

EXPLORACIÓN INTEGRAL DE PROBLEMAS VÍA TECNOLOGÍA DIGITAL

Eduardo Basurto Hidalgo
basurto.e@gmail.com
CRESUR-MÉXICO

Núcleo temático: II. La Resolución de problemas en Matemáticas

Modalidad: MC

Nivel educativo: 5. Formación y actualización docente

Palabras clave: Problemas, tecnología, integración.

Resumen

La resolución de problemas es una pieza clave en la mayoría de los enfoques para el tratamiento de los contenidos curriculares en distintas latitudes y niveles educativos desde hace ya varias décadas, por otro lado, el notable interés de los docentes de matemáticas en las herramientas de tecnología digital, pone al centro de la discusión la integración de la resolución de problemas y el uso de tecnologías con la finalidad de que no se genere un uso trivial de los medios ni tampoco perder la esencia de los procesos involucrados al resolver problemas. Con base en lo anterior el presente mini curso tiene como propósito principal mostrar algunas ideas que permiten enriquecer el tratamiento didáctico de situaciones problemáticas partiendo de las distintas posibilidades que ofrecen hoy en día algunos softwares y dispositivos diseñados de manera exprefeso para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

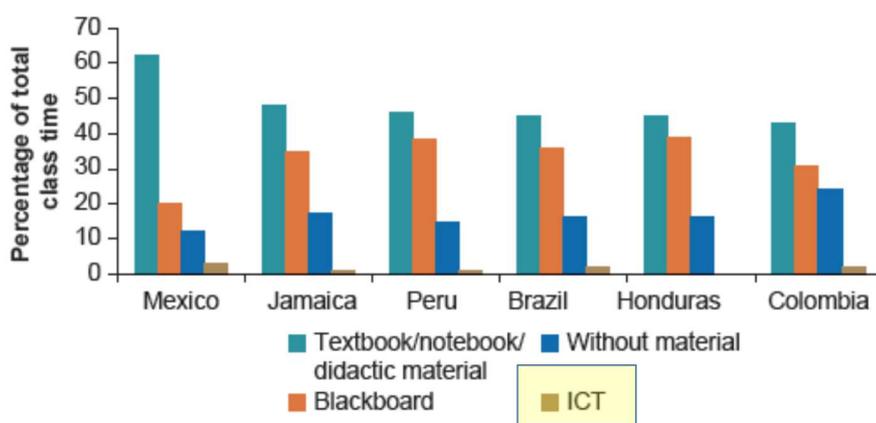
Introducción

Números trabajos sobre la resolución de problemas se han realizado y reportado en la literatura de investigación entre los que están, Polya (1990), Johnson (1972), Mayer (2006), Kilpatrick (1985), Schoendeld (1985), Santos (2007), Mancera (2016), quedando al descubierto que es un área de gran interés en la que aún no se ha dicho la última palabra al respecto.

Considerando que la resolución de problemas está en el centro del escenario de la enseñanza de las matemáticas ya que probablemente se al medio y el fin de la misma es innegable que una de mayores evidencias de la movilización de saberes en matemáticas por parte de los

estudiantes se manifiesta cuando son capaces de plantear y resolver problemas de manera autónoma.

En países de América Latina y el Caribe se han tenido ciertos avances en la llamada primera brecha digital, la del equipamiento, pero la segunda brecha digital la que busca lograr más y mejores aprendizajes con el uso de los medios digitales es la que está actualmente en construcción ya que a pesar de muchos esfuerzos la siguiente gráfica ilustra un poco la situación en las aulas:



World Bank, (2015)

Aunque el gráfico anterior no habla en específico de alguna asignatura, en la búsqueda de una mejora en la gestión de la clase de matemáticas tal vez esperaríamos un cierto equilibrio en las barras presentadas en el gráfico anterior, con lo que los profesores al menos tuvieran cierto balance en el uso de sus recursos. El rubor más desprotegido es el que se refiere las TIC, lo cual puede deberse a varios factores y sea que no cuenten con tecnología o bien desconozcan formas eficientes de uso de la misma.

En este sentido la formación inicial de docentes pero aún más de los docentes en servicio parece ser un punto importante ya que si bien para la enseñanza de las matemáticas existen muchos medios tecnológicos que van desde dispositivos físicos como calculadoras, software para áreas específicas, apoyos web, etc, desarrollados específicamente para matemáticas además de un camino ya avanzado en el terreno de la investigación al respecto de su implementación en la enseñanza, es necesaria un aterrizaje de muchas ideas al terreno del profesor del día a día, en buena medida este mini curso buscará ofrecer algunas propuestas susceptibles de llevarse a cabo en cualquier aula.

Perspectiva

El hombre ha podido extender sus capacidades cognitivas vía la interacción establecida con herramientas materiales y simbólicas. El desarrollo del conocimiento ha estado acompañado del uso de las tecnologías cognitivas. Investigaciones como las de Duval (1998), Godino y Batanero (1999), D'Amore (2001), entre otros, han afirmado el hecho de que la actividad matemática, dada la generalidad de su objeto de estudio, es esencialmente simbólica.

Por otra parte, ha surgido una creciente utilización de la tecnología digital en los procesos de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas como lo muestran los trabajos de Arzarello (2004), Borba y Villareal (2006), Artigue (2002), Verillon y Rabardel (1995), Guin y Trouche (1999), etc.

“Al refractar el objeto matemático en el medio digital, aparecen posibilidades nuevas para la justificación y la prueba de fenómenos nuevos asociados al objeto ahí representado. De ninguna forma insinuamos una sustitución abrupta de la epistemología tradicional, si no, más bien, subrayamos que estamos entrando a una nueva fase de exploración y de encuentro de formas distintas (pero no contradictorias entre ellas) de representar y concebir el objeto matemático. Ese es el rol principal de los objetos borde: nos brindan la posibilidad de considerar simultáneamente dos formas de conceptualizar: la digital y la de lápiz y papel”
Moreno (2014)

Estos hechos vuelven necesario recurrir a la semiótica para entender los procesos de significado y sentido expresados en sistemas de signos surgidos en las producciones verbales y escritas de los sujetos al resolver tareas donde intervienen tecnologías digitales.

En este mini curso las actividades tienen como telón de fondo, el enfoque de la aproximación instrumental, dado que las acciones instrumentales producen una versión sónica del conocimiento. Artigue (2002) menciona que un instrumento se diferencia del artefacto físico que lo origina por ser “una entidad mixta, parte artefacto y parte proyectos cognitivos los cuales lo hacen un instrumento” (p.253). La conversión del artefacto en instrumento involucra una evolución en los diferentes usos del artefacto. Este proceso es llamado “génesis instrumental”.

El proceso de génesis instrumental según Artigue (2002) se desarrolla en dos

direcciones:

La primera se enfoca hacia el artefacto, asimilando progresivamente sus potencialidades y limitaciones, transformándolas para usos específicos. Esta parte es conocida como: instrumentalización del artefacto

La segunda se dirige al sujeto, principalmente a la apropiación de planes de acción instrumentada los cuales eventualmente tomarán forma de técnicas instrumentadas que permitan dar respuestas a tareas: instrumentación

El siguiente esquema retomado de Guin y Trouche (1999) intenta esquematizar el proceso de génesis instrumental.



Esquema del proceso de génesis instrumental.

Desde un punto de vista más pragmático de manera personal, consideramos que el empleo de instrumentos de tecnología digital en la construcción del conocimiento matemático de los estudiantes no solamente facilita la identificación e implementación de estrategias de resolución, sino también potencia el repertorio de las heurísticas, por esto, el uso de la tecnología influye directamente en la conceptualización y forma de interactuar con los problemas.

En buena medida lo anterior es posible ya que las herramientas digitales permiten al estudiante despojarse de esfuerzos largos y complejos en algoritmos que si bien son parte importante del conocimiento matemático que el estudiante debe desarrollar, también es fundamental que centre su actividad cognitiva de análisis de relaciones, regularidades,

ejemplos y contraejemplos, ya que en muchos casos el estudiante desvía la mayor parte de su atención a las técnicas y procesos en momentos en los que debe centrarse en la reflexión.

Desarrollo del mini curso.

Para organizar la forma en que la tecnología pueda tener efectos importantes en la educación de las matemáticas, Rubin (2000) propone cinco tipos de oportunidades generadas por las TIC, las cuales son: conexiones dinámicas; herramientas sofisticadas; comunidades ricas en recursos matemáticos; herramientas de diseño y construcción; y herramientas para explorar complejidad.

En este sentido hay algunos elementos de tecnología digital que pueden ofrecer las oportunidades antes mencionadas pero dos son excepcionalmente destacados por un lago GEOGEBRA, software en constante actualización que hoy en día puede cubrir prácticamente los requerimientos de cualquier contenido en un espectro muy amplio de niveles educativos y por otro lado está un dispositivo tecnológico como la calculadora HP Prime concebida desde su diseño para permitir este tipo de oportunidades de manera natural desde sus módulos de aplicaciones creados para ofrecer mayor ergonomía cognitiva a los estudiantes.

Por otro lado, no solo basta tener claro cuáles son las potencialidades de la tecnología que vamos a utilizar, sino también plantear una postura metodológica al momento de plantear la ruta hipotética por la que se guiará a los estudiantes al permitirles utilizar tecnología al resolver problemas, en este caso hemos considerado una serie de rasgos incluidos en la propuesta de Mancera (2016) en la que considera por principio de cuentas, iniciar la ruta con alguna situación que no inmovilice a los estudiantes, factible de ser abordado y entendida por la gran mayoría de los estudiantes, muy probablemente planteada con datos relajados para el nivel educativo de los estudiantes a fin de tener flexibilidad en la variedad de métodos de solución y permita de inicio una estimación, la siguiente etapa nos llevará solicitar que sean los mismos estudiantes quienes cambien los datos originales del problema, propiciando una generalización de la situación, parte en la que entra el uso de tecnología digital, pues esta generalización se potencializa mucho al despojarse de la repetición contante de algoritmos, admitiendo al exploración de los distintas herramientas que le proporcione el medio tecnológico y por último sometiendo a exigencias previas la situación inicial o una similar para propiciar cierta reversibilidad sobre su proceder a los estudiantes.

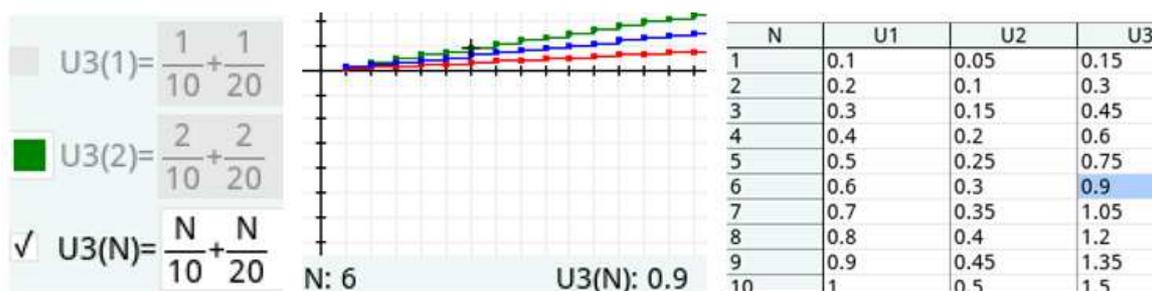
La **primera actividad** del mini curso consta en plantear el siguiente problema:

Un tinaco tiene dos llaves para lograr una cierta mezcla de dos componentes, una de ellas puede llenarlo en diez minutos, si trabaja sola y a toda su capacidad; la otra, trabajando también sola, a toda su capacidad, puede llenarlo en veinte minutos. Si ambas llaves trabajan simultáneamente a toda su capacidad ¿Cuánto tiempo tardarán en llenar el tinaco?

Este problema será resuelto en el medio estático o de papel y lápiz junto con las estimaciones y discusión de los posibles caminos de resolución en este medio que han observado por parte de los estudiantes. Además de ideas sobre la manera en que en el entorno de aula secuenciarían su intervención.

En la **segunda parte** se pedirá a los asistentes al mini curso que analicen algunos aspectos del problema planteados utilizando ciertas aplicaciones del dispositivo HP Prime, con la finalidad de que al explorar las versiones digitales de los objetos matemáticos involucrados en dichos problemas hagan vivencial el potencial que tiene el uso de entornos tecnológicos en problemas que cotidianamente se incluyen en las curricula, pero analizados desde una exploración digital secuenciada.

Se analizarán las variantes que ofrece el medio tecnológico para explorar la situación en su estado inicial de una manera discreta vía una aplicación de sucesiones como se muestra a continuación:



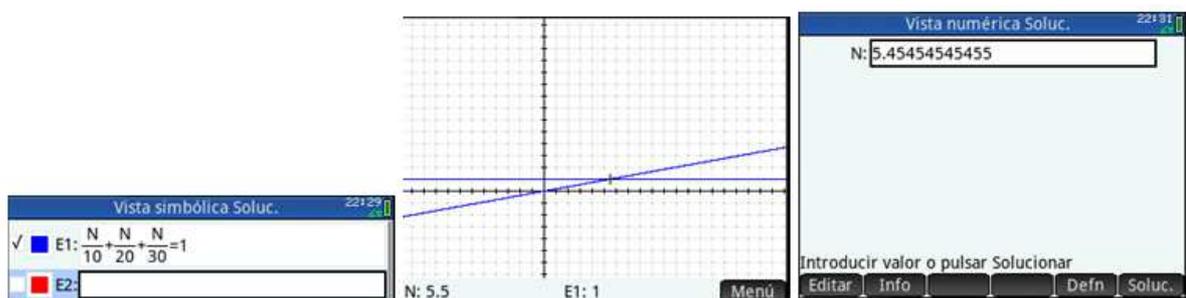
Interacciones de las representaciones Symb (simbólica), Plot (Gráfica) y Num (Numérica) de la HP Prime en la aplicación de sucesiones.

La posibilidad de mostrar en tiempo real tres representaciones distintas de un mismo objeto matemático ligado a una situación problémica, ofrece una retroalimentación inmediata de los efectos que tiene cualquier variación en las tres distintas representaciones, este tipo de

ventajas pueden ser observadas también en Geogebra potencializando mucho la comprensión de los estudiantes.

De ahí se verá como a través del medio tecnológico se puede ir a donde antes o bien no se arribaba por falta de tiempo o por el nivel de complejidad en términos de algoritmos pero que no obstante siempre estuvo ahí para su análisis.

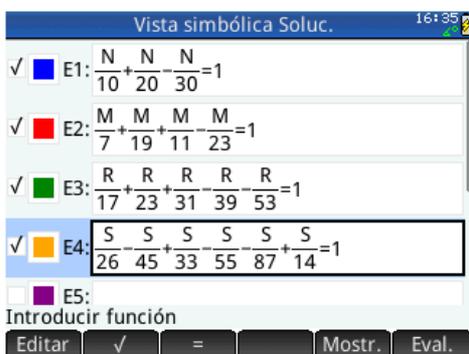
Como se muestra en la siguiente terna de imágenes que se generan a partir de la pregunta: ¿qué sucedería si tuviéramos otra llave que se uno y lo llena en 30 minutos?



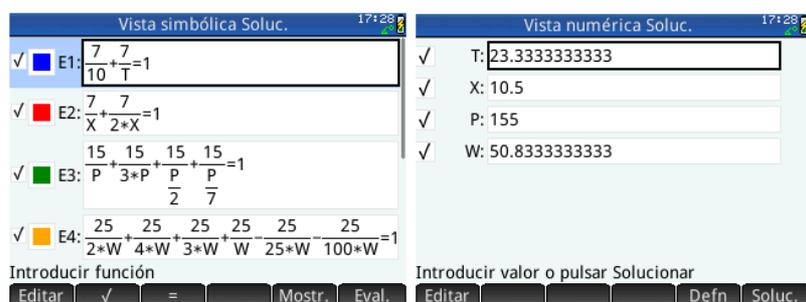
Interacciones de las representaciones Symb, Plot y Num de la HP Prime en la aplicación de ecuaciones.

En este caso no solo se dio una variante apropiada para el uso de tecnología a la situación original, sino que además de buscó que utilizará otro tipo de análisis dentro del mismo instrumento, con lo que se abre la puerta a nuevas interpretaciones.

Incluso se avanza hacia una **tercera parte** dando una versión más general de modelo planteando, ¿qué sucedería si no solo hubiera llaves que introducen líquido al tinaco y existieran también llaves que extrajeran líquido del tinaco a distintas velocidades?



Y avanzando incluso hasta someter a exigencias previas la situación inicial indagando, cuestiones como que si dado un resultado deseado y una relación entre los tiempos de llenado y fugas, se puede encontrar los tiempos de llenado por llave o por orificios de fuga.



La **cuarta parte** y cierre, pretende generar una discusión objetiva sobre las ventajas, desventajas, limitaciones, potencialidades y posibilidades para incorporar este tipo de tratamientos didácticos de los contenidos de la matemática escolar vía entornos digitales.

Referencias bibliográficas

Artigue, M. (2002). Learning Mathematics in a CAS Enviroment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*. 7(3), 245 – 274.

Bruns, Barbara y Luque, Javier. 2015. *Great Teachers : How to Raise Student Learning in Latin America and the Caribbean*. Washington, DC: World Bank. © World Bank.

Borba, M; y Villareal, M. (2006). *Humans – with – Media and the Reorganization of Mathematical Thinking*. New York: Springer.

D'Amore, B. (2001) Une contribution au débat sur les concepts et les objets mathématiques: la position <<naïve>> dans une théorie <<réaliste>> contre le modèle <<anthropologique>> dans une théorie <<pragmatique>>. En A. Gagatsis (Ed), *Learning in Mathematics and Science and Educational Technology* (Vol. 1, pp. 131-162).

Duval, R. (1998). Signe et objet, I et II. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, IREM de Strasburg, 6, 139-196.

Godino, J.D; y Batanero, C. (1999). The meaning of mathematical objects as analysis units for didactic of mathematics. Paper presented at the *Proceedings of the First Conference of the European Society for Research Mathematics Education*.

Guin, D y Trouche, L. (1999). *The complex process of converting tools into a mathematical instruments: The case of calculators*. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 3(3),195 – 227.

Johnson, D. M. (1972). *Systematic introduction to the psychology of thinking*. Harper and Row, New York.

Kilpatrick, J. (1985). A retrospective account of the past twenty-five years of research on teaching mathematical problem solving. In E. A. Silver, *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp. 1-16). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Mancera, E y Basurto, E. (2016). *Saber Matemáticas es Saber Resolver Problemas*. Colección Formación de docentes de Matemáticas. SIRVE. México

Mayer, R. E. & Wittrock, R. C. (2006). *Problem solving*. In: P. A. Alexander & P. H. Winne (Eds.), *Handbook of educational psychology* (2nd ed., pp. 287–304). Mahwah: Erlbaum.

Monero, L. (2014). *¿Cómo impactan las tecnologías los currículos de la Educación Matemática?* Luis Moreno–Armella. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática / Centro de Investigaciones Matemáticas y Metamatemáticas, Universidad de Costa Rica. - Año 8, No. 11 (Diciembre 2013). San José, C.R. : Centro de Investigaciones Matemáticas y Metamatemáticas, Universidad de Costa Rica, 2013- xi.

Pólya, G. (1990). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Rubin, A. (2000). *Technology meets math education: Envisioning a practical future forum on the future of technology in education*. En <http://www.air-dc.org/forum/abRubin.htm>

Santos, M. (2007). *Resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos*. México: Trillas.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Academic Press.

Vrillon, R y Rbardel, G (1995). *Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity*. *European Journal of Psychology of Education* 10(1), 77 -101.