

A CONSTRUÇÃO DE OBJETOS MATEMÁTICOS POR MEIO DOS REGISTROS DE
COMANDO DO GEOGEBRA

Celina Aparecida Almeida Pereira Abar
abarcaap@gmail.com
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – Brasil

Núcleo temático: V

Modalidade: CP

Nível educativo: 5

Palavras-chave: Registros de Representação Semiótica. Educação Matemática. GeoGebra

Resumo: O tema desta conferência trata da construção de objetos Matemáticos por meio dos registros de comando do GeoGebra. Com o advento de softwares dinâmicos alguns comandos não são evidentes nas ferramentas disponíveis no menu do programa e requer um registro algébrico ou um comando na Entrada para que possa ser obtido. O objetivo é refletir se tais registros de comandos podem ser considerados como Registros de Representação Semiótica segundo Duval. Tal teoria prioriza, para a aprendizagem matemática, operações entre as representações semióticas de um mesmo objeto matemático, com prioridade para a operação de conversão. É sabido que o GeoGebra permite que um objeto matemático tenha sua representação em sistemas semióticos distintos como simbólico, gráfico e discursivo que são evidenciados principalmente nas janelas de visualização e algébrica. É possível, com a utilização do GeoGebra, registros de comando e as respectivas conversões para os registros algébrico e gráfico ocorrer a aprendizagem de alguns objetos matemáticos? É possível que o professor ou aluno seja capaz de identificar o objeto matemático a ser obtido por meio de registros de comandos na caixa de Entrada? Foram desenvolvidas algumas atividades por um grupo de professores na tentativa de obter indícios de respostas a essas questões.

1. Introdução

Para refletir sobre as diferentes possibilidades e caminhos nos quais o GeoGebra pode ser utilizado e investigado, apresentamos resultados de propostas de atividades desenvolvidas por professores de Matemática, construídas com pressupostos de teorias que indicam a importância da dimensão semiótica para a apropriação de objetos matemáticos e que podem contribuir e auxiliar para a compreensão da prática docente.

A utilização do *software* GeoGebra não é apenas mais um recurso tecnológico, mas, sim, um recurso que colabora no desenvolvimento de conceitos matemáticos, uma vez que, por si só, o *software* não *faz Matemática*. Além desse aspecto, os recursos apresentados pelos *softwares* dinâmicos permitem a institucionalização do conhecimento de objetos matemáticos ao serem explorados pelos diferentes registros que são apresentados visualmente na tela do computador, como considera Duval.

Esperamos colaborar para o aprimorando dos estudos e das pesquisas no que diz respeito à tecnologia no contexto da Educação Matemática explorando o recurso de alguns comandos do GeoGebra, inseridos exclusivamente na janela de Entrada e que consideramos como registros de escrita simbólica na perspectiva de Duval (2009).

2. Sobre os Registros de Representação Semiótica

De acordo com Duval (2009) para a compreensão da Matemática é necessário estudar o funcionamento dos sistemas cognitivos que propiciam o desenvolvimento das capacidades de raciocínio, de análise e de visualização, considerando, ainda, quais são os sistemas cognitivos necessários e se são próprios da atividade Matemática.

Para o funcionamento da atividade cognitiva requerida pela Matemática, que é diferenciada de outros domínios do conhecimento, a representação semiótica é uma condição essencial para a evolução do pensamento matemático por duas razões: em primeiro lugar - as possibilidades de tratamento matemático dependem do sistema de representação utilizado. Em segundo lugar - a existência de grande variedade de representação semiótica utilizada em Matemática como figuras geométricas, as escritas algébricas, representações gráficas e a língua natural. (Duval, 2009).

Com a presença dos softwares de Geometria Dinâmica, em especial o GeoGebra, os aspectos considerados por Duval podem ser explorados nas diferentes janelas que são exibidas e permitem a construção de um objeto matemático.

Segundo Duval (2009), existem dois tipos de transformações dos registros de representação semiótica: conversão e tratamento representando os diferentes signos utilizados em Matemática, tais como figuras, gráficos, escritas simbólicas, língua natural e registro numérico.

Uma conversão é uma transformação de uma representação, mudando de um registro para outro. Por exemplo, ao utilizar um gráfico cartesiano para representar um

sistema de equações realiza-se uma conversão do registro gráfico para o registro algébrico. Em nossa proposta utilizaremos os comandos oferecidos pelo GeoGebra em uma escrita simbólica própria, inseridos na respectiva Entrada e que permitem a construção de objetos matemáticos, ocorrendo aí uma conversão do registro da escrita simbólica para os registros gráficos e algébricos.

O tratamento é uma operação efetuada dentro de um mesmo registro de representação, por exemplo, ao multiplicar uma equação do sistema por um número real diferente de zero para escaloná-lo, realiza-se um tratamento desse registro algébrico. Em nosso caso ocorre o tratamento ao serem utilizadas diferentes escritas simbólicas na Entrada tendo como resultado o mesmo objeto Matemático.

Quando se utiliza um *software* de geometria dinâmica, efetua-se um tratamento no registro gráfico ao movimentar a figura ou, aplicado um tratamento na língua natural, quando se reescreve o enunciado de uma atividade de outra forma.

A proposta apresentada nas atividades foi orientada pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2009)

3. Procedimentos Metodológicos

As atividades a seguir procuram explorar registros que podem ser considerados como *escritas simbólicas* de acordo com Duval. Tais comandos estão presentes no *software* GeoGebra e quando utilizados geram registros gráficos na janela de visualização e os respectivos registros na janela de álgebra.

Muitas construções que são exploradas no GeoGebra não são obtidas diretamente pelas ferramentas e ícones disponibilizados nos menus do *software* e o acesso a tais comandos de escrita simbólica, em geral não muito utilizados, são necessários e podem trazer dificuldades para o seu reconhecimento e identificação.

Conjecturamos que, se os professores, tendo conhecimento destas possibilidades, terão melhor suporte para a utilização do GeoGebra pelas muitas opções que tais comandos permitem.






As seguintes questões podem ser colocadas:

- É possível que os professores identifiquem os comandos necessários de escrita simbólica para algumas representações de objetos matemáticos?
- Quais possibilidades e limites podem emergir com a utilização destes registros?

Para tentar responder as questões acima apresentamos, inicialmente, propostas inspiradas em outras atividades comumente desenvolvidas com as ferramentas presentes no menu do GeoGebra e, em seguida, com atividades que requerem os comandos de escrita simbólica para sua representação.

No software GeoGebra pode ser exibida a janela de **Entrada**, uma caixa de texto em que podemos digitar comandos para construir objetos, executar transformações, obter medidas, entre outras possibilidades. À direita da janela de Entrada existem dois ícones, um para inserção de símbolos especiais e outro para abrir a **Janela Ajuda** de comandos.

Para o desenvolvimento das atividades, por meio de comandos inseridos na janela de entrada, orientamos os professores para configurar inicialmente as ferramentas do GeoGebra, deixando visíveis apenas as janelas de **Álgebra** e de **Visualização**, a **Entrada** e

as seguintes ferramentas: **Ponto** , **Texto** , **Mover**  e **Mover Janela de Visualização**  e em opções do menu deixar o **Rotular**  em modo automático.


A sintaxe de um comando diz respeito a como ele deve ser escrito, incluindo os parâmetros necessários, para que o comando execute sua função.

O objetivo dessa configuração é inserir os professores na dimensão da instrumentalização da Gênese Instrumental de Rabardel (1995), caracterizada como um processo pelo qual o sujeito personaliza o artefato de acordo com as suas necessidades. É importante observar que, ao limitarmos o uso de ferramentas, exige-se do professor o conhecimento matemático dos objetos matemáticos e suas etapas de construção por meio de comandos na escrita simbólica inseridos na Entrada.

Seguindo na mesma atividade orientamos os professores para que desenvolvessem as construções utilizando apenas as ferramentas disponíveis, de acordo com a configuração solicitada inserindo comandos na Entrada. O objetivo de cada atividade é inserir os professores na dimensão da instrumentação da Gênese Instrumental de Rabardel (1995), que é o processo pelo qual as ações do sujeito para resolver um dado problema são condicionadas pelas especificidades e potencialidades de um artefato.

Atividade 1. Construção de um quadrado e de um triângulo equilátero.

Levando-se em consideração as propriedades matemáticas e as ferramentas disponíveis, uma das possíveis soluções para a construção de um quadrado seria a inserção do Comando **Polígono**[<Ponto>, <Ponto>, <Número de Vértices>]. Para isso é preciso criar antecipadamente dois pontos A e B na janela de visualização utilizando a ferramenta Ponto

 . Em seguida digitar na Entrada **Polígono**[A, B, 4]. O mesmo comando para a construção do triângulo equilátero **Polígono**[A, B, 3].

Uma segunda possibilidade é a construção do quadrado e do triângulo equilátero, passo a passo, fazendo uso de suas propriedades e digitando na Entrada os comandos como segue

1. Criar dois pontos A e B
2. Digitar na Entrada os seguintes comandos:
 - a. **Segmento**[<Ponto>, <Ponto>] - Segmento[A, B]
 - b. **Perpendicular**[<Ponto>, <Segmento>] - Perpendicular[A,f] e Perpendicular[B, f] obtendo as retas g e h.
 - c. **Círculo**[<Ponto>, <Ponto>] - Círculo[A,B] e Círculo[B,A] obtendo as circunferências c e d.
 - d. **Interseção**[<Objeto>, <Objeto>] - Interseção[g,d] e Interseção[h,c] obtendo 4 pontos C, D, E, F.
 - e. **Segmento**[<Ponto>, <Ponto>] - Segmento[C, E] ou Segmento[D, F]
 - f. **Polígono**[<Ponto>, ..., <Ponto>] - Polígono[A, B, E, C] ou Polígono[A, B, F, D] obtendo os quadrados solicitados. A construção deve ficar semelhante à Figura 1.

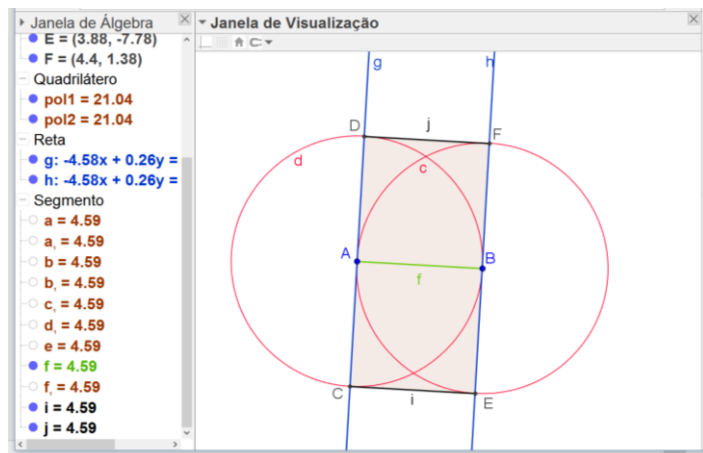


Figura 1: Possibilidade de construção de quadrado

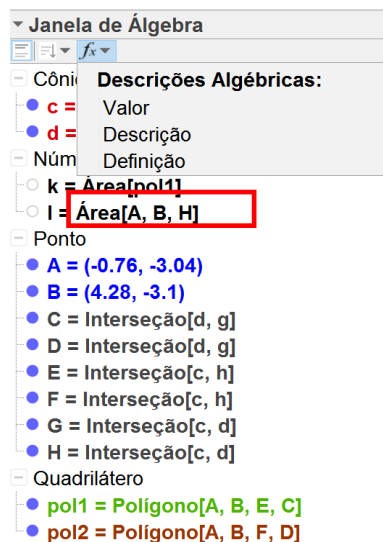


Figura 3: Definição das descrições algébricas

Na Janela de Álgebra podemos observar que tanto nas duas equações das “cônicas” como nas duas equações das “retas” há alguns parâmetros com o mesmo valor numérico. Justificar geometricamente o significado dessas igualdades.

Também na janela de Álgebra e em Descrições Algébricas, ao clicar em Definição, cada comando utilizado será descrito nesta janela identificado pela escrita simbólica utilizada, como se observa na Figura 3. Podem ser utilizados outros comandos de escrita simbólica para obter os mesmos objetos?

É importante compreender o emprego de outros registros, pois de acordo com Duval (2009), as atividades precisam ser desenvolvidas em diferentes registros, visto que possibilita ao participante refletir, comparar e analisar resultados.

Na proposta das atividades que se seguiram reforçamos que no GeoGebra à direita da janela de Entrada existem dois ícones, um para inserção de símbolos especiais e outro para abrir a janela de comandos.

Clicando no ícone **Janela Ajuda** é aberta uma listagem de comandos do software. Cada um dos itens da lista de comandos corresponde a uma categoria que reúne uma outra lista de comandos. E, clicando no sinal ao lado do título do tópico abre-se uma nova janela com os comandos relacionados àquele tópico.

Ao escolher uma categoria nesta janela de ajuda, clicando em + surgem vários itens desta categoria e pode ser escolhido um dos itens. Devem ser observados os comandos deste

item. Por exemplo, se escolhermos **Álgebra** e depois clicamos em **Máximo**. Os seguintes comandos estarão disponíveis:

Máximo[<Intervalo>]

Máximo[<Lista>]

Máximo[<Número>, <Número>]

Máximo[<Lista de Dados>, <Lista de Frequências>]

Máximo[<Função>, <Valor de x Inicial>, <Valor de x Final>]

Os seguintes comandos podem ser utilizados na janela de Cálculos Simbólicos (CAS):

Máximo[<Lista>]

Máximo[<Número>, <Número>]

Atividade 2. **Conjecture sobre que objetos matemáticos serão obtidos ao digitar os comandos abaixo e em seguida verifique se suas conjecturas estão corretas na janela de visualização ou na janela de álgebra. Primeiramente, em cada caso, obter os comandos e objetos matemáticos que são necessários e estão especificados entre colchetes. Tais objetos também devem ser obtidos por meio de comandos na Entrada a menos da ferramenta Ponto.**

- a. **CírculoInscrito**[<Ponto>, <Ponto>, <Ponto>]
- b. **Comprimento**[<Função>, <Valor de x Inicial>, <Valor de x Final>]
- c. **Comprimento**[<Função>, <Ponto Inicial>, <Ponto Final>]
- d. **Sequência**[<Expressão>, <Variável>, <Valor Inicial>, <Valor Final>]
- e. **Sequência**[<Expressão>, <Variável>, <Valor Inicial>, <Valor Final>, <Incremento>]
- f. **Girar**[<Objeto>, <Ângulo>, <Ponto>]

Especifique seus passos em cada caso e o objeto matemático obtido.

4. Resultados obtidos e Considerações Finais

Participaram dessa pesquisa quatro professores em duas duplas e que já possuíam conhecimento prévio sobre a utilização do GeoGebra mas desconheciam a possibilidade de obter objetos matemáticos por meio dos comandos disponibilizados.

Os professores ficaram surpresos com algumas construções obtidas e colocaram algumas questões como o cuidado na escolha dos objetos iniciais, dificuldade em encontrar o comando para reta paralela **Reta**[<Ponto>, <Reta Paralela>], a ordem dos pontos na

construção de um polígono e também a ordem dos objetos para obter um objeto como intersecção.

Para finalizar foi solicitado que criassem uma proposta e uma dupla de participantes criou o comando para obter os centros de um triângulo Ortocentro, Incentro, Baricentro e Circuncentro com o respectivo registro: Sequência[CentroDoTriângulo[A,B,C,n], n, 1, 4] e em seguida verificaram que era preciso identificar cada um dos pontos obtidos na lista de pontos na janela algébrica como indica a Figura 4 a seguir.

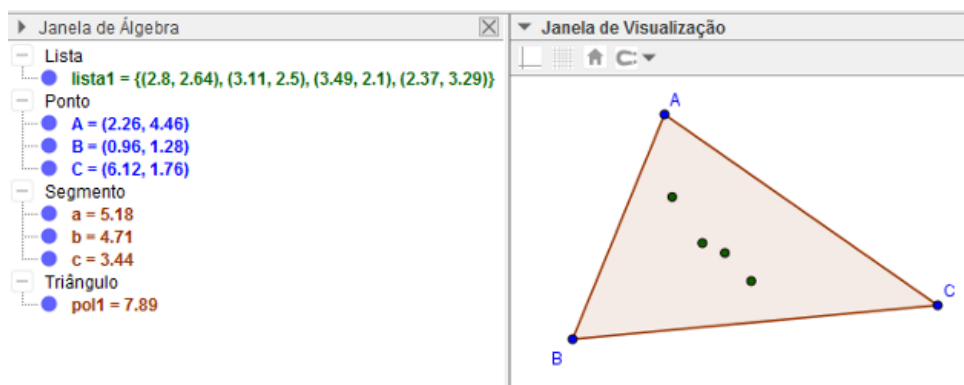


Figura 4: Construção Centros de um Triângulo

Consideramos que, se a proposta de desenvolver atividades por meio de registros de comandos revela, por um lado, alguma dificuldade para o reconhecimento dos objetos matemáticos, por outro lado, permite o conhecimento de outra possibilidade de investigação destes mesmos objetos, no GeoGebra, com a utilização de apenas algumas ferramentas presentes no menu.

Referências bibliográficas

Duval, R. (2009) *Semiósis e Pensamento Humano: Registros Semióticos e Aprendizagens Intelectuais*. (Fascículo 1). Livraria da Física, São Paulo.

Rabardel, P. (1995) *Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: Armand Colin.