

NUEVOS RETOS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA: SOLUCIONES CREATIVAS

Francisco Bellot – Raquel Mallavibarrena-Jesús Montejo-Gámez-Pedro Ramos-Encarnación Reyes-Luis J. Rodríguez-Muñiz
franciscobellot@gmail.com – rmallavi@ucm.es – jmontejo@uco.es –
pedro.ramos@uah.es – ereyes@maf.uva.es – luisj@uniovi.es
Real Sociedad Matemática Española (RSME), España

Núcleo temático: I

Modalidad: MC

Nivel educativo: Todos los niveles, especialmente Primaria, Secundaria y Bachillerato

Palabras clave: creatividad, retos, currículos, metodologías

Resumen

El **minicurso** tiene dos partes: una dedicada a la Resolución de Problemas y otra consistente en una sesión sobre "Nuevos retos en Educación Matemática" en la cual se exponen las líneas de trabajo recientes de la Comisión de Educación de la Real Sociedad Matemática Española (RSME), sus análisis y sus propuestas.

Primera parte: ponencia sobre Resolución de Problemas con ejemplos "no convencionales" cuyas soluciones fomentan la creatividad dentro de la Matemática Elemental.

Ponente: Francisco Bellot. Título: **Soluciones creativas de problemas no convencionales.**

Segunda parte: Coordinada por Luis J. Rodríguez-Muñiz y Raquel Mallavibarrena. Se exponen reflexiones y propuestas sobre los aspectos prioritarios de los últimos años dentro de las tareas de la Comisión de Educación de la RSME:

.- Las Matemáticas elementales en el siglo XXI

.- Los currículos y las metodologías activas en Primaria y Secundaria

Ponentes: el minicurso está al cargo de seis miembros de la Comisión de Educación de la RSME, en concreto, la primera parte tiene como ponente a **Francisco Bellot**, que también pertenece a la Comisión de Olimpiadas de la RSME, y la segunda tiene como coordinadores a **Luis J. Rodríguez y Raquel Mallavibarrena** y como ponentes a **Jesús Montejo, Pedro Ramos y Encarnación Reyes.**

SOLUCIONES CREATIVAS DE PROBLEMAS NO CONVENCIONALES

Las soluciones de muchos problemas matemáticos, sean de Olimpiadas o no, son claros ejemplos de lo que se conoce como *creatividad*: es decir, *ideas brillantes que simplifican la solución, cambios drásticos en el punto de vista, digamos rutinario, para llegar al final, interpretaciones inesperadas o astutas con las que lo que se preveía largo y tedioso se transforma en una solución "de una línea", etc., etc.*

Siempre aconsejo a mis estudiantes que no se quejen si un profesor resuelve uno de los problemas que les plantea mediante una *idea feliz*. Cuantas más ideas felices vean utilizar en la resolución de problemas, más ideas felices se les ocurrirán más adelante, cuando menos lo esperen, para resolver un problema – no necesariamente matemático – al que se tengan que enfrentar.

Dos de los, a mi juicio, más completos ensayos acerca de la creatividad matemática son el titulado *Creativity*, de *Alan Tammadge*, como Discurso Presidencial de 1979 durante la Conferencia de The Mathematical Association del Reino Unido; y el capítulo 3 del libro *Advanced Mathematical Thinking*, Kluwer Academic Publishers, 1991; titulado *Mathematical Creativity*, escrito por el belga *Gontran Ervynck*.

Tammadge, ya en el segundo párrafo de su ensayo, dice que ***los profesores de matemáticas debemos estar constantemente alerta para descubrir oportunidades que alienten y desarrollen un resultado creativo, tanto en nuestros alumnos, como en nosotros mismos.*** En efecto, yo creo que deberíamos preguntarnos por qué los aspectos más sugestivos de las Matemáticas han sido sepultados en tantas ocasiones por procedimientos pretendidamente didácticos, áridos y rutinarios que bloquean en la adolescencia cualquier tentativa de profundización en la materia y dejan como vestigio una insuperable antipatía hacia las ciencias exactas. Esta reflexión ya la hacían *Rademacher* y *Toeplitz* en los años 40 del siglo pasado, en el prólogo de su libro *Números y figuras*, traducido al español por Alianza editorial en 1970, aunque tal vez haya alguna edición anterior en nuestro idioma. Conviene quizá decir que el título en español es, en realidad, el subtítulo. El título verdadero es *The Enjoyment of Mathematics, El disfrute de las matemáticas*.

Desde 1986, en que comenzó a publicarse (con el nombre de *Newsletter of the WFNMC*), la revista ***Mathematical Competitions*** ha publicado varios artículos sobre creación de problemas y creatividad matemática. Por ejemplo, el de **Murray Klamkin** *Problem proposing and mathematical*

creativity (1987), o el de **Anthony Gardiner** *Creating Elementary problems to Stimulate Thinking* (1992). Citando a **Gardiner**, lo que hace que un problema sea bueno es que sus ingredientes sean sencillos pero el enunciado no sea de tipo estándar; que no tenga un método de solución inmediatamente obvio, pero una atenta lectura de su enunciado conduzca a prometedoras vías de ataque; y que la solución final tenga una inesperada elegancia o sencillez conceptual.

En esta ponencia presentaré varios ejemplos de problemas en cuyas soluciones la creatividad matemática está presente, como veremos. También citaré algunas fuentes bibliográficas que creo son muy relevantes porque no simplemente presentan soluciones de los problemas, sino que indican cómo se puede llegar a esa solución y también muestran la forma en que deben presentarse a los alumnos...o a una audiencia más experta, como puede ser ahora el caso. En este resumen presento dos ejemplos:

Tony Gardiner, *The Mathematical Olympiad Handbook (An introduction to problem solving)*, Oxford U. Press, 1997. Para mí, este libro es el modelo en el que deberían inspirarse todos los que escriben soluciones de problemas (sean de competiciones o no) para ser presentadas a alumnos. Es un libro que **no se puede leer sin papel y lápiz al lado**: los resultados que hay que ir obteniendo en el camino hacia la solución de cada problema **tiene que rellenarlos el lector, no están impresos**.

Oleg A. Ivanov: *Making Mathematics Come to Life (A Guide for Teachers and Students)*. American Mathematical Society, 2009. Entre las muchas virtudes de este excelente libro, está la de dar una demostración *razonablemente entendible* del teorema de Muirhead, sobre desigualdades entre polinomios simétricos. Cada uno de sus 10 capítulos termina con unos *Comentarios de naturaleza pedagógica* que literalmente no tienen desperdicio. El libro es el homenaje del autor (Profesor de la Universidad de San Petersburgo) a la memoria de su profesor de la Escuela de Física y Matemáticas nº 30 (hoy Gimnasium nº 30), Iosif Yakovlevich Verebeichik.

Como ilustración en este resumen, reproduzco a continuación alguno de los problemas que me propongo presentar en esta ponencia.

Un problema de la Olimpiada rusa de 1971: los vasos de Shirshov. **Se tienen tres jarros con agua, cada uno conteniendo un número entero de litros. Se permite echar en cada jarro tanta agua como ya contiene, procedente de otro de los jarros. Demostrar que repitiendo esta operación las veces necesarias, es posible vaciar por completo uno de los jarros. (Se supone que los jarros son suficientemente grandes: cada uno puede contener toda el agua disponible).**

Segundo ejemplo: Un problema de la *Olimpiada de la República Checa, 1994*:

Demostrar que de cualquier cuaterna de números distintos, del intervalo abierto (0, 1), es posible elegir dos (llamémoslos a y b) tales que

$$\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} > \frac{a}{2b} + \frac{b}{2a} - ab - \frac{1}{8ab}$$

NUEVOS RETOS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Resumen

Se plantea una dinámica de trabajo en pequeño grupo y puesta en común en la que se analizan de forma comparativa los currículos de Matemáticas de los países de procedencia de los asistentes. Partiendo del diálogo entre dos ponentes, se invita a los participantes a destacar características positivas y negativas de las normativas curriculares de los diferentes países, prestando especial atención a la estructura (lineal, espiral, etc.) y al equilibrio entre horas docentes disponibles y contenidos, así como a la jerarquía entre los mismos. El objetivo de la sesión es consensuar qué elementos debería incluir el currículo de Matemáticas idóneo según el criterio de los participantes, y cuáles podrían ser, en su caso, los elementos prescindibles.

Desarrollo de la sesión

Un moderador inicia la sesión planteando los interrogantes sobre qué Matemáticas son las que necesitan conocer los ciudadanos para afrontar los retos del s. XXI y de cuál es la influencia que tienen las normativas curriculares en las Matemáticas que se trabajan en el aula. Para abordar estas cuestiones toman la palabra dos ponentes que, de forma dialéctica y desde enfoques contrarios pero equilibrados, van presentando diferentes ideas que pretenden suscitar el debate: la posible sobrecarga de contenidos que presentan los currículos españoles, la presencia de contenidos que pueden considerarse superfluos, los algoritmos de cálculo manual, la ausencia de contenidos que pueden resultar fundamentales hoy en día (cálculo mental y aproximado, análisis de la información gráfica, toma de decisiones bajo incertidumbre, mejor aprendizaje de la geometría elemental), la discusión sobre si existen algunos contenidos que los alumnos deben aprender necesariamente y otros que son accesorios y cuáles serían de qué tipo, la ineficacia aparente de la estructura espiral de la normativa curricular española etc. La

discusión entre los ponentes deja las cuestiones abiertas, por lo que se invita a los asistentes a participar del debate.

Para activar al máximo la participación de todos, se divide al público en grupos de 4 o 5 miembros. Se intenta, dentro de lo posible, formar dos bloques de grupos, en función del nivel de sus alumnos: primaria o secundaria (se puede considerar también infantil o bachillerato en función de los docentes que haya en la sala). También se busca que los componentes de cada grupo vengan de diferentes países, para enriquecer al máximo la diversidad de enfoques. Cada uno de estos grupos debe consensuar características positivas y negativas de los currículos de Matemáticas de los países de procedencia de sus miembros. Los organizadores proponen cuestiones dinamizadoras en caso de que algún grupo tenga dudas sobre la tarea a realizar. Algunas de estas preguntas podrían ser:

- *¿Crees que en el currículo de tu país figuran ciertos contenidos que resultan innecesarios para la educación matemática de tus alumnos? ¿Cuáles son?*

- *¿Echas en falta en el currículo de Matemáticas de tu país algún contenido que consideras esencial para la educación matemática de tus alumnos? ¿De cuál se trata?*

- *¿Crees que en el currículo de tu país existen contenidos matemáticos que los niños deben aprender necesariamente y otros que son accesorios? ¿Cuáles son los necesarios? ¿Cuáles los accesorios?*

- *¿Cuántas horas semanales consideras necesarias para la asignatura de Matemáticas en los distintos niveles educativos? ¿Serían suficientes o excesivas para abordar los contenidos que consideras imprescindibles?*

- *¿Tiene el currículo de Matemáticas de tu país estructura espiral? ¿Crees que es una estructura adecuada del currículo de Matemáticas? ¿Funciona? ¿Por qué?*

- *Si se plantea la dicotomía: currículo extenso y exhaustivo, frente a currículo reducido y profundo, ¿qué ventajas e inconvenientes tiene cada modelo? ¿Cuál de ellos prevalece en tu país?*

Al final de la sesión de trabajo en grupo se pondrán en común los resultados obtenidos de manera ágil y dinámica. Al final se extraerá la síntesis de toda la sesión, que incluirá los elementos que debe tener un currículo de Matemáticas idóneo.

Expectativas sobre los resultados del debate

El objetivo general de la propuesta es fomentar el análisis crítico, por parte de los profesores de Matemáticas, de los contenidos que deben impartir según las leyes de su país. En particular, esperamos:

- Generar conciencia en los docentes sobre la adecuación del currículo de Matemáticas de su país y compararlo de forma crítica con los currículos de otros países. En particular, es interesante que pongan de manifiesto similitudes y diferencias entre los contenidos y la estructura de diversas normativas.

- Obtener una idea global compartida sobre qué contenidos matemáticos son aquellos que los docentes consideran esenciales en los niveles de enseñanza obligatoria.