

APRENDER PARA ENSINAR MATEMÁTICA FORA DA SALA DE AULA

Isabel Vale

isabel.vale@ese.ipvc.pt

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo e CIEC, Portugal

Núcleo temático: Tópico II – La Resolución de Problemas en Matemáticas

Modalidad: CR

Nível educativo: Formação e atualização de ensino

Palabras clave: Contextos não formais; Trilhos Matemáticos; Resolução e Formulação de Problemas; Formação Inicial de Professores.

Resumen

A sala de aula é apenas uma das “casas” onde a educação tem lugar. O recurso a contextos não formais de ensino, como seja o meio envolvente, constitui-se como um ambiente educativo que pode promover nos alunos atitudes positivas e uma motivação adicional para o estudo da matemática. O ensino deve ser enriquecido com tarefas desafiadoras, que conduzam à compreensão de conceitos matemáticos estruturantes, que visem o desenvolvimento de capacidades cognitivas, como a resolução e a formulação de problemas, e que também incentivem o pensamento criativo. Assim surgem os trilhos, que consistem numa sequência de parágrafos com tarefas que os alunos têm de resolver, ao longo de um percurso pré-planeado. Os trilhos oferecem experiências de aprendizagem para qualquer conceito do currículo, permitindo criar um espaço informal de aprendizagem. Neste processo, a formação de professores tem um papel determinante, proporcionando aos (futuros) professores as mesmas vivências que se espera venham a propor aos seus próprios alunos. Os trilhos constituem-se com grande potencial para a formulação de problemas por parte dos (futuros) professores e de resolução de problemas para os alunos que vivenciam os trilhos.

Nesta conferência serão apresentadas algumas das potencialidades dos trilhos desenvolvidos no âmbito da formação inicial de professores.

Introdução

Grande parte dos fracassos matemáticos têm origem no ambiente afetivo que se cria e que pode comprometer as expectativas e motivações iniciais dos alunos. (e.g. Hannula, 2004). Nesse sentido, numa tentativa de inverter a situação, e uma vez que os professores têm um papel fundamental no que acontece na sala de aula, a formação de professores deve promover uma nova visão sobre a natureza da matemática e do seu ensino, permitindo que os futuros professores experienciem novas abordagens que se espera que usem com os seus

próprios alunos. A aprendizagem matemática deve incluir mais do que tarefas rotineiras, deve ser enriquecida com tarefas desafiadoras, como a resolução e a formulação de problemas, que conduzam à compreensão de conceitos matemáticos estruturantes e contribuam para o desenvolvimento do pensamento criativo. Dentro desta perspectiva surge a aprendizagem fora da sala, recorrendo a contextos não formais, como seja o meio envolvente às escolas, onde privilegiamos os trilhos matemáticos. Por outro lado, os nossos alunos passam largas horas sentados dentro da sala de aula, com todas as implicações que têm, em particular, ao nível da atenção, pelo que é pertinente dar-lhes oportunidades de sair do espaço formal da sala de aula, de se envolverem e de experimentar a matemática à sua volta relacionando-a ou levando-a para a sala de aula. Simultaneamente tem oportunidade de conhecer o património histórico, arquitetónico, cultural e natural das localidades onde se insere a escola. Assim, depois de uma breve contextualização teórica, apresenta-se um estudo baseado num projeto, mais amplo em desenvolvimento, no âmbito da formação de professores e de alunos do ensino básico (3-12 anos), onde se pretende compreender o impacto, ao nível das atitudes e dos conhecimentos em matemática, da realização de tarefas/trilhos no ensino e aprendizagem da matemática, como contextos não formais de ensino e aprendizagem fora da sala de aula.

Aula de matemática - aprender para ensinar

As pessoas presentemente já não são recompensadas apenas por aquilo que sabem - o Google sabe mais cada dia que passa - mas por aquilo que conseguem fazer com o que sabem. Partindo desta ideia a educação hoje tem de fazer muito mais do que apenas transmitir conteúdos, tem de ajudar os alunos: a trabalhar em grupo, para desenvolver as suas capacidades de comunicação e colaboração; a desenvolver as suas habilidades para serem criativos, pensar criticamente, resolver problemas e tomar decisões (Schleicher, 2016). Para aprender matemática é necessário compreender conceitos matemáticos, estratégias e procedimentos e utilizá-los para resolver uma diversidade de problemas, simples ou complexos, rotineiros ou não. Deste modo, muita da investigação é orientada para desenvolver capacidades de resolução de problemas nos alunos desde muito cedo, contudo a realidade nas nossas escolas ainda não é a desejada, pelo que temos de procurar novas perspetivas sobre o seu ensino.

A finalidade básica de uma aula de matemática é que os alunos tenham uma aprendizagem significativa e para a atingir o professor deve promover um ensino eficaz. Este deve envolver os alunos em aprendizagens significativas, através da vivência de experiências individuais e colaborativas, que promovam as suas capacidades de dar sentido às ideias matemáticas. Ou seja, deve envolver-se os alunos na resolução e na discussão de tarefas que desenvolvam o raciocínio matemático e a resolução de problemas, que tenham múltiplas abordagens e diversas estratégias de resolução (NCTM, 2014). A aprendizagem da matemática depende fundamentalmente do que acontece dentro da sala de aula, i.e., como os professores e alunos interagem ao longo do currículo. Espera-se que os professores coloquem tarefas que envolvam e estimulem os alunos a estabelecer conexões matemáticas, e analisem as aprendizagens dos alunos a partir das tarefas utilizadas de modo a tomar decisões ao longo da sua aprendizagem. Assim, sendo os professores os principais agentes de mudança, é importante que desenvolvam determinado tipo de capacidades, nomeadamente criativas, baseadas em conhecimentos matemáticos e didáticos sólidos, que lhes permitam construir ou adaptar e explorar boas tarefas matemáticas, pois o que os alunos aprendem é largamente influenciado pelas tarefas que lhes são dadas (e.g. Smith & Stein, 2011). Assim o NCTM (2014) destaca três aspetos essenciais sobre a utilização das tarefas matemáticas: (1) nem todas as tarefas oferecem as mesmas oportunidade para as aprendizagens dos alunos; (2) a aprendizagem é maior quando as tarefas, encorajam de maneira consistente, o pensamento e o raciocínio de nível elevado, mas é menor se as tarefas são habitualmente rotineiras e procedimentais; e (3) as tarefas que implicam grande exigência cognitiva são as mais complicadas de implementar de forma correta, e, muitas vezes, convertem-se noutras, de menor exigência, durante a sua utilização no ensino. Por outro lado, os professores devem incorporar elementos relacionados com os contextos, cultura e linguagem na criação de tarefas, pois o envolvimento dos alunos nas suas resoluções estará mais ligado com o seu sentido de identidade, conduzindo a um aumento do empenho e de motivação. Assim, valorizam-se as tarefas desafiantes pois suscitam curiosidade, requerem imaginação e apelam à criatividade, tornando-se interessantes e agradáveis de resolver, o que só faz sentido num ensino exploratório onde o professor é o orquestrador da atividade na sala de aula (Smith & Stein, 2011). Logo, deve ser dada uma atenção especial à formação de professores, pois deve, em particular, proporcionar

experiências que permitam aos professores adquirir um conhecimento profundo da matemática a ensinar e como ensinar, pois, só assim poderão estabelecer conexões entre temas, e destes com os alunos, realçando a compreensão concetual e considerando a resolução de problemas como aspeto fulcral no ensino da matemática. Neste sentido é fundamental que os (futuros) professores durante a exploração de uma tarefa possam tirar proveito de todo o seu potencial e, para isso, precisam de oportunidades para as explorar e resolver da mesma forma que o irão fazer com os seus próprios alunos.

As tarefas centradas na resolução e/ou formulação de problemas podem contribuir para a aquisição de conhecimentos matemáticos, mas também para o desenvolvimento de outras capacidades (e.g. comunicar, raciocinar, argumentar, representar, criticar). A formulação de problemas pode ser uma estratégia poderosa para desenvolver capacidades de resolução de problemas e de ter bons resolvedores de problemas, por outro lado, a formulação de problemas matemáticos é necessária para se ser um bom resolvidor de problemas. Ao aprender com a resolução de problemas, os alunos têm inúmeras oportunidades para estabelecer conexões entre ideias matemáticas e desenvolver a sua compreensão conceptual (Vale, Barbosa & Pimentel, 2015).

O processo de criação (invenção, formulação) de problemas tem sido definido de várias formas, mas, na essência, os autores referem-se quase sempre aos mesmos aspetos. Ou seja, a formulação de problemas implica gerar novos problemas ou reformular um determinado problema, com base no conhecimento e experiência matemática e das interpretações pessoais das situações (e.g. Silver, 1997; Stoyanova, 1998). Brown e Walter (2005) propõem duas estratégias de formulação de problemas que os alunos podem usar. A primeira é *aceitando os dados*, quando os alunos partem de uma situação estática (e.g. expressão, tabela, imagem, frase, cálculo, conjunto de dados) a partir da qual formulam questões de modo a ter um problema, sem mudar a situação de partida. A segunda, *E se em vez de*, consiste em estender uma dada tarefa alterando o que é dado. A partir da informação contida num problema, identifica-se qual é a questão, o que é conhecido, o que é pedido e quais as limitações que a resposta ao problema envolve. Modificando um ou mais destes aspetos ou questões, podem gerar-se novas e mais questões (Vale et al, 2015). Por outro lado, os professores têm um papel crucial no desenvolvimento do potencial criativo dos alunos, proporcionando-lhes experiências de aprendizagem adequadas, como sejam a

resolução e formulação de problemas (e.g., Freiman et al., 2009; Leikin, 2009; Silver, 1997). Este potencial criativo não se desenvolve apenas dentro da sala de aula, podendo este trabalho ser complementado em outros ambientes educativos, como os contextos de aprendizagem não formais.

A aprender e ensinar fora da sala de aula

Apesar de já haver um corpo de conhecimento substancial sobre a resolução de problemas, temos de revisitar e atualizar as nossas perspetivas sobre o seu ensino e aprendizagem: de como chegar ao conteúdo matemático de modo mais eficaz e de ter alunos com mais sucesso a resolver problemas. Contudo, aprender a resolver problemas da vida real tem-se revelado uma tarefa mais difícil do que resolver os tradicionais problemas-tipo das aulas e dos livros de texto. Uma aprendizagem eficaz fora da sala de aula mobiliza capacidades de resolução de problemas, cooperação e comunicação interpessoal: todas elas capacidades essenciais para os jovens de hoje. Aprender e ensinar fora da sala de aula tem como finalidade contribuir para o sucesso dos alunos em matemática, através de práticas que favorecem o recurso a contextos fora da sala de aula, e por outro lado, contribui para que os alunos de hoje não passem demasiado tempo sentados. Assim cada aluno deve experimentar o mundo para além da sala de aula como uma parte essencial da aprendizagem e desenvolvimento pessoal, independentemente da sua idade, habilidade ou circunstâncias vivenciando experiências de aprendizagem significativas, pois a sala de aula é apenas uma das casas onde a educação tem lugar (e.g., Kenderov, Rejali, Bartolini, Bussi et al., 2009). Grande parte dos fracassos matemáticos têm origem no ambiente afetivo (e.g. atitudes, conceções, sentimentos) que se cria, e este pode comprometer seriamente as suas expectativas e motivações iniciais, uma vez que esta influência todo o processo de ensino e aprendizagem (e.g. Hannula, 2004). A aprendizagem fora da sala de aula pode promover nos alunos atitudes positivas e uma motivação adicional para o estudo da matemática pois permite-lhes compreender a sua aplicabilidade, mas também desenvolver capacidades e conhecimentos matemáticos associados a todos os temas do currículo, ao mesmo tempo que permitem estabelecer conexões entre vários temas matemáticos e outras áreas disciplinares. Para além de criar uma atmosfera de aventura e exploração; criar oportunidade para a resolução (e formulação) de problemas em contexto real; mobilizar aprendizagens de

dentro para fora da sala de aula e vice-versa; facilitar a aprendizagem experimental; constrói pontes entre a teoria e a realidade r as escolas e as comunidades. Dentro das várias possibilidades de aprendizagem em contextos fora de sala de aula privilegiamos os trilhos matemáticos, considerados como uma sequência de paragens ao longo de um percurso pré-planeado, (com início e fim), constituído por um conjunto de postos nos quais os alunos resolvem tarefas matemáticas no ambiente que os rodeia (Cross, 1997; Vale et al, 2015). Deste modo os contextos fora da sala de aula podem constituir um espaço informal de aprendizagem matemática mais motivador, onde os alunos tenham oportunidade de resolver problemas, estabelecer conexões, comunicar e aplicar conhecimentos e capacidades num contexto significativo.

O estudo e alguns resultados

De acordo com os objetivos atrás referidos, no âmbito deste projeto realizou-se um estudo exploratório de natureza qualitativa e interpretativa (Denzin & Lincoln, 2000) cujos participantes são futuros professores de matemática do ensino básico (3-12 anos). A recolha de dados recorre a documentos, sobretudo as produções dos futuros professores - tarefas/trilhos, observações, questionários e entrevistas. A análise dos dados é de natureza indutiva com base em categorias de acordo com os objetivos definidos, realizada conjuntamente pelas duas professoras da unidade curricular supracitada, de acordo com alguns critérios como sejam a criatividade, diversidade, natureza e conteúdos matemáticos. Um trabalho que estes alunos, em pares, realizam é a conceção de um Trilho Matemático, que envolve a criação de um conjunto de tarefas sequenciadas e organizadas sob a forma de um percurso/roteiro, previamente definido quer no meio urbano quer no meio escolar, que constitui o trilho e que numa fase final será concretizado com alunos do ensino básico. As várias tarefas, devem ser adequadas ao ensino básico, e que tenham por base elementos característicos do meio (e.g. janelas, edifícios, monumentos, espaços verdes, pavimentos). Deste modo, para poderem resolver algumas das tarefas dos trilhos, os alunos necessitam recolher informação *in loco*; no entanto, isto não acontece necessariamente com todas as tarefas dos trilhos: noutras tarefas, a informação necessária para a sua resolução, que deve estar em estreita relação com os elementos do meio considerados no design da tarefa, já se

encontra disponível no enunciado da própria tarefa (Barbosa, Vale & Tomás Ferreira, 2015).

A Figura 1 (Anexo) ilustra quatro exemplos de tarefas construídas pelos alunos, futuros professores do ensino básico – as duas primeiras num contexto urbano e as duas últimas em contexto escolar (e.g. Castro, 2015; Vale et al, 2015). Muitas das tarefas propostas são questões de conhecimentos de fatos específicas (e.g. “descobre os polígonos que identificas na janela”, “Que tipos de triângulos identificas nas marcas do chão”) ou de problemas rotineiros (e.g. que envolvem perímetros, áreas, ...), onde a única diferença para as tarefas de sala de aula, é serem realizadas fora da sala de aula e onde os alunos têm de eventualmente efetuar medições necessárias para responder às questões, como ilustra a tarefa, 3. Contudo também surgiram tarefas matematicamente mais interessantes que foram ao encontro do espírito dos trilhos matemáticos (e.g. tarefas 1,2,4). A apresentação do trilho ficou ao critério de cada grupo, o que faz com que surjam formatos bastante diferentes que variam entre mapas e panfletos e com o apoio de material, como mostra a Figura 2. (Anexo). As Figuras 3 e 4 (Anexo) ilustram os alunos do ensino básico, supervisionados pelos futuros professores a realizar um trilho em dois contextos diferentes um no meio escolar e outro um meio urbano.

A partir dos dados dos questionários, podemos constatar que a construção de trilhos matemáticos permitiu aos futuros professores perspetivarem a matemática e a sua aprendizagem de uma forma mais dinâmica e motivadora em relação às suas próprias experiências como alunos: “Nunca tinha tido a ideia ou sequer pensado que a matemática podia ser tão aplicável ao meio que nos rodeia”. Além disso, “Os trilhos obrigaram-nos a pensar na matemática de uma forma menos formal e mais criativa”. Os futuros professores tornaram-se gradualmente mais conscientes e mais atentos à matemática que os rodeia, tendo servido para que desenvolvessem o seu *olho matemático*, tecendo comentários como “nunca olharei da mesma maneira para uma janela ou para um pavimento” ou até mesmo “gostaria de ter aprendido este tipo de matemática” (Barbosa et al, 2015).

Considerações Finais

O trabalho que temos vindo a desenvolver, no âmbito da formação inicial de professores, indica que trabalhar a matemática noutros contextos fora da sala de aula têm sido

gratificante, pois os futuros professores ficam motivados para darem corpo a uma proposta exigente que é construir tarefas matemáticas baseadas no meio ambiente, que lhes era desconhecida até então. Assim, pelos relatos destes alunos podemos afirmar que este trabalho contribuiu para que os nossos futuros professores evidenciassem uma atitude mais positiva em relação à matemática e para que adquirissem uma visão mais ampla das possíveis conexões que podem ser estabelecidas entre a matemática e o mundo que nos rodeia. Os trilhos construídos constituíram um modo de conhecer melhor o meio envolvente, quer dentro dos espaços escolares quer na vila ou cidade, analisando-a através de um “olho matemático”, mas também para conhecer um pouco mais da sua história e arquitetura. (Vale et al, 2015). A concepção das tarefas não foi um processo fácil, a diferentes níveis, nomeadamente do ponto de vista dos conhecimentos matemáticos envolvidos, quer do grau de desafio e exigência, quer também da diversidade na tipologia das tarefas. A estratégia de formulação de problemas mais utilizadas pelos alunos foi *E se em vez de* (Brown & Walter, 2005). Globalmente, os alunos identificaram os conceitos matemáticos mais óbvios aquando da formulação dos problemas, estando principalmente relacionados com a geometria elementar. Ao contrário do que se pretende com um trilho matemático foram incluídas algumas tarefas para as quais o contexto real serviu, supostamente de base à criação da tarefa, se revelou irrelevante, i.e., não era preciso estar no local para resolver a tarefa, ou mesmo irrealista. A experiência realizada mostrou-se com potencialidades para os futuros professores, em particular, no trabalho com a formulação de problemas em associação com a reflexão sobre diferentes tipos de tarefas matemáticas e sobre o papel dos contextos, assim como no trabalho com a criatividade, i.e., quer quando as formulam quer no potencial que estas têm para potenciar nos alunos do ensino básico o desenvolvimento da sua criatividade matemática (Barbosa et al, 2015).

Referências bibliográficas



Barbosa, A., Vale, I. & Tomás Ferreira, R. (2015). Trilhos matemáticos: promovendo a criatividade dos futuros professores. *Educação & Matemática*, 135, 57-64

Brown, S. & Walter, M. (2005). *The art of problem posing*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Castro, L. (2015). Trilho matemático: uma experiência fora da sala de aula com uma turma do 5º ano de escolaridade. *Relatório de Mestrado 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico*. IPVC-Escola Superior de Educação.

- Cross, R. (1997). Developing Maths Trails. *Mathematics Teaching*, 158, 38–39.
- Denzin, N. & Lincoln, Y. (2000). *Handbook of Qualitative Research*. Newbury Park: Sage
- Hannula, M. (2004). *Affect in mathematical thinking and learning*. Turku: Turun Yliopisto.
- Kenderov, P., Rejali, A., Bartolini Bussi, M., Pandelieva, V., Richter, K., Maschietto, M., Kadijevich, D., & Taylor, P. (2009). Challenges Beyond the Classroom—Sources and Organizational Issues. In E. Barbeau & P. Taylor (Eds.), *Challenging Mathematics In and Beyond the Classroom – New ICMI Study Series 12*, (pp. 53-96). Springer.
- National Council of Teachers of Mathematics (2014). *Principles To Actions: Ensuring Mathematical Success for All*. Reston, VA: NCTM.
- Schleicher, A. (2016), *Teaching Excellence through Professional Learning and Policy Reform: Lessons from Around the World*, International Summit on the Teaching Profession. Paris: OECD Publishing.
- Silver, E. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM*, 3, 75-80.
- Smith, M., & Stein, M. K. (2011). *Five practices for orchestrating productive mathematics discussions*. Thousand Oaks, CA: Corwin Press.
- Stoyanova, E. (1998). Problem posing in mathematics classrooms. In A. McIntosh & N. Ellerton (Eds.), *Research in Mathematics Education: a contemporary perspective* (pp. 164-185). Edith Cowan University: MASTEC.
- Vale, I., Barbosa, A. & Pimentel, T. (2015). Math trails a rich context for problem posing - an experience with pre-service teachers. *Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)*, 25 (2), 221-227.

ANEXO

<p>Tarefa 1.</p> <p>Olha à tua volta e procura o sinal com o nome da rua em que te encontras. Tira uma fotografia. Se colocares as letras num saco, qual será a letra mais provável que podes tirar? E a menos provável?</p> 	<p>Tarefa 3</p> <p>Os caixotes do lixo da escola estão bastante degradados, e a direção da escola decidiu pintar todo o ferro vermelho de azul.</p> <p>1. Calcula um valor aproximado da área de ferro a pintar.</p> <p>2. Sabe-se que há 3 latas de tinta azul que dá para pintar 3 metros quadrados e a escola dispõem de 12 caixotes do lixo deste tipo. Verifica e as três latas de tinta serão suficientes para pintar todos os caixotes. Justifica.</p> 
---	--



	<p>Tarefa 2</p>	<p>Tarefa 4</p>
<p>Vai até à Praça da República. Lá, vais encontrar um chafariz.</p> <p>1. Sabendo que a menina que está na borda do chafariz mede 1,55m, faz uma estimativa da altura do chafariz.</p> <p>2. Como poderias medir o perímetro do chafariz. Explica.</p>	<p>Todos estes postos são cubos, nos quais as faces estão representadas 5 ninhos de quadrados pintados alternadamente.</p> <p>1. Imagina que tinhas um cubo com 50 ninhos de quadrados, de que cor seria o 17ª quadrado?</p> <p>2. A escola vai transformar estes postos em floreiras. Cada posto terá 8 pés de rosas e 8 pés de lírios. Desenha no teu bloco vários modos de dispor as flores, de acordo com um padrão e sem sobrar nenhuma planta.</p> <p>3. Gastou-se 75,60 euros em flores para cada posto. Se cada rosa custa 3,50 euros e cada lírio custa mais 70 cêntimos, calcula quantos pés de cada flor terá cada floreira.</p>	

Figura 1. Exemplos de tarefas dos trilhos

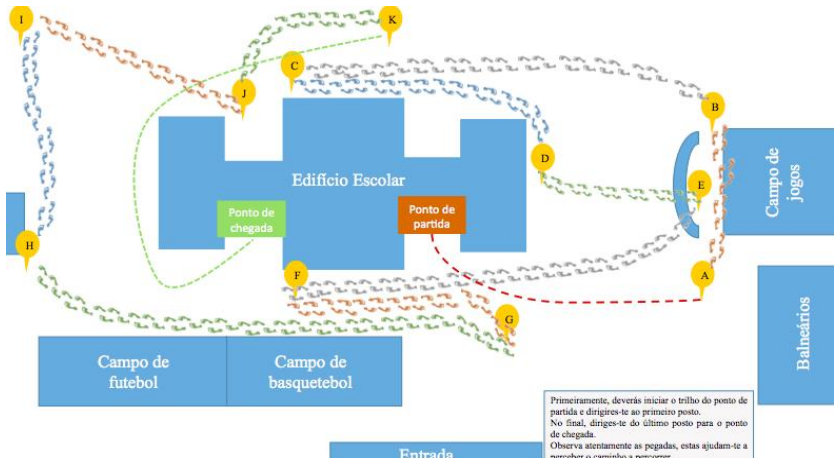




Figura 2. Material de apoio ao trilho

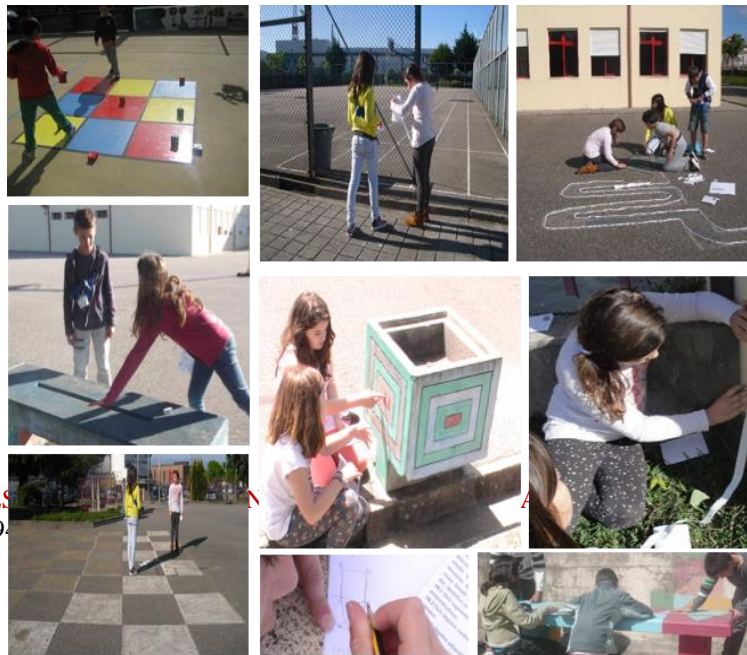


Figura 3. Alunos concretizando um trilho no meio escolar



Figura 4. Alunos concretizando um trilho no meio urbano