resultados se han sido difundidos en diversas publicaciones (Gazzola, Otero, Llanos, Arlego, 2015; Otero, Gazzola, Llanos, Arlego, 2015; Gazzola, Otero, Llanos, 2015) y presentados en congresos nacionales e internacionales (Gazzola, Otero, Llanos, Arlego, 2016; Otero, Llanos, Gazzola, Arlego, 2016; Gazzola, Otero, Llanos, Arlego, 2015; Otero, Gazzola, Llanos, Arlego, 2015) Actualmente, se han realizado modificaciones en el dispositivo y se llevan a cabo dos implementaciones más en distintas escuelas de la Ciudad de Tandil.

## 7. Referencias bibliográficas

- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19 (2), pp. 221-266.
- Chevallard, Y. (2004). Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire. Disponible en <http://yves.chevallard.free.fr/>
- Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. Recuperado el 03 de junio de 2013, de: <http://yves.chevallard.free.fr/>.
- Chevallard, Y. (2009). La notion de PER: problèmes et avancées. Disponible en: <http://yves.chevallard.free.fr/>
- Chevallard, Y. (2012). Théorie Anthropologique du Didactique & Ingénierie Didactique du Développement. Journal du séminaire TAD/IDD. Disponible en: <http://www.aixmrs.ufr.fr/formations/filieres/mat/data/fdf/2011-2012/journal-tad-idd-2011-2012-7.pdf>
- Chevallard, Y. (2013). Un Programme de Recherche : Bits And Pieces. Journal Du Séminaire TAD/IDD. Section 1. 18-01-2013. Recuperado el 03 de junio de 2013, de: <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/journal-tad-idd-2012-2013-1.pdf>
- Gazzola, M. P. (2012). “Funciones Racionales en el marco de un Recorrido de Estudio y de Investigación”. Tesis de Licenciatura en Educación Matemática. UNCPBA.
- Gazzola, M. P.; Llanos, V. C.; Otero, M. R. (2013). Research and Study Paths in the Teaching of Mathematics at Secondary school relative to the Rational Functions. *Journal of Arts & Humanities*, 2 (3), 109-115.
- Gazzola, M. P.; Otero, M. R.; Llanos, V. C.; Arlego, M. (2015). Enseñanza codisciplinar a la Física y la Matemática en la Escuela Secundaria por medio de Recorridos de Estudio y de Investigación. *Revista de Enseñanza de la física*, número especial, pp. 117-124. ISSN 0326-7091 (papel). ISSN 2250-6101 (en línea)
- Gazzola, M. P.; Otero, M. R.; Llanos, V. C. (2015). Teaching of mathematics and physics in secondary school through research and study paths. *International Journal of Education and Practice*, 3(2), pp. 85-89
- Gazzola, M. P.; Otero, M. R.; Llanos, V. C.; Arlego, M. (2015) Enseñanza codisciplinar en Física y Matemática en la Escuela Secundaria por medio de Recorridos de Estudio y de Investigación. Trabajo aceptado para su comunicación en la *Reunión de Educación en Física 19 (REF 19)*. Organiza Asociación de Profesores de física de Argentina (APFA). Buenos Aires, del 28 de Septiembre al 2 de Octubre de 2015.
- Gazzola, M. P.; Otero, M. R.; Llanos, V. C.; Arlego, M. (2016) Representation systems of the physical and the mathematical models of an oscillating system: their influence on the conceptualization, learning and teaching. Aceptado para su comunicación en *2nd World Conference on Physics Education*. Universidad de São Paulo. São Paulo, Brasil. Del 11 al 15 de Julio de 2016.
- Llanos, V. C.; Otero, M. R.; Gazzola, M. P.; Arlego, M. (2015) Recorridos de Estudio y de Investigación (REI) codisciplinares en Física y Matemática con profesores en formación en la Universidad. Trabajo aceptado para su comunicación en la *Reunión de Educación en Física 19*

- (REF 19). Organiza Asociación de Profesores de física de Argentina (APFA). Buenos Aires, del 28 de Septiembre al 2 de Octubre de 2015.
- Otero M. R.; Llanos, V. C.; Gazzola, M. P. (2012). La pedagogía de la investigación en la escuela secundaria y la implementación de Recorridos de Estudio e Investigación en matemática. *Revista Ciencia Escolar: enseñanza y modelización*, 1 (2), pp. 31-42. Disponible en: <http://www.revistacienciaescolar.cl/revista.html>
- Otero, M. R., Fanaro, M. Sureda, P., Llanos, V. C., Arlego, M. (2014) *La Teoría de los Campos Conceptuales en el Aula de Matemática y Física*, Editorial Dunken, Buenos Aires.
- Otero, M. R.; Gazzola, M. P.; Llanos, V. C.; Arlego, M. (2015) Recorridos de estudio y de investigación codisciplinarios a la física y la matemática en tres grupos de estudio: profesores en formación, estudiantes de secundaria e investigadores. Aceptado para su comunicación y posterior publicación en actas en el *VII Encuentro Internacional sobre Aprendizaje Significativo (VII EIAS)* y *V Encuentro Iberoamericano sobre Investigación en Enseñanza de las Ciencias (V EIBIEC)*. Organiza el Programa Internacional de Doctorado en Enseñanza de las Ciencias (PIDEC) de la UBU, conjuntamente con la revista *Investigações em Ensino de Ciências (IENCI)* de la UFRGS. Burgos, España. 13 al 17 de Julio de 2015.
- Otero, M. R.; Llanos, V. C.; Gazzola, M. P.; Arlego, M. (2016) Co-disciplinary Mathematics and Physics Research and Study Courses (RSC) in the secondary school and the university. Aceptado para su comunicación y publicación en actas en el *13th International Congress on Mathematical Education*. University of Hamburg, Germany. 24<sup>th</sup> to 31<sup>st</sup> July 2016.
- Vergnaud, G. (2013) Pourquoi la théorie des champs conceptuels? *Infancia y Aprendizaje* V. 36.2, 131-161
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (23), p.133-170. La Pensée Sauvage, Marseille.