

TAREAS RICAS PARA LA TRANSICIÓN ENTRE PRIMARIA Y SECUNDARIA

Cecilia Calvo Pesce
ccalvo@escolasadako.com
Escola Sadako - Barcelona - España

Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Modalidad: MC

Nivel educativo: Educación Primaria y Secundaria

Palabras clave: recursos, problemas, comunicación

Resumen

Durante este minicurso, dedicado a maestros de primaria y profesores de secundaria en la etapa obligatoria, se presentarán y analizarán tareas para alumnos entre 10 y 14 años. Estas tareas, ricas en el sentido de Piggot (2004), han sido seleccionadas de manera que:

- *sean flexibles para atender la diversidad de los alumnos que conviven en un aula y las diferentes demandas curriculares a las que deben hacer frente los maestros*
- *utilicen materiales manipulativos o virtuales de soporte*
- *estén ambientadas en la resolución de problemas y el desarrollo de la competencia comunicativa.*

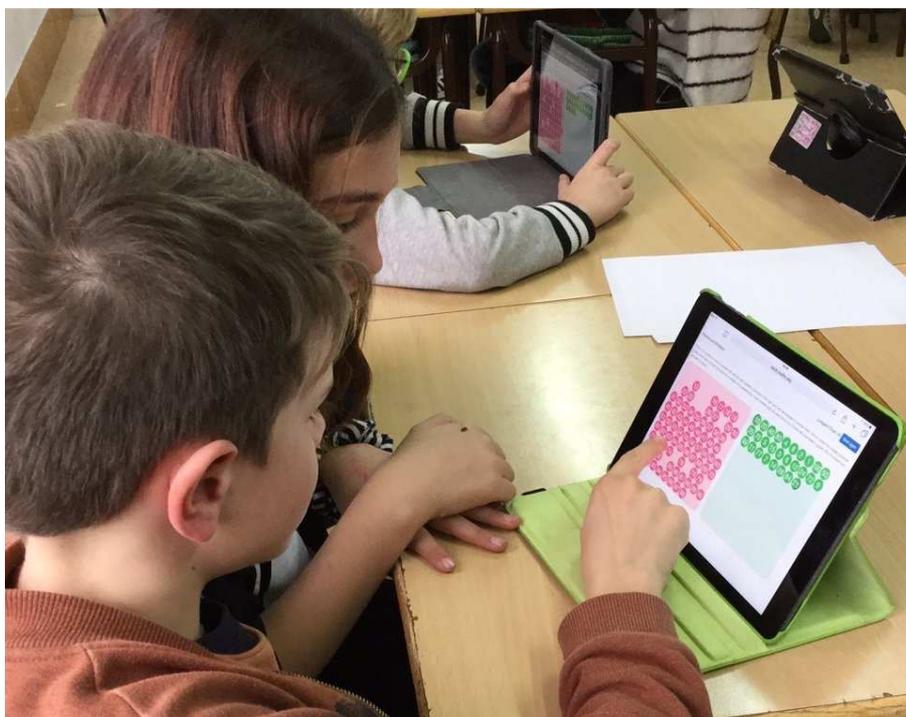
¿Qué entendemos por tareas ricas?

Según Jennifer Piggott (2004) enriquecer una tarea no es ampliar una tarea para proponerla a alumnos con un talento o un interés especial para las matemáticas. Las tareas ricas pretenden implicar a todos los alumnos en el uso y aplicación de sus conocimientos matemáticos en un ambiente de resolución de problemas. Para ello, buscamos sustituir una tarea cuya intención es que los alumnos practiquen un cierto procedimiento matemático por otra tarea en que dicha práctica se embebe en un problema que implique pensamiento matemático más genuino: establecimiento de conjeturas, búsqueda de evidencias o justificaciones de esa afirmación, cuidado por la comunicación de los razonamientos, pensamiento sistemático, etc.

A continuación, presentaremos y analizaremos algunos ejemplos de este tipo de tareas destinadas a alumnos entre 10 y 14 años.

1: Las tareas ricas difuminan las fronteras entre practicar y resolver problemas.

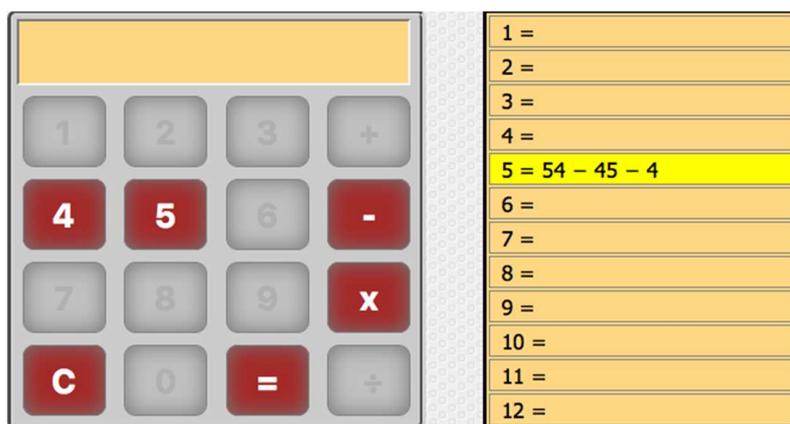
Las destrezas matemáticas básicas (cálculo aritmético, cálculo de áreas de figuras elementales, memorización de números primos, etc.) necesitan práctica. Esta práctica se puede hacer de manera reproductiva, cuando sólo se enfoca a la automatización de las destrezas, o productiva, cuando este objetivo se alcanza ambientándola en la resolución de un problema. Creemos que en el ciclo superior de Primaria y los primeros cursos de Secundaria este tipo de práctica debería tener un lugar destacado en las actividades de aula, para que al mismo tiempo que los alumnos consolidan habilidades matemáticas, desarrollen maneras de hacer que incluyen procesos como el trabajo sistemático, la búsqueda de patrones, la elaboración de conjeturas o la argumentación. En este sentido, a continuación presentamos una actividad, inspirada en la propuesta *Factors and Multiples Game* del proyecto Nrich (<http://nrich.maths.org/5468>), que al mismo tiempo que permite la práctica de cuestiones relacionadas con la divisibilidad persigue estos otros objetivos más cercanos a la resolución de problemas: ¿cuál es la cadena de números más larga que puedes formar de tal manera que cada término es múltiplo o divisor del anterior y todos los números que aparecen en la cadena son menores que 100 y diferentes entre sí?



Alumnos de 6to de Primaria practicando con el applet *Factors and Multiples Game*

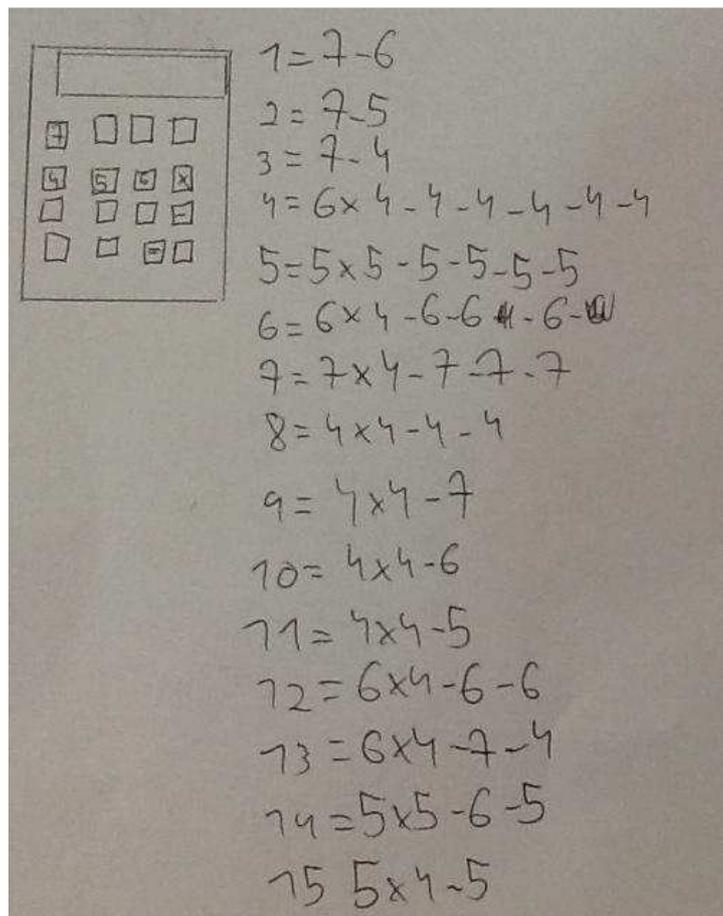
2: El uso de material manipulativo y virtual es fuente de tareas ricas

Tal como afirmamos en Calvo (2016) el uso de applets en la clase de Matemáticas puede ser una interesante fuente de propuestas que sustituyan la práctica mecánica de procedimientos por actividades más cercanas a la resolución de problemas. En este sentido, a continuación presentamos una actividad a partir de un applet en que aparece una calculadora “rota” en la que solo están disponibles algunas de sus teclas y se propone al alumno que obtenga determinados resultados.



www.transum.org/Software/SW/Starter_of_the_day/Students/Broken_Calculator.asp

El applet además de proponer a los alumnos el uso de operaciones combinadas y la aplicación de propiedades de las operaciones, permite al maestro introducir en su clase tareas inspiradas en él. Por ejemplo, se puede proponer sobre papel como vemos en la siguiente imagen.



Trabajo de una alumna de 5to de Primaria en que obtiene los números del 1 al 15 en una calculadora en la que solo funcionan algunas teclas.

También se puede proponer esta tarea usando calculadoras “sanas”, poniendo pegatinas sobre las teclas que no se pueden usar y proponiendo cálculos con esa calculadora. Por ejemplo, podemos inhabilitar la tecla del 4, proponerles que calculen $7896:4$ o 24×17 o $564 + 417$ y que expliquen cómo lo han hecho.

3: Las tareas ricas son accesibles a todos los alumnos

La siguiente tarea puede ser planteada a cualquier alumno que domine las restas en el rango 0-100 pero permite que los alumnos descubran propiedades matemáticas inimaginables para ellos con anterioridad a la propuesta de la tarea. A partir de dos números que aparecen destacados en una cuadrícula, dos jugadores por turnos marcan el resultado de la resta de dos

números destacados, que pasa a su vez a formar parte del conjunto de números destacados. Pierde el jugador que no tenga jugada posible.

En la próxima imagen, se ve una partida en que los números destacados inicialmente eran 42 y 66, el primer jugador solo pudo marcar el número 24 (66-42), el segundo solo pudo marcar el 18 (42-24), volvió a jugar el primer jugador que ahora ya pudo elegir entre marcar el 48 (66-18) o el 6 (24-18) y así sucesivamente continuaron ambos jugadores hasta que ya no quedaron resultados posibles por marcar. Al ver el registro de todos los resultados obtenidos a partir de los números iniciales 42 y 66, se puede observar que corresponden a los múltiplos de 6 hasta el 66. Quien pudiera anticipar que estos serían los resultados, como hay 11 múltiplos de 6 hasta el 66, sabría que hay 9 resultados por encontrar, lo que significa que le conviene tener el primer turno porque en la décima etapa del juego se encontrará sin movimiento posible.

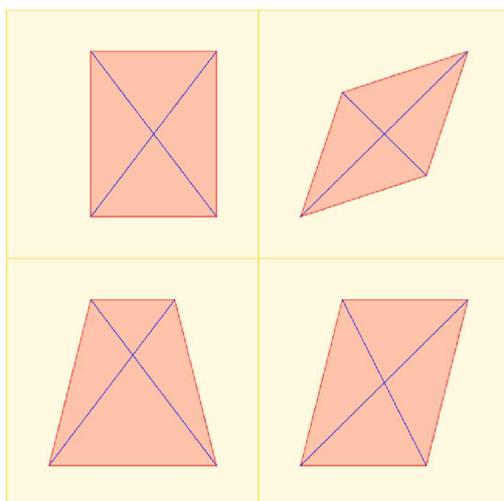
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Conocida la actividad no es necesario plantearla como un juego competitivo sino como una oportunidad para “descubrir”, a partir del análisis de diferentes partidas, una versión del algoritmo de Euclides para la determinación del máximo común divisor de dos números: los números destacados siempre coinciden con los múltiplos del mayor divisor que tienen en común los números iniciales.

4: Las tareas ricas hacen hablar a los alumnos

Tal como aparece en la introducción de cada entrega de la sección “Ell@s tienen la palabra” que desde hace 5 años escribimos junto a David Barba en la revista de la Federación Española de Profesores de Matemáticas, SUMA, la conversación y la comunicación deben tener un papel fundamental en el aula de matemáticas, no sólo en los momentos iniciales de introducir una actividad, sino a lo largo de toda ella: en la presentación de diferentes estrategias por parte de los alumnos para abordar el problema que la actividad involucra, en la comparación entre las diferentes estrategias presentadas, en su justificación, en la discusión sobre la mejor manera de registrar los procedimientos y de presentar los resultados. La riqueza de una tarea también radica en su potencial para invitar a hablar de matemáticas a los alumnos y en ese sentido destacan las tareas WODB (*Which object doesn't belong?* o ¿Cuál es el intruso?). En estas tareas se propone a los alumnos cuatro situaciones susceptibles todas ellas a ser consideradas intrusas y se los invita a explicitar las características que comparten tres de ellas pero no la cuarta lo cual la hace una intrusa en el panel.

En la imagen se puede ver un ejemplo de este tipo de propuestas y se pueden encontrar muchos ejemplos más en la página <http://wodb.ca>



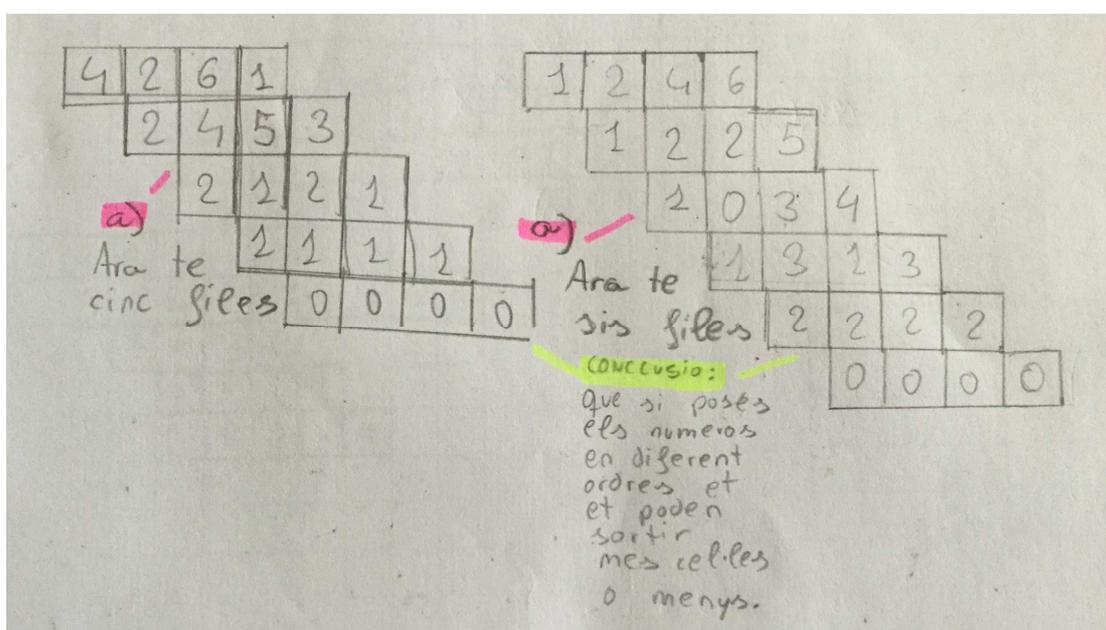
Una tarea WODB para hablar sobre clasificación de cuadriláteros

5: Las tareas ricas no tienen edad máxima de aplicación

Una tarea rica puede tener unos prerrequisitos que hacen que no la podamos proponer antes de una determinada edad pero su carácter abierto hace que a partir de esta edad se la pueda

proponer a cualquier alumno, todos pueden encontrar reto en la propuesta. Por ejemplo, esta actividad la podemos proponer a partir de que un niño aprende a restar: coloca 4 números en la primera fila de una “tabla” como la que aparece en la imagen, en las siguientes filas, escribe en cada celda la diferencia entre la celda que tiene exactamente arriba y la que ésta tiene a su izquierda, a excepción de la última celda de cada fila en que se escribe la diferencia entre la primera y la última celda de la fila anterior, continúa hasta obtener una fila completa de ceros.

Actividad inspirada el applet *Diffy* (http://nlvm.usu.edu/en//nav/frames_asid_326_g_4_t_1.html) de la colección Biblioteca de Manipulativos Virtuales de la Universidad de Utah.

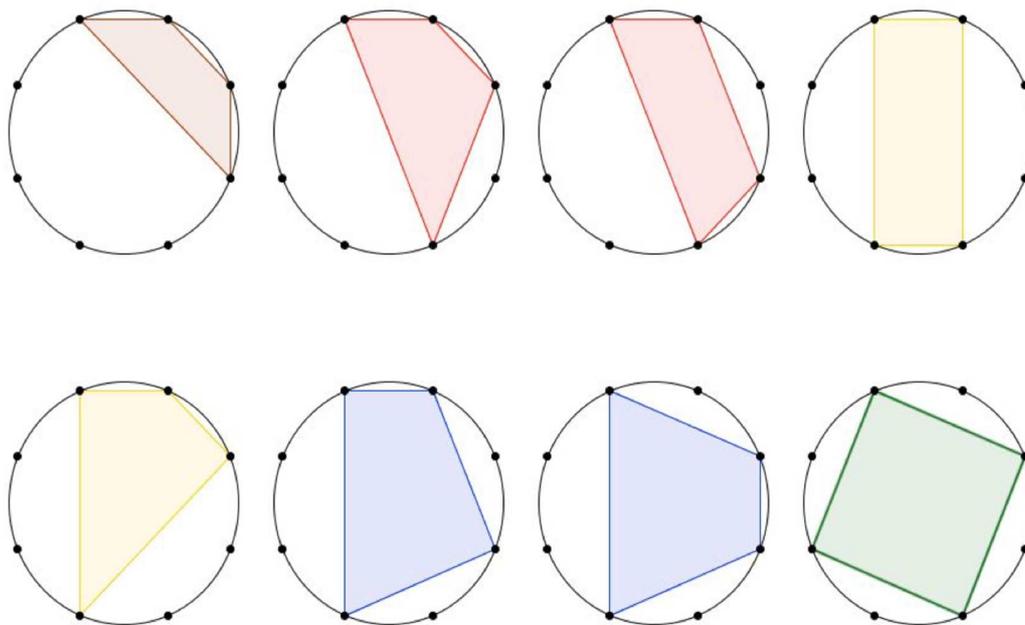


Análisis de una alumna de 6to de Primaria sobre cómo el orden en que se colocan los números en la primera fila afecta la cantidad de filas antes de llegar a los cuatro ceros

Se puede proponer la tarea con el tipo de números cuyas restas se quieran practicar: enteros, decimales, fracciones, ... Hasta con irracionales!!! En todos los casos sorprende enormemente a los alumnos lo difícil que es conseguir cuaternas de números que tardan en llegar a los cuatro ceros. Y para muestra vale comentar que iniciando con los números 0, $\sqrt{2}$, π y e en la quinta fila ya se llegan a los cuatro ceros.

6: Las tareas ricas se comparten

La mayor parte de las tareas ricas que proponemos en el aula las hemos conocido a través de blogs o tweets de otros maestros. Cuando las llevamos al aula y obtenemos buenos resultados intentamos comunicarlos a sus creadores compartiendo a través de la red algunas fotos o reflexiones. Así nos pasó por ejemplo con *Quadrilaterals*, una propuesta del proyecto Nrich (<http://nrich.maths.org/962>) en que se pide: ¿cuántos cuadriláteros diferentes se pueden representar en un geoplano circular de 8 clavos? ¿qué tipo de cuadriláteros se obtienen? Esta propuesta inicial la podemos complementar pidiendo que los presenten ordenados con relación a su perímetro o que pinten del mismo color los cuadriláteros que tengan la misma área.



Las ocho soluciones ordenadas por perímetro y área

Al comentar con otros maestros el buen resultado que nos había dado esta tarea en el aula, uno de ellos, Javier Cayetano, se inspiró para crear un applet con Geogebra <https://www.geogebra.org/m/HChfSnmS> con el que complementarla.

Conclusiones

Tal como comentamos en Barba & Calvo (2015) para ayudar a los alumnos en su aprendizaje de las Matemáticas durante la transición entre Primaria y Secundaria es fundamental unificar una manera de hacer matemáticas en las aulas, ya sean de primaria o secundaria, más centrada en el tipo de prácticas que en los contenidos matemáticos alrededor de los cuales giran estas prácticas. Lo que debería diferenciar el trabajo de un mismo alumno en una etapa y en la otra, no es el contenido matemático de los problemas que le proponemos sino su progreso en la actitud con la que enfrenta estos problemas: aumento de la su disposición para hacer conjeturas, de los elementos de que dispone para justificarlas y de la eficiencia en el pensamiento exhaustivo que le permite trabajar sistemáticamente.

Para terminar, hago mía una de las conclusiones del *Segon Congrés Català d'Educació Matemàtica* (<http://c2em.feemcat.org/>) que afirma que en los próximos años, hay que hacer incidencia en la selección de unas actividades más productivas que reproductivas y de carácter más investigador. Permitiendo que los alumnos sean los protagonistas de la actividad que tiene lugar en el aula, se interroguen sobre lo que hacen y sean capaces de comunicarlo a otras personas.

Referencias bibliográficas

- Barba, D. & Calvo, C. (2015). Bones activitats per a la transició entre primària i secundària. *Noubiaix*, 41, 41-50.
- Calvo, C. (2016). Mediación de la tecnología en la práctica matemática de aula. *Materiales y recursos para primaria. Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 72, 35-39.
- Piggott, J. (2004). Mathematics enrichment: What is it and who is it for?, *Proceedings of the British Educational Research Association Annual Conference*, 1, 16-18. Disponible en <https://nrich.maths.org/5737> . Consultado el 1/4/2017.