CR-174

MÉTODO ABN. EL CÁLCULO DEL SIGLO XXI.

Jaime Martínez Montero. Número de inscripción: 302.
Jmartinez1949@gmail.com

Inspector de Educación jubilado.

Núcleo temático: I. Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.
Modalidad: CB, CP, CR
Nivel educativo: Educación Infantil y Educación Primaria.
Palabras clave: Cálculo Abierto. Cálculo Basado en Números.

Resumen

El método de cálculo ABN (Abierto, Basado en Números) supone un cambio radical en el proceso de enseñanzaaprendizaje de la matemática. En nueve años de existencia ha logrado una gran difusión en España y comienza a tener sus primeros seguidores en Iberoamérica. Los cuatro pilares en que se asienta son:

Un cálculo basado en números con significado, lo que implica un conocimiento exhaustivo de la numeración, el uso del valor posicional de las cifras y el procesamiento de los cálculos, en todos los casos, de izquierda a derecha.

Un cálculo abierto significa la adaptación a las características de cada sujeto, ofreciendo unos formatos que permiten que las operaciones se puedan realizar en un número diferente de pasos, en función del nivel del sujeto.El método ABN se acoge al enfoque realista, en el que el principal material matemático es la realidad que rodea al niño.Finalmente, frente al predominio procedimental de los actuales métodos de cálculo, el ABN adopta un enfoque conceptual.

DESARROLLO.

ISBN 978-84-945722-3-4

Introducción.

El método de cálculo abierto basado en números (ABN en adelante) ha irrumpido con fuerza y, tras los dos primeros años de ensayo, se ha propagado con gran rapidez, ha involucrado a docentes muy valiosos, ha originado diversos trabajos de investigación y, sobre todo, ha cambiado radicalmente la forma de aprender matemáticas de los niños de Educación Infantil y Primaria. En la presente exposición analizaremos alguna de las dimensiones de ese cambio y cuáles son los factores que han podido propiciarlo.

Las manifestaciones externas del cambio.

¿Qué cambios se aprecian en el alumnado que trabaja ABN respecto a aquellos que no lo trabajen? Nos centraríamos en seis aspectos.

El primero de ellos es que no aparecen los niños negados para las matemáticas. Todos los alumnos son capaces de desarrollar, en mayor o menor medida, su competencia matemática. No quiere decir esto que todos alcancen los mismos niveles o que no haya diferencias en la cantidad y en la profundidad de los aprendizajes. Pero sí quiere decir que cada uno aprende matemáticas según sus posibilidades, y que las diferencias entre los que obtienen mejores rendimientos y los que los obtienen menos buenos son inferiores a las que se observan en los aprendizajes propios de cálculo tradicional.

El segundo es muy observable: al sujeto le encanta aprender matemáticas. Pasa a ser una de sus asignaturas favoritas, si no la preferida. No se da cuenta de que el tiempo pasa y el cambio de clase le produce contrariedad. Para ellos la tarea matemática es una actividad en la que se desenvuelven con naturalidad y les ofrece la oportunidad de desarrollar su capacidad intelectual, con retos adecuados y con técnicas y procedimientos que están al alcance de sus posibilidades.

El tercero no es más que el efecto de los dos anteriores. Si el sujeto rinde con normalidad y, además, le gusta lo que hace, obtiene buenas calificaciones. La materia pasa a ser, de las que más suspendía, a la que más aprueban, de una muy difícil y temida a, casi, lo que en el argot se denomina una “maría”. Son muy raros los suspensos y tan solo un tipo de alumno se ha revelado como resistente al método ABN: el absentista.

El cuarto efecto es que se rompen las barreras que impedían que ciertos contenidos de aprendizaje pasaran de un nivel a otro o de una etapa a otra. Parecía que en Infantil los niños sólo podían aprender los números hasta el nueve. Con nosotros lo hacen hasta el cien

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

y muchos lo sobrepasan. Aprenden antes a operar, y con mayor complejidad. Hemos observado aprendizajes que se han adelantado hasta cuatro años con respecto al momento habitual de abordarlos. Se ha demostrado que el momento de abordar cada uno de los contenidos depende más de la calidad del trabajo con los conceptos anteriores necesarios que con lo establecido por la tradición y la rutina.

El quinto efecto es el cambio radical de la cualidad del aprendizaje. Se pasa de un aprendizaje procedimental, de memorización y de reglas de aplicación, a un aprendizaje conceptual. El sujeto entiende lo que hace, se eleva por encima de la anécdota para aterrizar en la categoría. Se mueve dentro de estructuras, y no en las partes separadas de las mismas. No se trata, por tanto, de que el alumno haga cosas distintas de las que desarrolla el alumno del método tradicional. Es que lo que hace el alumno tradicional lo hace él también, pero mejor y entendiéndolo.

El sexto efecto ha consistido en constatar que los alumnos poseen potencialidades con las que hasta ahora no se había contado. Por ejemplo, hay sujetos que llaman la atención por la gran memoria de trabajo que poseen, que rompen los límites que hasta ahora se habían establecido. También alcanzan tal desarrollo en el cálculo que personas poco avisadas llegan a pensar que hay trampa, que todo está amañado, que no es posible que los alumnos hagan eso que muestran. Su nivel de intuición es tal que aprendizajes matemáticos que antes llevaban mucho tiempo y esfuerzo ahora prácticamente los adquieren los niños solos, sin necesidad de proceso alguno de enseñanza. Por ejemplo, las operaciones con decimales, el manejo de números enteros, las potencias, etc.

La renovación profunda que trae consigo el método ABN.

Es evidente que los efectos que hemos descrito en el apartado anterior exigen unas causas que han de ser profundamente diferentes a las que operan en los aprendizajes tradicionales del cálculo y de los conceptos que tienen detrás. A falta de trabajos de investigación, que ahora están en marcha, debemos basarnos en nuestras propias observaciones e intuiciones para profundizar en este campo. No parece descabellado adjudicar a los cambios estructurales de la metodología seguida los efectos, también estructurales, que se manifiestan en los aprendizajes del alumnado.

Los cambios estructurales, que significan una muy profunda renovación metodológica, son variados y se pueden considerar desde puntos de vista diferentes. Pero teniendo en cuenta

ISBN 978-84-945722-3-4

las limitaciones con que se cuenta en esta exposición los sintetizaremos centrándonos en los tres siguientes: el enfoque en una matemática realista, la distinta naturaleza del cálculo, acorde con el anterior enfoque, y el carácter de abierto con que se reviste el cálculo. Derivado de todo lo anterior surgen muchos pequeños cambios, aspectos que se derivan de los anteriores, detalles que confirman y apuntalan la nueva dirección. Pero las tres columnas que soportan todo el edificio del ABN son las anunciadas.

El enfoque realista en matemáticas.

Los alumnos ABN parten siempre de la realidad, operan con la realidad, no realizan actividades en el vacío, no desarrollan unos conceptos construidos sobre formalismos. Cuentan todo lo que cae a su alcance, les aplican mecanismos de simplificación, aprenden a representar las realidades numéricas de diversos modos, operan sobre aspectos concretos. ¿Y la abstracción, se nos podrá argüir? Partimos de una aseveración que es fruto del más puro sentido común. A la abstracción se llega desde la realidad, se construye a partir de ella. Cuando se manipulan realidades se intuyen los modelos formales que están operando y las similitudes o identidades que se producen. Cuando conozco a fondo una realidad la puedo interiorizar y representarla simbólicamente, de una forma más o menos relacionada con su apariencia o configuración. Pero ya estoy abstrayendo, suprimiendo lo accesorio, centrándome en lo fundamental. Lo que es un disparate, si se me permite la expresión, es comenzar por la abstracción, como si esta fuera una isla separada del continente de la realidad. Pongamos algunos ejemplos.

¿Se pueden o no extraer decimales de un resto para apurar la división? Pues depende. Nuestros alumnos refieren las divisiones a unas realidades concretas, y en función de las mismas continúan o no la operación. Así, si el problema va de repartir personas en autobuses, no cabe la partición del resto. Si lo que reparten es dinero, saben que pueden aproximar hasta los céntimos. Si trabajan con longitudes, pueden llegar hasta las milésimas. ¿Dónde queda, con este sistema, la abstracción? Pues bien a la vista: se domina el proceso y se sabe en qué grado hay que aplicarlo en función del tipo de naturaleza a la que se le aplique.

Finalmente pondremos el ejemplo de la representación numérica de cardinales de distintas colecciones o conjuntos. Se opera como si en a realidad solo aparecieran unidades, decenas, centenas, etc. Y no es así. Si tenemos 28€ en un billete de veinte, uno de cinco, una moneda

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

de euro y cuatro monedas de cincuenta céntimos, en ninguna parte aparecen las dos decenas y las ocho unidades. A la inversa, el número 24 referido a huevos se puede concretar en cuatro cajas de seis huevos cada una. Por ello, nuestro trabajo didáctico en el método ABN consiste en enseñarle a los niños que realidades diferentes se representan de una única manera (¿de cuántas formas diferentes se pueden tener 28€?), y que una misma representación puede aparecer en la realidad encarnada en configuraciones y agrupaciones muy diferentes. En definitiva, el proceso de abstracción ha de ir más por conectar la realidad con su representación, que no por actuar con la representación como si esta n tuviera que ver nada con la realidad.

En la resolución de problemas, el cálculo ABN permite una interacción entre el texto del problema y las operaciones que lo resuelven, lo que evita la comisión de muchos errores. Los niños ABN no están vacunados contra el disparate o la concepción errónea de la solución de un problema. Pero si cuando comienza a operar el desajuste se pone de manifiesto, es más probable que el alumno se dé cuenta y rectifique. A un niño de 2º del método tradicional le decimos que nos resuelva el siguiente problema: "Mi abuelo tiene 56 años, y tiene 23 años más que mi padre. ¿Cuántos años tiene mi padre?" Enseguida montan la suma, la resuelven y nos dicen el resultado: 79. El alumno ABN hace igual, solo que al iniciar la primera agregación ("*A los 56 años de mi abuelo le sumo 20 y mi padre ya tiene 76… ¡Pero cómo va a tener mi padre más años que mi abuelo!*") se da cuenta del error y rectifica.

El cálculo basado en números. Un proceso radicalmente distinto al seguido en el tradicional.

Tal vez sea el presente sea el cambio estructural más radical, el que mejor define la transformación que supone el nuevo método. El cálculo tradicional, en sus operaciones básicas, no es más que la plasmación de los cálculos de ábaco en otro formato: el de las cifras y su valor posicional. Utilicemos como modelo en esta primera aproximación la operación de sumar. En efecto, cada orden de unidades se corresponde con una varilla del ábaco. El alumno comienza la suma por la derecha, y cuando agrega las fichas correspondientes y llega o se pasa de diez, como no caben más debe poner una en la varilla siguiente y vaciar la columna de ese orden. Ahí está el origen de la llevada. A continuación

ISBN 978-84-945722-3-4

hace igual en la segunda varilla, y luego en la tercera. Y esta es la clave del cálculo tradicional: opero de derecha a izquierda, orden de magnitud a orden de magnitud, y actuando en cada orden como si fueran números dígitos. Y esto es lo que eliminamos de golpe en nuestro método. Sustituimos el ábaco por la recta numérica y el tablero del cien, es decir, por el conocimiento profundo y estructurado de la numeración, de sus periodicidades. Y las consecuencias son claras. Enumeradas brevemente, las más importantes son:

EXISTEN MÚLTIPLES COMPOSICIONES Y DESCOMPOSICIONES. Y no sólo en órdenes de magnitud. Y cuando un número se descompone en órdenes de magnitud no se hace con las limitaciones que impone el ábaco. Utilizamos por tanto dos tipos de descomposiciones, que son las que llamamos *arbóreas* y *de la casita*. Las primeras son horizontales, no toman en consideración los órdenes de unidades, sino que hace de un número otros más pequeños. Así, el 328 puede ser el 300-28, o 314-14, o 130-130-68 o…Las composiciones de este tipo de números están en el origen de la sumas, y las descomposiciones en el de las restas. Las descomposiciones de la casita son verticales y respetan el orden de magnitud, pero al no estar sometidos al tamaño de las varillas, se pueden transformar sin límites. Así, 328 puede ser 3C 2D y 8U, pero también 2C 2D y 108U, o 22D y 108U, o 20D y 128U, etc. La composición de números que previamente se han descompuesto de este modo da lugar a muy interesantes operaciones y procesos mentales, que se mueven en la frontera entre ejercicios de numeración y operación.

SE ROMPE LA OBLIGACIÓN DE OPERAR POR ÓRDENES DE MAGNITUD. En una suma tradicional de tres sumandos se ha de operar por órdenes de magnitud. No se puede desdoblar ningún cálculo dentro de un orden, ni incluir en un mismo cálculo distintos órdenes. No es nuestro caso. Naturalmente los niños pueden operar por órdenes, pero también pueden desdoblar cálculos, y, claro, incluir en un mismo cálculo diversos órdenes, bien total o parcialmente.

EL FIN DE LAS LLEVADAS. El dominio de la numeración evita este efecto no deseado y engorroso de las operaciones. Cuando un niño, en la recta numérica, parte del número 28 y cuenta 15 hacia adelante, ¿dónde se lleva o dónde se deja de llevar? ¿Y si lo hace en la tabla del cien? La llevada es un problema ligado expresamente a la naturaleza de los algoritmos tradicionales. Cambiada esa naturaleza, se acaba el problema.

ISBN 978-84-945722-3-4

CÁLCULO DE IZQUIERDA A DERECHA. Porque así el cerebro lo procesa con mayor rapidez, con lo que se gana en significado y, por tanto, en sentido. Si hay algo que enseguida se nota en la apariencia externa de los cálculos de los alumnos ABN es lo poco que se preocupan de colocar los números en columnas. Lo anterior no debe entenderse de manera errónea. En la suma 368 + 179 podemos comenzar añadiendo las unidades. Pero se le añaden al número 368, no al 8, y el resultado (377) se escribe de izquierda a derecha.

SIEMPRE SE SUMAN NÚMEROS. Y no cifras, como repetidamente hemos señalado. Lo ideal es que el alumno realice el cálculo de una vez. Pero si los números con los que ha de operar son grandes o muy complejos, entonces debe descomponerlos en otros más pequeños, pero siempre con significado. Pongamos un ejemplo: "**Hay en el patio del colegio 223 alumnos, y quieren entrar otros 189. Una vez que pasen todos, ¿cuántos niños y niñas habrá en el patio?**" Se busca que el alumno haga el cálculo de una vez, pero si no pudiera, fracciona uno de los números en diversas partes y las va añadiendo. Supongamos que el niño suma primero 100, luego 70, luego 7 y finalmente los 12 restantes. Lo que va sumando son niños, hasta que hace que todos entren en el patio. Dice así: "Primero entran cien niños. Ya hay en el patio 323. Después pasan 70, y se juntan en el patio 393. Ahora entran 7, y tenemos 400. Por último, pasan los doce que quedan y tenemos la solución, porque en el patio hay 412 niños y niñas y fuera no queda ninguno"

Carácter abierto del cálculo.

Es otra de las señas de identidad y la primera característica que refleja el nombre del método. Ya se va viendo como más corriente que se puedan desarrollar los mismos cálculos en pasos diferentes y con elementos distintos, pero cuando empezábamos a difundir el método esta forma de trabajar causaba cierta perplejidad. Sin embargo, si se medita un poco, lo que debería causar extrañeza es la mecánica del cálculo tradicional, que obliga a que sujetos muy diferentes, con muy distintos niveles, hagan todo igual. No causaba sorpresa que el cálculo fuera la única tarea escolar en la que se exigía a todos los alumnos una identidad en los procedimientos realmente poco natural.

El carácter abierto del cálculo se deriva tanto de la concepción del mismo, que nace de la estructura de la numeración y no de unos factores posicionales, cuanto de las posibilidades que ofrecen los formatos en que se plasman los algoritmos. Los formatos son muy simples y extraordinariamente flexibles, permiten una gran transparencia, lo que ayuda al docente a seguir con facilidad el razonamiento del alumno y descubrir las estrategias que emplea. Es evidente que si las composiciones y descomposiciones pueden ser múltiples, múltiples y diferentes pueden ser las operaciones que los niños reflejen. Pero ello sólo es posible con unos formatos que acompañen.

Cuando hablamos de "abierto" solemos referirnos también a aspectos más complejos. No es que permita sólo reflejar las diversas posibilidades, sino también alternativas que en principio no se consideraban, a variantes que afectan al sentido profundo de la misma.

Conclusión.

En el noveno curso de aplicación del método ABN en las aulas de muchos centros podemos calibrar con bastante exactitud el cambio, la profunda renovación que supone aplicar este nuevo método, que no sólo afecta a la pura mecánica, sino que va más allá: el cálculo ha adquirido un nuevo valor, las operaciones básicas se han convertido en cuasi heurístiscos, han saltado por los aires muchas de las tradiciones y rutinas que han pesado como losas en el desarrollo de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, han ganado protagonismo los alumnos y los docentes en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. **Pero tal vez la renovación más importante ha sido demostrar** que se puede cambiar de verdad y no solo con palabras, que se puede hacer con nuestros maestros y maestras, con los niños y niñas, y que es posible realizarlo sin grandes alharacas, con apenas materiales y con independencia de la extracción social de los mismos. ¿Puede haber mayor renovación en una materia que, tradicionalmente, suscita prevención o si no directamente miedo?

Referencias bibliográficas

Martínez Montero, J. (2010). *Enseñar matemáticas a alumnos con necesidades educativas especiales*. Madrid: Wolters Kluwer S.A.

Martínez Montero, J. (2011). El método de cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (CBC). Bordón. Revista de Pedagogía, 63 (4), 95-110.

ISBN 978-84-945722-3-4

Martínez Montero, J. y Sánchez Cortés (2011). *Desarrollo y mejora de la inteligencia matemática en educación infantil*. Madrid: Wolters Kluwer S.A.

Martínez Montero, J. y Sánchez Cortés (2013). *Resolución de problemas y cálculo ABN*. Madrid: Wolters Kluwer S.A.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4