

ORIGAMI: UNA TÉCNICA LÚDICA Y ACCESIBLE PARA LA ENSEÑANZA DE POLIEDROS

Marcela P. Villagra – Andrea C. Antunez – Gladys C. Antunez
mvillagr@ungs.edu.ar – aantunez@ungs.edu.ar – gantunez@ungs.edu.ar
Universidad Nacional de General Sarmiento – Argentina

Núcleo temático: V. Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Modalidad: F

Nivel educativo: Medio o Secundario (12 a 15 años)

Palabras clave: Poliedros regulares, origami, materiales didácticos.

Resumen

El objetivo de esta muestra es presentar algunos poliedros y un conjunto de módulos de papel que permiten, bajo la técnica de origami, involucrar a los estudiantes en actividades dinámicas y participativas que posibilitan el análisis de propiedades geométricas, la construcción de conjeturas e incluso la elaboración de pruebas visuales.

La técnica de origami ofrece a los docentes una oportunidad de generar, con recursos de bajo costo, un ambiente lúdico para la enseñanza de la geometría tridimensional. Al mismo tiempo, favorece la observación, intuición espacial y la creatividad.

Los materiales didácticos de la muestra se dividen en:

Cuerpos contruidos: se exhiben cuerpos geométricos cóncavos y convexos confeccionados algunos con la técnica de origami modular y otros con cartapesta. La manipulación de esta muestra permitirá identificar la propiedad de convexidad en algunos poliedros y otras características de los mismos.

Cuerpos por construir: conjunto de piezas básicas de papel llamadas módulos. Se propone a los estudiantes confeccionar poliedros regulares mediante ensamblaje de estos módulos de papel, con la técnica de origami modular. Tal consigna tiene la finalidad de descubrir que sólo es posible armar cinco poliedros regulares.

Introducción

El presente trabajo se vincula con el programa Valiciencia del Museo Interactivo de Ciencia, Tecnología y Sociedad “Imaginario” de la Universidad Nacional de General Sarmiento. Tal programa consiste en una serie de experiencias interactivas que permiten comprender algunos conceptos teóricos de una manera visual, manipulativa y sobre todo, lúdica. Las experiencias se agrupan en micro módulos que son transportados a las escuelas que lo demanden e implementadas por un guía animador.

En el marco de este programa, se desarrolló el presente trabajo que tiene como objetivo principal involucrar a los estudiantes en actividades dinámicas y participativas con el fin de conocer y construir cuerpos geométricos, entre ellos, poliedros. En particular, se propone construir poliedros regulares con la técnica de origami modular.

El desarrollo de esta actividad favorece el análisis de propiedades geométricas de los cuerpos y poliedros, e incluso propicia la formulación de conjeturas y la elaboración de argumentos matemáticos para la justificación de dichas conjeturas a través de pruebas visuales.

Fundamentación

El origami o papiroflexia es el arte de hacer figuras mediante el plegado de papel. En su rama más “ortodoxa”, supone la condición de no admitir cortes ni pegado de piezas diferentes; estrictamente, se trata de doblar una única pieza de papel. En cambio, en una de las corrientes modernas, el origami modular, sí se permite utilizar piezas distintas, aunque mantiene la restricción de no pegar. En esta rama moderna de la papiroflexia se realizan figuras, generalmente idénticas, denominadas módulos los cuales se encastran entre sí mediante solapas y bolsillos dando a lugar a una figura compleja. El plegado de estos módulos (baldosas, bisagras, módulos con aletas), es mucho más sencillo que el origami que usa sólo una hoja de papel y, en su mayoría, los motivos de este tipo de origami son geométricos.

Los beneficios del uso del origami en la enseñanza de la matemática son varios. Royo Prieto (2002) destaca el valor matemático del origami modular, además de su valor artístico y estético:

- 1) Nos permite la representación física de entes abstractos. En este sentido, tiene el mismo interés que puede tener un programa de ordenador que dibuje poliedros, si bien es mucho más revelador tener en la mano un icosaedro, palparlo y girarlo, que verlo en una pantalla donde simulamos su giro.
- 2) Tanto en el diseño como en al plegado y ensamblaje de módulos, se experimentan de una forma sencilla las propiedades de los poliedros tales como grado, regularidad y simetría, ya que en su diseño intervienen de forma decisiva los conceptos de arista, índice, cara, vértice y otros más sofisticados como dualidad,

colorabilidad, característica de Euler-Poincaré e incluso curvatura (...) (pp.179-180).

Por su parte, entre otros beneficios y cualidades, De la torre Mejía y Prada Vásquez (sf) señalan que motiva al estudiante a ser creativo ya que puede desarrollar sus propios modelos e investigar la conexión que tiene con la geometría no solo plana sino también espacial.

Ricotti (2012) también menciona que las posibilidades pedagógicas del origami son enormes para estudiar y/o ilustrar tanto la geometría plana como también la geometría del espacio. Señala, además, que es fundamental que la acción del plegado no se constituya en una simple cuestión mecánica y de repetición cuando los objetivos que se persiguen son matemáticos, sino que es un proceso reflexivo con una cabal interpretación geométrica de lo que se está haciendo. En la propuesta presentada se atiende especialmente este aspecto, ya que las baldosas y bisagras del origami acuden a resolver una necesidad de reflexión práctica y física para solucionar un problema matemático. El guía gestiona la construcción de los cuerpos garantizando la enunciación de condicionantes matemáticos, con preguntas que invitan a reflexionar sobre lo que se está haciendo.

Durante el desarrollo de la actividad, teniendo en cuenta la definición de poliedro regular (poliedro convexo cuyas caras son polígonos regulares y convergen en cada vértice el mismo número de caras), se espera que los estudiantes reconozcan que para la construcción de un primer vértice de un poliedro regular, la suma de los ángulos de los polígonos que convergen en el mismo tiene que ser menor a 360° . De esta manera, se prevé que descubran que estos poliedros no son infinitos, más aún, que pueden explorar rápidamente con la misma técnica todas las posibilidades. Asimismo, los estudiantes podrían llegar a la hipótesis de que con cada tipo de polígono regular sólo se pueden construir los poliedros que ellos armaron.

La actividad propuesta impulsa a los estudiantes a generar pruebas visuales de alguna propiedad o resultado matemático logrado en el proceso de construcción, por ejemplo, el resultado de que sólo son cinco los poliedros regulares. El individuo reconoce en el registro de acciones y representaciones las reglas con las que fueron construidas y así extrae la información que le permite el descubrimiento y comprensión de la noción matemática involucrada. Según Doniez (2000), la prueba visual es una “demostración sin palabras” ya que la misma se estructura en base a un dibujo o diagrama (o construcciones con origami en este caso) y algunas precisiones matemáticas del tipo simbólico que guíen la lectura de los elementos

visuales presentados. “Lo que se intenta en cada DSP¹ es ayudar al observador a VER por qué un enunciado particular puede ser verdadero, y también a VER cómo podría comenzar a probarlo” (Doniez, 2000, p.6).

En línea con lo enunciado, se puede decir que la propuesta presentada facilita el tránsito de lo experimental a lo abstracto, de lo manipulativo con baldosas y bisagras a lo argumentativo matemático mediante pruebas visuales, y permite descubrir que ciertas situaciones tienen una estructura general de análisis.

Descripción de la muestra

Los materiales didácticos de la muestra se dividen en dos grupos. En el primer grupo: Cuerpos construidos, se exhiben cuerpos geométricos cóncavos y convexos confeccionados algunos con la técnica de origami modular y otros con cartapesta. Se propone la exploración de los mismos con el objetivo de caracterizarlos, es decir, hallar relaciones entre un polígono (lados, vértices) y un poliedro (caras, vértices, aristas), convexidad y concavidad, poliedros convexos y poliedros regulares. Además, durante este proceso, motivada por el propósito de describir los cuerpos, surge la necesidad de definir de los conceptos de cara, vértice, cuerpo geométrico y poliedros. En particular, se hace explícita la definición de poliedro regular.

A continuación se muestra una imagen de algunos cuerpos y poliedros que conforman la muestra:



El segundo grupo: Cuerpos por construir, está conformado por un conjunto de piezas básicas de papel llamadas módulos. Estos módulos se construyen con la técnica de origami a partir de papeles cuadrados y rectangulares, mediante el plegado de los mismos. Se arman solapas y baldosas triangulares, cuadradas, pentagonales, hexagonales y heptagonales. Luego, se propone a los estudiantes confeccionar poliedros regulares mediante ensamblaje de estos módulos de papel, con la técnica de origami modular.

En la foto se muestra parte del proceso de construcción de algunos poliedros realizados con origami modular. En ella se pueden apreciar los módulos y solapas que al ensamblarlos formarán un poliedro regular.



Durante este proceso de construcción, como ya mencionamos anteriormente, es factible que se evidencien las condiciones que debe satisfacer el cuerpo construido: en cada vértice de un poliedro regular convergen el mismo número de caras idénticas dadas por polígonos

regulares; y la suma de los ángulos de los polígonos que convergen en el vértice tiene que ser menor a 360° . Además, con el mismo proceso se descubre que hay una cantidad finita de poliedros regulares, es decir, que es posible armar sólo cinco poliedros de este tipo.

Reflexiones finales

Con la presente muestra se expone una posible forma de presentar una situación de enseñanza de la geometría tridimensional que permite a los estudiantes construir y conocer los poliedros regulares de una manera participativa y lúdica con la utilización de recursos de bajo costo. En particular, se intenta favorecer el tratamiento de un asunto matemático, por qué son sólo cinco los poliedros regulares, a través de la exploración y manipulación de distintos poliedros, la construcción de poliedros regulares y la elaboración de conjeturas y de argumentos para su justificación.

Cabe destacar que los materiales didácticos aquí presentados son fáciles de elaborar y pueden ser reutilizados en otras situaciones similares.

Esta muestra puede ser disparadora de propuestas similares. Por ejemplo, en la exploración inicial de los cuerpos geométricos del primer grupo, surgirá seguramente curiosidad por los poliedros estrellados. En un taller especial podría trabajarse con ellos, definirlos, construirlos, comprenderlos, indagar cuántos son, etc. Otra cuestión que puede ser interesante es clasificar los poliedros no regulares que pueden surgir de la manipulación con las baldosas. Se podrían obviar algunos requisitos como igual cantidad de caras en un vértice y ver qué se obtiene, seguramente algunos de ellos surgirán en los ensayos.

Actualmente existen abordajes teóricos en Didáctica de la Matemática que rescatan el valor formativo en el aprendizaje de la Matemática, de la incorporación de pruebas visuales, razonamiento visual, demostración sin palabras y demostraciones empíricas en la enseñanza. Valorar estos aspectos del quehacer matemático, que no necesariamente están ligados a la formalización rigurosa que se da en la validación matemática, aportan a una imagen más humana y creativa de la Matemática.

Referencias bibliográficas

Antúnez, G. (2015). *Poliedros regulares y origami en un museo interactivo de ciencia*.

Buenos Aires: Universidad Nacional de General Sarmiento.

Borwen, P. y Jörgenson, L. (2002). Visible Structures in Number Theory. *The American*

Mathematical Monthly, 108(5),897-910.

<http://www.cecm.sfu.ca/~loki/Papers/Numbers> consultado 30/03/2016.

De la torre Mejía, H. y Prada Vásques, A. (sf). *El origami como recurso didáctico para*

la enseñanza de la geometría. Encuentro Colombiano de Matemática Educativa,

<http://funes.uniandes.edu.co/992/1/31Taller.pdf> Consultado 27/03/2016.

Doniez S.,R. (2000) Integra Nro. 4. Universidad de Viña del Mar. Feldman, D (2010).

La pedagogía de la escolarización. En D. Feldman, *Enseñanza y escuela*. (pp.33-55).

Giardino V. (2010). Intuition and Visualization in Mathematical Problem Solving.

Springer, Topol 29, 29-39.

Meavilla Seguí, V. (2005). Razonamiento visual y Matemáticas. *Revista Sigma*, 27, 109-

116.

Royo Prieto, J. (2002) Matemáticas y papiroflexia. *Revista Sigma*, 21, 175-192.

Ricotti, S (2012). *Geometría y Origami. Una fiesta con papeles para la clase de*

Matemática. Santa Fe: Homo Sapiens Ediciones.

Torres Alcaraz, C. (2004). Lo visual y lo deductivo en las matemáticas. *Miscelánea*

Matemática

40,

1-27.