

## ¡TÓCALA OTRA VEZ, SAM!

José Muñoz Santonja – Antonio Fernández-Aliseda Redondo – Juan Antonio Hans Martín

[josemunozsantonja@yahoo.es](mailto:josemunozsantonja@yahoo.es) – [aliseda3.0@gmail.com](mailto:aliseda3.0@gmail.com) – [juanantonio.hans@gmail.com](mailto:juanantonio.hans@gmail.com)

IES Macarena – IES El Majuelo – CC. Sta. M<sup>a</sup> de los Reyes; Sevilla; España

Núcleo temático: Aspectos socioculturales de la educación matemática

Modalidad: CR

Nivel educativo: Secundario

Palabras clave: Matemáticas, música, recursos, divulgación

### Resumen

*La música y la matemática son hermanas: le ocurre a todos los que tienen el mismo padre, en este caso Pitágoras. Basta comenzar a investigar un poco en música para encontrarnos que las simples notas están relacionadas con las fracciones. Se han hecho muchos estudios para relacionar la composición musical con las matemáticas, pero en esta charla queremos afrontar esa relación desde otro punto de vista. Vamos a realizar un recorrido por la música moderna y veremos de qué formas pueden aparecer las matemáticas: en las letras de las canciones, por ejemplo, en una declaración de amor; en canciones dedicadas a personajes matemáticos, como Fibonacci; o a resultados matemáticos como el Teorema de Pitágoras; se pueden usar también las canciones como regla nemotécnica para recordar las cifras de pi; o para proponer problemas; o enseñar operaciones y multitud de otros aspectos. Algunos de ellos los mostraremos en esta conferencia.*

### Introducción.

El título de esta conferencia suele relacionarse con la película Casablanca, protagonizada por Humphrey Bogart e Ingrid Bergman, pero los aficionados al cine saben que esa frase nunca se pronuncia en la película. Por eso, esta conferencia no va a ir dedicada al cine, como algunos podían pensar.

Vamos a hablar de la relación de las matemáticas con la música actual. No nos pararemos en los procesos matemáticos profundos que relacionan la matemática con la música, pues hay grandes expertos en el tema que nos ilustran y asombran con sus páginas, por ejemplo en la revista SUMA de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas, o en las páginas del portal Divulgamat, en su sección de música y matemáticas.

Nuestra pretensión es mostrar cómo actualmente es posible encontrar matemáticas diversas en las canciones modernas e incidir en cómo esas composiciones se pueden utilizar como recurso didáctico en el aula para presentar conceptos de una forma más lúdica.

## Las matemáticas del amor.

Un primer lugar, inesperado, donde podemos hallar matemáticas son las canciones de amor, en las que los sentimientos se mezclan con elementos matemáticos. Lo llamativo es que las encontramos en cantantes sin ninguna relación con las matemáticas, pero que se sienten inspirados por ellas para cantarle a su amor.

Eso ocurre en la canción “Quien te quiera como yo” del grupo formado por el cubano Donato y el colombiano Estéfano, y que podemos escuchar en la siguiente dirección <https://www.youtube.com/watch?v=Hzf5I7xVH6s>.

Otro ejemplo sería la canción “Geometría polisentimental” del grupo español Fangoria, donde se citan muchos objetos geométricos. Su vídeo oficial lo podemos ver en [https://www.youtube.com/watch?v=CnyuKIV8J\\_M](https://www.youtube.com/watch?v=CnyuKIV8J_M).

Incluso podemos encontrar canciones dedicadas a teoremas matemáticos, como el de Pitágoras, en la canción “Pitagora” original del compositor italiano Adriano Celentano y de la que se realizaron muchas versiones, en particular, en España, por varios grupos de los años 60 del siglo pasado. La original la podemos encontrar en <https://www.youtube.com/watch?v=d0lOIFwQgTU>.

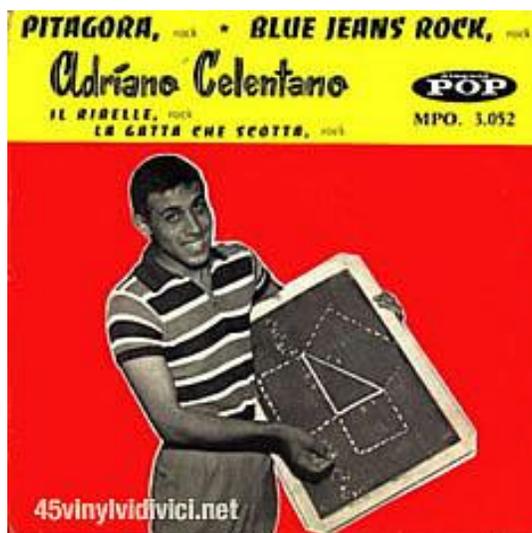


Imagen 1

En diversos países iberoamericanos hay canciones con el título de “Amor Matemático” en las que se expresa el amor utilizando conceptos matemáticos. Una de ellas es del grupo colombiano Darwin y la Gente del Yembe, que podemos escuchar en la siguiente dirección <https://www.youtube.com/watch?v=T7vfXVe7LqI>. Está, también, la canción “Matemáticas” del grupo brasileño Restart que va contando y hablando de operaciones relacionándolas con el amor, con lo que las matemáticas están presentes en toda la canción <https://www.youtube.com/watch?v=xCt0VIZKjZk>.

También se puede hacer humor cantando elementos matemáticas. Un ejemplo lo muestra el actor y humorista argentino José Carlos Guridi, conocido como Yago, que en el programa *Sin codificar* creó una supuesta banda que cantaba cumbias dedicados a temas diversos, por ejemplo el Papa, la filosofía, la gramática o esta “Cumbia matemática”, [https://www.youtube.com/watch?v=nzBkGgP\\_2i0](https://www.youtube.com/watch?v=nzBkGgP_2i0), con la que podemos mover el esqueleto. Otro ejemplo es el homenaje a la geometría del matemático y pintor italiano del siglo XV Piero della Francesca que le hizo el cantautor español Javier Krahe al dedicarle la canción, que no podía llamarse de otra forma, “Piero della Francesca”, con su introducción aquí <https://www.youtube.com/watch?v=uBD3I5BG4cg> y la canción en <https://www.youtube.com/watch?v=1tzotQRTFpA>.

### **Canto a las matemáticas.**

Ya vimos anteriormente la canción de Adriano Celentano donde se enunciaba un teorema básico de la enseñanza secundaria, pero podemos encontrar otras canciones dedicadas a términos y resultados matemáticos. Por ejemplo las dedicadas al número Pi, en muchas de las cuáles se van citando las primeras cifras del desarrollo decimal del número irracional. Una que nos gusta, especialmente por su vídeo de presentación, es “Feliz día Pi” del grupo alemán Paradox y que podemos ver en <https://www.youtube.com/watch?v=icrjzF3zl5A>.

Entre los aficionados a la música moderna muchas veces se plantea la discusión sobre qué es más importante, si la letra o la música. Pero la cuestión se puede complicar, ¿qué ocurre cuando no hay letra, sino sólo números? ¿Pueden ser los números la letra? ¿Por qué no? El caso de Kate Bush y su canción " $\pi$ ", del disco *Aerial*, es un ejemplo parcial, ya que la canción trata sobre un hombre obsesionado con pi y donde la presencia de cifras decimales del desarrollo de pi no sigue exactamente el orden real de las primeras cifras al faltar

algunos dígitos. El caso más literal de números formando la letra de una canción lo tenemos en “El Rap de nunca acabar” del grupo español Los Mojinos Escocíos. La canción está dividida en cuatro partes que se van intercalando entre otras canciones del disco *Más de 8 millones de discos vendidos* donde salió publicada. La podemos escuchar en el vídeo <https://www.youtube.com/watch?v=xvH6qR4MIxc>.

### **Parodias matemáticas.**

Un amplio conjunto de canciones, que pueden encontrarse en los repositorios de internet, suelen estar dedicadas a parodias de canciones conocidas en las que las letras se han modificado refiriéndolas a las matemáticas. Una de las que más nos gusta es una versión de la canción “Sobreviviré” de Gloria Gaynor de la que podemos disfrutar en la siguiente dirección <https://www.youtube.com/watch?v=aXAqGH7VXtU>.

Hay otra canción parodiando al grupo Queen en su canción “Rapsodia Bohemia” y que está muy conseguida <https://www.youtube.com/watch?v=WIOBtLMTWM>.

Dentro de las múltiples canciones dedicadas al número Pi, para nosotros tiene especial gracia esta versión de la canción “American Pie” de Don McLean en la que se habla de muchas propiedades e historias del número y que es conocida como “Mathematical Pi Song”, <https://www.youtube.com/watch?v=hJJmQojcLM>.

Si uno viaja por YouTube se puede encontrar multitud de parodias realizadas por alumnos en las que muestran conceptos matemáticos o hablan sobre matemáticas. Muchos de ellos son trabajos para alguna asignatura y, en general, tienen una calidad bastante pobre, sin embargo se pueden encontrar a veces buenos trabajos, como el siguiente que parodia con precisión el vídeo de la canción “Lazy Song” del cantante estadounidense Bruno Mars y con él repasamos los productos notables <https://www.youtube.com/watch?v=SxCBCaoKoUQ>.

En este bloque queremos incluir unas versiones matemáticas realizadas por los propios autores de las canciones. En el año 2011, una de las cadenas de la televisión en España, la Sexta, presentó un programa llamado “Nada que ganar, mucho que perder” en donde se realizaban varias pruebas. Una de ellas consistía en hacer una operación mentalmente y el enunciado de esa operación compuesta se presentaba en forma de canción. Lo llamativo era que cantantes famosos versionaban sus propias canciones para plantear el problema. En la

siguiente dirección tenemos una propuesta del cantante catalán Juan Magán, <https://www.youtube.com/watch?v=PTiZAUYegJQ>.

Lo más curioso es que la banda británica-irlandesa One Direction tiene una canción matemática donde hacen algo similar. Podemos escucharla y verla subtitulada en el siguiente vídeo <https://www.youtube.com/watch?v=iU3524jnRX4>.

### **Canciones para aprender matemáticas.**

Hemos visto cómo en una de las parodias anteriores se repasaban los tres principales productos notables, pero se pueden encontrar muchos ejemplos de canciones creadas para aprender matemáticas, sobretodo en la escuela infantil y primaria. Canciones que pueden llegar a tener mucho éxito, como ocurrió en España a finales de los años 70 con la pareja española Enrique y Ana y su disco *Multiplifica con Enrique y Ana*, con letras escritas por la poetisa española Gloria Fuertes o más tarde con *Miliki y las tablas de multiplicar* que compuso el compositor y payaso sevillano Miliki, es decir Emilio Aragón componente de los famosos Payasos de la Tele. Aquí tenemos una de sus tablas que se presentó en 2005 <https://www.youtube.com/watch?v=gFfekeqMrU4>.

Hay un compositor muy interesante, Colin Dodds, que se define a sí mismo como un entusiasta de la canción educativa y que tienen multitud de vídeos muy atractivos para enseñar conceptos matemáticos. En el siguiente trata el cálculo de la pendiente de una recta <https://www.youtube.com/watch?v=qE463XcV1Ro>.

No podemos olvidar la genialidad realizada en 1971 por el grupo argentino Les Luthiers con el Teorema de Thales, ponerle música a todo un teorema: <https://www.youtube.com/watch?v=OXrYNPJQoTA>.

Vídeos en los que se demuestran teoremas, normalmente el de Pitágoras, hay muchos. Hemos encontrado esta composición de Roberto Rosendo, de quien no hemos conseguido más información aunque creemos que es un compositor brasileño, y que nos presenta una atractiva melodía cantándonos el Teorema de Pitágoras en portugués <https://www.youtube.com/watch?v=qjvy2jcbv8w>.

Si se quiere ver multitud de canciones para aprender matemáticas se puede consultar la siguiente página en donde se citan muchos álbumes discográficos, de diversos autores, donde aparecen canciones matemáticas. Aunque están en inglés, se puede ser consciente de

la variedad de opciones que podemos encontrar, por ejemplo, para la enseñanza bilingüe <http://www.songsforteaching.com/mathsongs.htm>.

### **Series de números.**

A veces nos encontramos canciones compuestas por profesores para presentar conceptos matemáticos curiosos, no propiamente para enseñar matemáticas, tal como hemos visto. Esto suele ser corriente en casos en que se muestran series de números como por ejemplo las cifras del número Pi. En YouTube se pueden encontrar varias composiciones dedicadas a números irracionales. Y aquí tenemos otra dedicada a la proporción áurea, <https://www.youtube.com/watch?v=nBgQPSUTWVM>, o número de oro.

No podíamos dejar de citar en esta charla a unos de los mejores y más polifacéticos, profesores de matemáticas del mundo iberoamericano. Nos referimos al profesor chileno Danny Perich Campana, ganador de multitud de premios a la excelencia educativa. Sin embargo, para nosotros es reconocido por ser el creador de la imprescindible página Sector Matemática<sup>i</sup> donde se recogen cantidad de recursos matemáticos de todo tipo. El profesor Perich es además un excelente compositor de canciones, algunas de ellas educativas. Como ya hemos hablado mucho de Pi, veamos una dedicada al número e, <https://www.youtube.com/watch?v=nd3VLIWCDRA>, en donde en una composición para guitarra recita las primeras 159 cifras de su desarrollo decimal.

A veces, nos podemos encontrar melodías creadas directamente con series. Por ejemplo, en el siguiente vídeo <https://www.youtube.com/watch?v=LCWglXljevY> podemos ver gráficas que representan series numéricas incluidas en la base Enciclopedia Online de Sucesiones Enteras (OEIS, Online Encyclopedia of Integer Sequences en sus iniciales en inglés). En concreto muestra gráficos de los primeros 1000 términos de 1000 sucesiones, con la banda sonora de los *Números de Recamán*, serie creada por el matemático colombiano Bernardo Recamán Santos. Esta sucesión parte del 1 y el término general es  $a_n = a_{n-1} - n$  si el valor resultante es positivo y no figura ya en la sucesión, y vale  $a_n = a_{n-1} + n$  en caso contrario.

Para terminar podemos escuchar al piano la sucesión de Fibonacci siguiendo las notas las secuencias correspondientes <https://www.youtube.com/watch?v=2pbEarwdusc>.

### **Investigaciones matemáticas.**

Los últimos vídeos son experimentos matemáticos utilizando series numéricas, pero en este bloque de experimentación con las matemáticas debemos reseñar al ingeniero y compositor

griego Iannis Xenakis (1922-2001), considerado como uno de los grandes compositores de la música contemporánea. Trabajó en el estudio de arquitectura de Le Corbusier, fue pionero en el uso de la computadora en la composición musical aleatoria para la que propuso el uso de modelos matemáticos, utilizando teoría de probabilidades, de juegos, de grupos y álgebra booleana en sus composiciones. He aquí una de sus obras, “Metástasis”, <https://www.youtube.com/watch?v=SZazYFchLRI>, compuesta durante 1953 y 1954. Xenakis aplicó la concepción de El Modulor de Le Corbusier: la sucesión de intervalos temperados es una progresión geométrica; las duraciones de las dinámicas y timbres, también lo son.

La experimentación matemática no es algo del siglo XX o XXI, sino que se remonta a siglos atrás. Ya en el XVIII Wolfgang Amadeus Mozart compuso la obra titulada “Musikalisches Würfelspiel” (Juego de los dados musicales), que en realidad era una regla para componer vales utilizando el azar. Mozart creó 176 compases que repartió en una tabla donde relacionaba los posibles resultados obtenidos al sumar los valores de lanzar dos dados.

ZAHLENTAFEL.

TABLE de CHIFFRES.

|  |    | A   | B   | C   | D   | E   | F   | G   | H   |
|--|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| <b>Erster Theil.</b><br>Premiere Partie. | 2  | 96  | 22  | 141 | 41  | 106 | 122 | 11  | 30  |
|  | 3  | 22  | 6   | 128 | 62  | 146 | 46  | 134 | 81  |
|  | 4  | 69  | 95  | 158 | 19  | 153 | 55  | 110 | 24  |
|  | 5  | 40  | 17  | 113 | 85  | 161 | 2   | 159 | 100 |
|  | 6  | 148 | 74  | 163 | 43  | 80  | 97  | 36  | 107 |
|  | 7  | 104 | 137 | 27  | 167 | 154 | 68  | 118 | 91  |
|  | 8  | 162 | 60  | 171 | 33  | 99  | 133 | 21  | 127 |
|  | 9  | 119 | 94  | 114 | 30  | 140 | 56  | 169 | 94  |
|  | 10 | 98  | 142 | 42  | 156 | 75  | 129 | 62  | 123 |
|  | 11 | 3   | 87  | 165 | 61  | 135 | 47  | 147 | 33  |
|  | 12 | 54  | 120 | 10  | 103 | 28  | 37  | 106 | 3   |

|  |    | A   | B   | C   | D   | E   | F   | G   | H   |
|--|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| <b>Zweiter Theil.</b><br>Seconde Partie. | 2  | 70  | 121 | 26  | 9   | 112 | 49  | 109 | 14  |
|  | 3  | 117 | 39  | 126 | 66  | 174 | 18  | 116 | 83  |
|  | 4  | 66  | 199 | 13  | 132 | 73  | 38  | 143 | 79  |
|  | 5  | 90  | 176 | 7   | 34  | 67  | 160 | 32  | 170 |
|  | 6  | 25  | 143 | 64  | 145 | 76  | 136 | 1   | 93  |
|  | 7  | 138 | 71  | 130 | 29  | 101 | 162 | 23  | 161 |
|  | 8  | 16  | 153 | 47  | 175 | 43  | 168 | 89  | 172 |
|  | 9  | 120 | 88  | 45  | 166 | 51  | 115 | 72  | 111 |
|  | 10 | 65  | 77  | 19  | 82  | 137 | 38  | 149 | 8   |
|  | 11 | 102 | 4   | 31  | 164 | 144 | 59  | 173 | 78  |
|  | 12 | 35  | 20  | 106 | 22  | 19  | 124 | 44  | 131 |

Imagen 2

Con el número del 2 al 12, obtenido al sumar lo que aparecía en los dos dados, se toman los ocho primeros compases, del A al H correspondientes al número aparecido y después hacía lo mismo en la segunda tabla y ya estaba compuesto el vals.

En internet hay un programa informático que genera aleatoriamente estas composiciones. Veamos una de ellas orquestada, ya que las de Mozart eran sólo para piano, <https://www.youtube.com/watch?v=YcQDmxCD-ns>.

### Portada de discos.

Otro lugar donde encontrar matemáticas es la carátula de los discos, una imagen que generalmente está muy cuidada y que algunas veces presenta formas geométricas, que pueden dar pie a trabajar conceptos matemáticos en clase.

Ya hemos nombrado el disco “Pitagora” de Adriano Celentano. Su portada tiene una particularidad y es que la representación gráfica del teorema no está hecha con cuadrados contruidos sobre los catetos y la hipotenusa, sino sobre rectángulos, suponemos que semejantes: lo que representa uno de los casos de generalización de este teorema.

Por poner solo un par de ejemplos más: podemos encontrar desde muestras de simetrías, hasta permutaciones, como en el disco *Ummagumma* (1969) de Pink Floyd, en el que los componentes cambian entre sí sus puestos en las distintas imágenes que van formando la carátula.

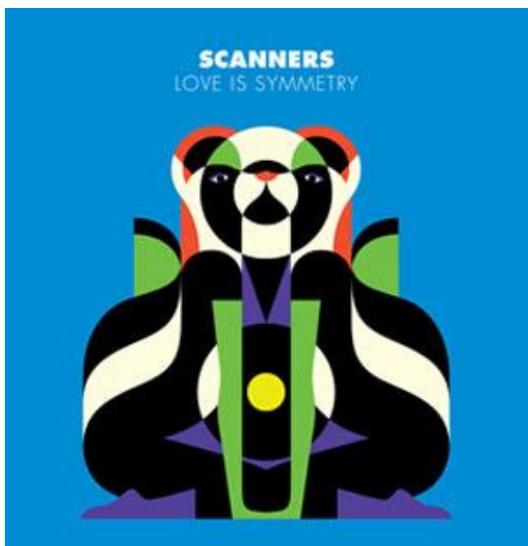


Imagen 3

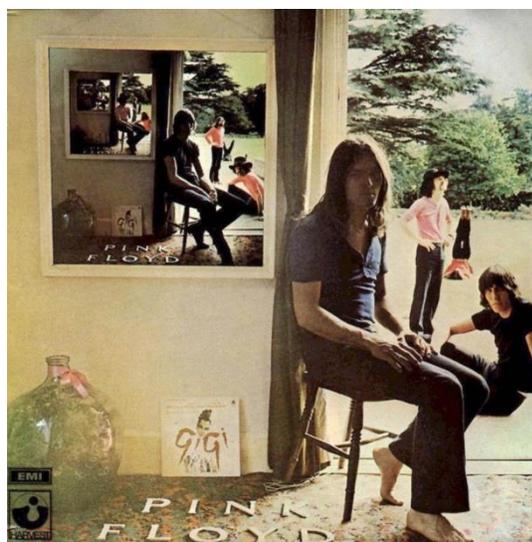


Imagen 4

**Esto no es el final.**

La limitación de espacio en estas páginas nos impide desarrollar más cosas que se nos quedan en el tintero y que sin embargo aparecerán en la charla correspondiente.

Por citar algunas de ellas, hablaremos de la danza para mostrar aspectos matemáticos y como realizar una actividad con los alumnos para representar, mediante el baile, funciones de distinto tipo, o de cómo se pueden crear letras de canciones utilizando las matemáticas y una hoja de cálculo, o incluso cómo se pueden crear fórmulas matemáticas para ver si una canción es pegadiza, de esas que se te quedan en la cabeza y no puedes dejar de repetirla.

Como nosotros pertenecemos a Andalucía, no se nos olvidará incluir canciones de nuestra tierra como chirigotas de los carnavales de Cádiz, fandangos de Huelva o sevillanas.

Pero todo eso queda para el espectáculo en riguroso directo.