MC-98

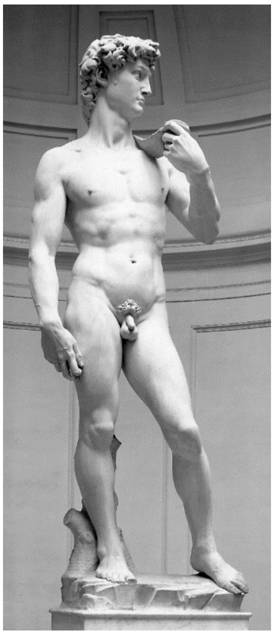
MIRADAS MATEMÁTICAS

Dolores Pilar García Agra
pilag@edu.xunta.es
IES nº 1 de Ordes- A Coruña

Núcleo temático: VI. Matemáticas y su integración con otras áreas.
Modalidad: MC
Nivel educativo: ESO
Palabras clave: Arte, Geometría, Diseño, Interdisciplinar

Resumen

En este mini curso intentaremos encontrar relaciones entre el arte, la publicidad, la moda y otros aspectos artísticos, con diversas partes de las matemáticas, no limitándonos al estudio de la geometría en la pintura y arquitectura, y sí tocando otros aspectos como pueden ser los fractales, la construcción de un compás áureo, el estudio de la combinatoria con diversos cuadros, la búsqueda de aspectos geométricos en el diseño, los dibujos manga etc, y como llevarlos al aula



Introducción

La presencia de elementos matemáticos en el arte, ya sean figuras o propiedades, es tan antigua como el propio arte, y ya era conocida y analizada por Pitágoras y su escuela. El sistema educativo actual, centrado en el desarrollo de múltiples competencias, favorece la inclusión de nuevas actividades en los currículos. Resultan especialmente interesantes, por su carácter interdisciplinar y por su atractivo motivador, aquellas relativas al trabajo sobre los aspectos matemáticos de las distintas manifestaciones artísticas.

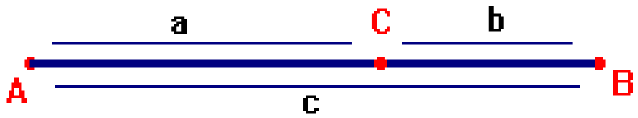
En este mini curso analizaremos un aspecto diferente de las matemáticas dentro del Arte. Estudiaremos los elementos geométricos que están presentes en todos sus ámbitos, tanto en las artes clásicas (pintura, escultura y arquitectura) como en otros campos de gran relevancia en la actualidad, como la fotografía, la publicidad y la moda.

ISBN 978-84-945722-3-4

LA PROPORCIÓN ÁUREA

Pero es imposible combinar dos cosas sin una tercera: es preciso que exista entre ellas un vínculo que las una. No hay mejor vínculo que el que hace de sí mismo y de las cosas que une un todo único e idéntico. Ahora bien, tal es la naturaleza de la proporción... PLATÓN "Timeo"

"El número de formas distintas de dividir una figura es, naturalmente, infinito; pero, la sección áurea produce una impresión de armonía lineal, de equilibrio en la desigualdad, más satisfactoria que la de cualquier otra combinación", tal era la opinión de Leonardo da Vinci, compartida por la mayor parte de artistas y sabios del Renacimiento. Leonardo llama a esto ley de las proporciones y declara que se cumple en las proporciones del cuerpo humano, en las especies animales que se distinguen por la elegancia de sus formas, en ciertos templos griegos (particularmente el Partenón), en Botánica y hasta en la Música.



Resulta interesante que el alumnado realice el estudio matemático de esta proporción, para lo cual podemos dirigirlos de la siguiente manera:

La división de un segmento AB, por un tercer punto C situado entre A y B, da lugar a seis razones posibles y diferentes:

$$\frac{a}{b}, \frac{a}{c}, \frac{b}{a}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a}, \frac{c}{b}$$

es decir, las tres razones $\frac{a}{b} | \frac{b}{c} | \frac{c}{a}$ y sus inversas $\frac{b}{a} | \frac{c}{b} | \frac{a}{c}$

Analizando las proporciones (igualdad entre las razones) que se pueden establecer, siendo a>b, solo es factible la que corresponde a la igualdad:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{a} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{a+b}{a} \Leftrightarrow \frac{b}{a} = \frac{a}{a+b}$$

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Existe un único punto C entre A y B tal que las longitudes AC, CB e AB satisfacen la condición impuesta y , por consiguiente, sólo existe un valor numérico correspondiente a la razón $\frac{a}{b}$

Se resuelve así el problema, ya tratado por Euclides, conocido como "División de una recta en media y extrema razón". *"Dividir una longitud en dos partes desiguales de tal manera que la razón entre la menor y la mayor, sea igual a la razón entre esta última y la suma de las dos (la longitud inicial)."*

Se obtiene así la proporción que fue bautizada por Luca Paccioli con el apelativo de proporción divina; siendo posteriormente Kepler el primero en mencionar su interés en Botánica y, refiriéndose a ella como "una joya preciosa, uno de los tesoros de la Geometría", la llama también sección divina. Leonardo da Vinci le da el nombre de sección áurea , del que deriva la denominación de sección dorada, y la de número de oro al valor numérico que seguidamente determinaremos.

Consideremos de nuevo la igualdad : $\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$ y, dividiendo por b los dos términos del segundo miembro y considerando $\frac{a}{b} = x$, se obtiene: $x = \frac{x+1}{x}$ es decir:

$$x^2 = x + 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \ ,$$

ecuación de segundo grado en x, que tiene como soluciones: $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

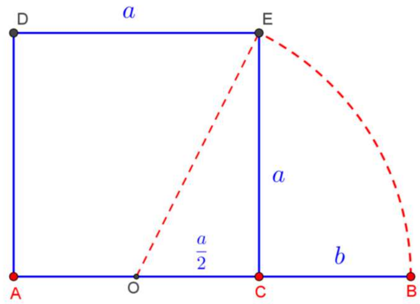
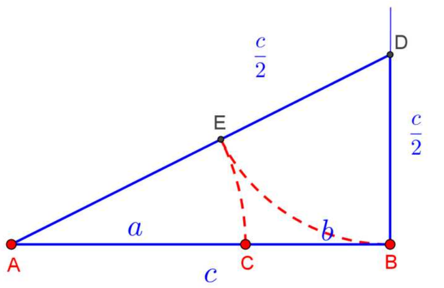
La solución negativa, que tiene como valor absoluto el inverso de la solución positiva, corresponde a una posición de C, exterior al segmento AB, la cual no tiene interés para nuestra construcción, por lo que tomamos como valor de la razón buscada

$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1\acute{}618033988\,75...$ que es un número algebraico **inconmensurable.**

Este número suele denotarse por la letra griega ϕ , correspondiente al sonido Phi, inicial del nombre de Fidias.

Dado que las construcciones geométricas son muy sencillas, creo que es interesante realizarlas con el alumnado.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Partiendo del segmento mayor	*Partiendo del segmento total*
	

En el anexo I está la ficha que se le presenta a los alumnos para cubrir, realizando todos los cálculos correspondientes, para comprobar la presencia del número de oro en su cuerpo, pasando luego al análisis de dicho valor en diversas obras de arte como: David de Miguel Ángel, Nacimiento de Venus de Boticceli, Las hilanderas de Velázquez, Parada del Circo de Seurat, como obras pictóricas; Erecteion: Cariátide y la Venus de Milo como ejemplos escultóricos y, en la arquitectura: Partenón, Edificio de las Naciones Unidas, Torre España o cualquier otra que consideremos conveniente.

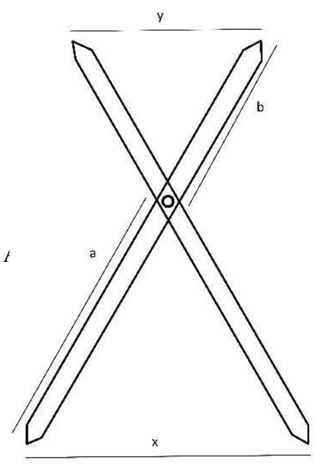
Compás Áureo:

Cuando tenemos que reducir o ampliar varios segmentos en una misma razón dada, resulta de gran utilidad el empleo del llamado "compás de reducción", que constituye una interesante aplicación de la semejanza de triángulos.

Como caso particular nos interesa la construcción de un COMPÁS ÁUREO que emplearemos dentro del aula, para la medición de la proporción áurea en cuadros, esculturas o arquitectura, siendo de fácil construcción por parte del alumnado partiendo de dos palos y una chincheta. Por semejanza de triángulos: $\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$

La chincheta irá colocada en el punto C, que obtendremos partiendo del segmento total

Manejo del compás áureo

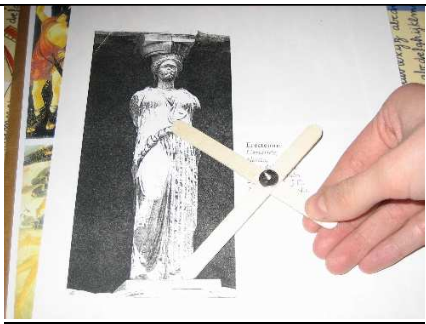


ISBN 978-84-945722-3-4

Comprobamos ahora las medidas en los dos cuadros anteriores y en otras obras como las citadas anteriormente, o bien las que puedan encontrar en sus libros de arte.

ELEMENTOS GEOMÉTRICOS

A partir del planteamiento de diversas actividades se intenta encontrar una relación entre el Arte y la Geometría.

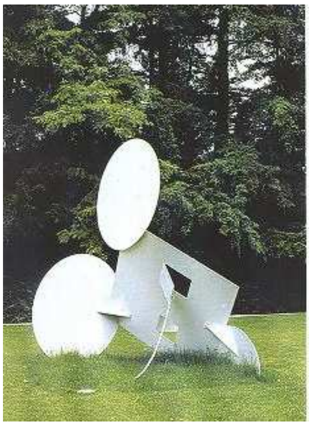


Se presentan al alumnado varios ejemplos de elementos artísticos, incluyendo obras del mundo de la fotografía, diseño y publicidad. Comenzamos con una presentación de una obra de Arte en la que son fácilmente reconocibles una gran cantidad de elementos

geométricos, como se muestra en la imagen previa, un boceto de Kandisky: Modelo para la escena XVI-1921. Cualquier observador puede encontrar los elementos más básicos de la geometría plana, no sin por ello dejar de ver los vestidos que fueron diseñados de esta manera geométrica tan pura.

ISBN 978-84-945722-3-4

Ejemplos de actividades para un reconocimiento de elementos geométricos en diferentes áreas:

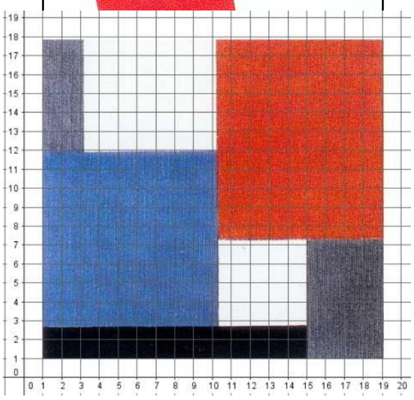


<u>Actividad : búsqueda del título</u>

1. Se le presenta al alumnado una escultura sin el título. A continuación se les pide que opinen sobre la misma, indicando qué es lo que les parece y si les recuerda algo.
2. Les proponemos que piensen un título para la obra, sin ningún tipo de restricción.
3. Se les impone la condición de que sea un animal.
4. Descripción de la escultura.
5. Indicar algún elemento geométrico que conozcan.

La escultura de esta imagen corresponde a: de Ratón geométrico – Oldenburg -1929

<u>Actividad : Dictar y dibujar.</u>

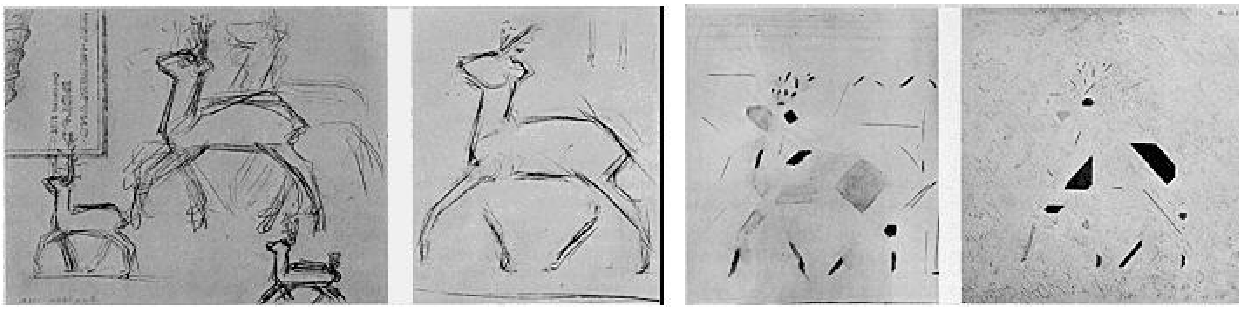


1. Le pedimos a un alumno-a que se sitúe frente a los demás y le entregamos un cuadro sencillo que intentará describir de la manera más exacta posible, con el objetivo de que sus compañeros lo dibujen. Estos dispondrán de una hoja en blanco, en la que cada uno hará su propia interpretación del "dictado" de su compañero.
2. Se hará una puesta en común de todos los dibujos realizados, observando que son diferentes, estudiamos así cómo la misma información es interpretada de distinta forma por cada persona.
3. Repetimos el proceso, dándoles ahora la opción de usar una hoja cuadriculada en lugar de la hoja en blanco, proporcionando también al encargado del "dictado" un papel cebolla también cuadriculado y con los ejes de coordenadas dibujados.
4. Repetimos todos los pasos anteriores, para lo cual es conveniente cambiar de cuadro, presentándoles nuevamente uno bastante sencillo. Al hacer la puesta en común, los alumnos observan en este caso todos los dibujos coinciden.

ISBN 978-84-945722-3-4

Aprovecharemos esta actividad para explicarles la importancia de las coordenadas cartesianas, y como estas suponen una referencia fundamental para transmitir con exactitud posiciones, formas y distancias.

Composición suprematista: cuadro rojo y cuadro negro de Malévichy para el primer caso y 3 Variaciones de Doesburg para el segundo. Otros que resultan fáciles de dictar, y por ello apropiados para esta actividad, pueden ser los de Mondrián, Albers, Van der Leck o Crockett Johnson.



Esta misma actividad se puede trasladar a la aplicación de GeoGebra, lo que nos permitirá dictar por puntos en el primer ciclo de la ESO y con ecuaciones de rectas en el 2º ciclo. Esta aplicación nos permitirá calcular áreas y perímetros de las diversas figuras que componen el cuadro

Ya en los cursos más elevados podemos dictar en volumen y, con la ayuda de geogebra, realizar una representación muy aproximada, con ecuaciones de rectas y su posición.

Actividad: Reconocimiento de elementos geométricos.

En esta actividad presentamos al alumnado la forma en que geometrizan los pintores, analizando concretamente el procedimiento seguido por Van der Leck y Doesbourg. Como podemos ver el proceso de abstracción y paso a elementos geométricos puros de Van der Leck es de lo más simple, pero, al mismo tiempo, nada sencillo para el común de los mortales. En la red podemos encontrar varios ejemplos de cuadros de este autor, donde es evidente la geometrización: Bodegón (cuenco con manzanas), Pez, Familia, Mujer con vaca y otros.

Después de presentarles esta abstracción al alumnado, pasamos al estudio geométrico de diversos cuadros, donde podemos seguir el siguiente proceso:

ISBN 978-84-945722-3-4

1- Nombrar los elementos geométricos que encuentren en los cuadros, poniendo especial atención a si son planos o espaciales.

a) Nombrar los elementos planos encontrados y clasificarlos

b) Nombrar los elementos espaciales encontrados y clasificarlos

2- Observar los elementos artísticos y comentar si, en algunos casos, nos parece ver algo que realmente no está ahí.

3- Discutir sobre la impresión producida, según los elementos geométricos que aparecen en el cuadro. (En este apartado sería especialmente interesante la colaboración del profesorado de Dibujo, Arte,…).

4.- Presentarles una imagen de algo real y pedirle al alumnado que la "geometricen", basándose para ello en lo aprendido en la anterior explicación.

El modelo de ficha para esta actividad, se encuentra en los anexos II y III

<u>Actividad: Descripción de elementos esenciales</u>

Se analizan otras manifestaciones artísticas, como pueden ser la fotografía, el diseño, la moda, etc... , siguiendo para ello este proceso:

1- Se trata de describir la primera impresión geométrica percibida: Simpleza o Complejidad, Atracción o Rechazo, Elementos perfectamente definidos, Elementos no definidos pero reconocibles y otros.

2- Descubrir los restantes elementos: Figuras conocidas y desconocidas, intuidas, inacabadas ...

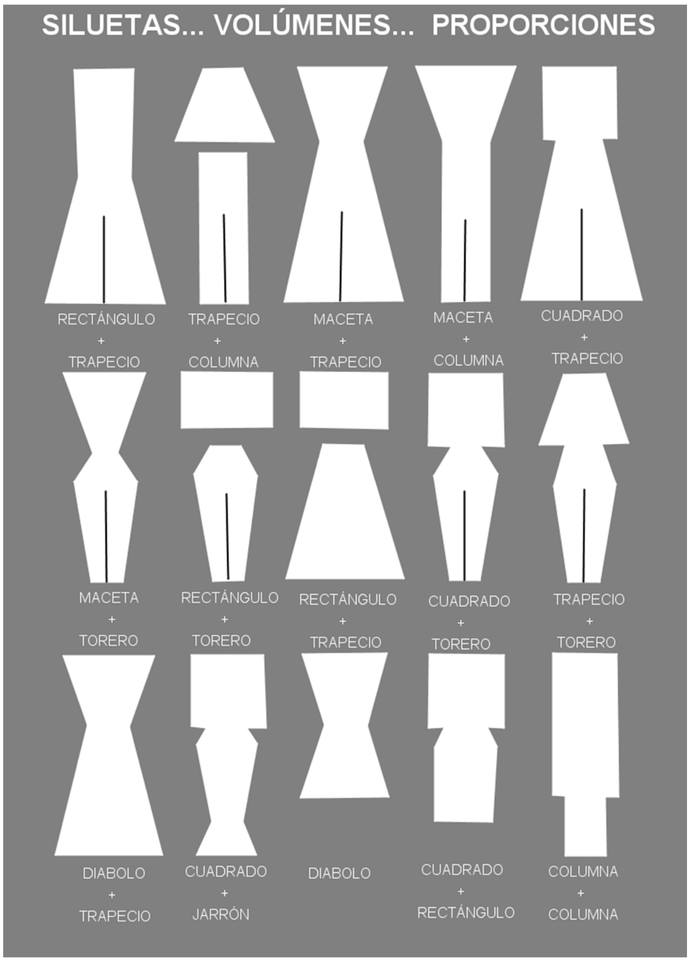
3 - Establecer algún tipo de relación del cuadro con partes de las matemáticas: Simetrías, Traslaciones, Números, Fractales y otras

Geometría en el diseño.

ISBN 978-84-945722-3-4

En el diseño, el proceso de geometrización se produce a la inversa que en la pintura. Se parte de las figuras geométricas básicas, las cuales se van rellenando hasta obtener la imagen deseada.

Un ejemplo de este proceso lo tenemos en el diseño de la ropa o el de los comics Manga



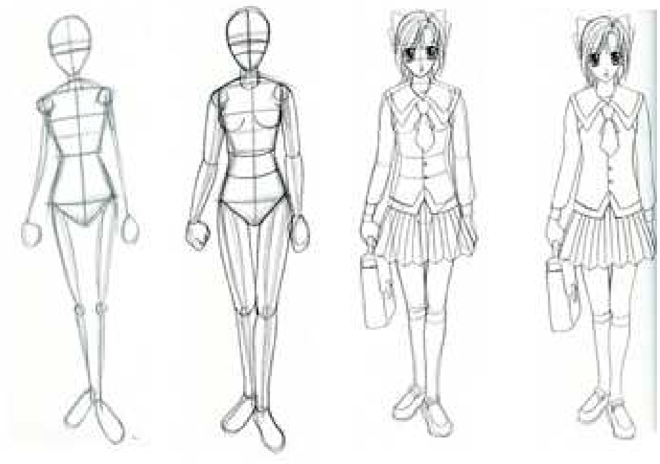
Uno de los grandes modistos de todos los tiempos "**Christian Dior**", afirmaba que cualquier prenda femenina se puede diseñar partiendo de 8 figuras básicas (rectángulo, trapecio, columna, maceta, cuadrado, torero, diábolo y jarrón), que combinándolas de diferentes maneras y luego cubriéndolas, obtendríamos todos los posibles diseños que se pueden realizar.

Sin embargo, desde el punto de vista matemático, solo tenemos dos cuadriláteros, rectángulos (como caso particular el cuadrado) y suma de trapecios. De ahí la simplicidad de la geometrización en el mundo de la moda.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Geometría en el dibujo de los cómics

Manga



En los dibujos Manga se realiza el mismo proceso, pero se utilizan otro tipo de elementos geométricos un poco más complejos, pero no por ello más difíciles

Un ejemplo de actividad podría ser la mostrada en el Anexo IV:

Analizaremos además:

La Geometría en la publicidad. Las grandes compañías dedican mucho tiempo y esfuerzo al diseño, difusión y popularización de sus logotipos. El cambio de logotipo supone, por tanto, una gran inversión de dinero. Su importancia radica en que son la primera imagen que asociamos a una compañía. Un gran número de estos logotipos son geométricos; por lo tanto, se eligen figuras o dibujos con propiedades sencillas que tendrán un gran impacto en la mente del público. Empleando únicamente elementos tan sencillos como triángulos, cuadriláteros o círculos podemos construir una multitud de logotipos.

Geometría en los Complementos. En la mayoría de nuestras casas tenemos algún complemento con un aspecto geométrico puro. En la década de los noventa todos los escaparates y revistas utilizaban la geometría. Como muestra de ello, la revista Nuevo Estilo publicaba en 1995 tres dobles páginas con el diseño de complementos, y las titulaba Lección de Geometría, con un texto, cuando menos halagüeño, para esta rama de las matemáticas.

También se estudiaran otros aspectos de las matemáticas utilizando diversos cuadros, como:

Cónicas: Pedro Barbeito: Tilted Landscape II y Paulo Climachauska; Sin título

Simetría: Pedro Barbeito: Tilted Landscape II y Autor: Gil Heitor Cortesao; Terminal

Fractales: Linda Allison

Cuadrados latinos y combinatoria: Richard Paul Loshe

ISBN 978-84-945722-3-4

El arte puede ayudarnos en nuestro trabajo con las matemáticas y, al mismo tiempo, establecer una interdisciplinariedad muy conveniente para la apertura de miras de nuestros estudiantes.

Los currículos actuales favorecen y potencian la inclusión de actividades interdisciplinares que permitan el tratamiento de los contenidos matemáticos desde diversas perspectivas, relacionados con otros campos del conocimiento. Estas y otras actividades sobre Matemáticas y Arte proporcionarán a nuestro alumnado una visión más rica y cercana de esta ciencia.

Referencias bibliográficas:

- Arnheim, R. (2002), *Arte y percepción visual.* Madrid. Alianza Forma
- Balbuena Castellano, L.(2005). *Guía matemática de San Cristóbal de la Laguna*. Santa Cruz de Tenerife. Servicio de Publicaciones de la Caja General de Ahorros de Canarias,
- ENCICLOPEDIA: *Historia Universal del Arte* (1985-1989). Barcelona. Planeta,
- García Arenas, J.; Bertran i Infante, C.(1987), *Geometría y experiencias*. Madrid. Biblioteca de Recursos Didácticos Alhambra.
- Ghyka, M. C.(1992) , *El número de oro, I los ritmos -II los ritos*. Barcelona. Poseidón
- Pedoe, D. (1982), La geometría en el arte, Colección Punto y Linea. Barcelona. Gustavo Gili,

ANEXOS

ANEXO I- ACTIVIDAD I : FICHA NÚMERO DE ORO

Se comenzará en una primera parte midiendo cuadros, esculturas y el propio cuerpo con los instrumentos necesarios y haciendo las oportunas divisiones, para la comprobación de la existencia o no de la proporción áurea (obtención de valores aproximados a 1’6)

ISBN 978-84-945722-3-4

a) Medidas en el David de Miguel Ángel:

$$\frac{cuerpo\ entero}{ombligo - pies} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_ =$$

$$\frac{total\ cabeza}{hasta\ la\ nariz} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_ =$$

$$\frac{total\ cara}{hasta\ la\ nariz} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_ =$$

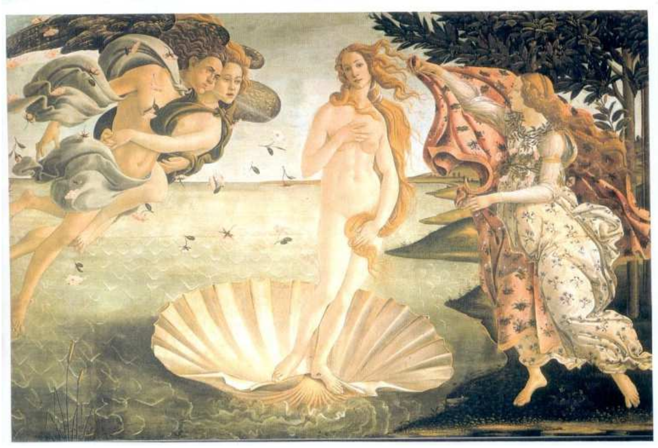
$$\frac{total\ pierna}{hasta\ la\ rodilla} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_ =$$

b) Haz las mismas medidas en tu cuerpo y comprueba si tienes las divinas proporciones:

$$\frac{cuerpo\ entero}{ombligo - pies} = \qquad \frac{total\ cabeza}{hasta\ la\ nariz} =$$

$$\frac{total\ cara}{hasta\ la\ nariz} = \qquad \frac{total\ pierna}{hasta\ la\ rodilla} =$$

c) Haremos lo mismo con un cuadro, primero escogeremos "El nacimiento de Venus de Botticelli"



$$\frac{cuerpo\ entero}{ombligo - pies} =$$

$$\frac{alto\ del\ cuadro}{hasta\ el\ horizonte} =$$

$$\frac{longitud\ de\ la\ concha}{ancho\ de\ la\ concha} =$$

$$\frac{longitud\ del\ cuadro}{hasta\ la\ venus} =$$

d) Busca otras medidas en el cuadro y comprueba la misma proporción

ANEXO II: FICHA I RECONOCIMIENTO DE ELEMENTOS GEOMÉTRICOS

Intenta cubrir esta ficha siguiendo las pautas que se te marcan:

ISBN 978-84-945722-3-4

Nombra las figuras: Observa el siguiente cuadro y describe las figuras que conozcas

a) Ponle un título

b) Describe lo que ves

c) ¿Son figuras planas o espaciales? ………………

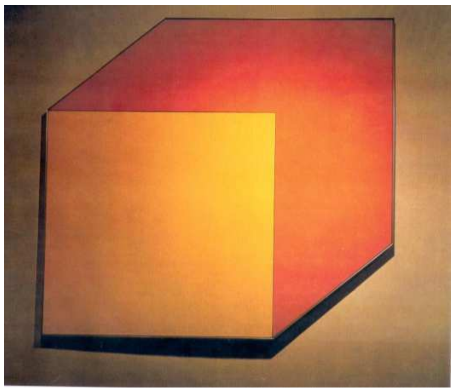
d)
- *Triangulos* :....... ¿*cúantos* ?....
- *Cuadrilateros*
  - *parale log ramos*
    - *cuadrados*....... ¿*cuántos* ?....
    - *rectángulos*...... ¿*cuántos* ?....
    - *Rombos*...... ¿*cuántos* ?....
  - *trapecios*..... ¿*cuántos* ?....
- *Círculos y circunferencias* :.... ¿*cuántos* ?...

Haremos lo mismo en la siguiente escultura:

a) Describe lo que ves

b) ¿Son figuras planas o espaciales? ………………

Poliedros
- *prismas*....
- *pirámides*...
- *cilindros*...
- *conos*....
- *esferas*....



Fíjate en esta imagen y di lo que ves

....

Fíjate de nuevo y comprueba si efectivamente están todas las líneas necesarias para que sea la figura que crees ver.

¿Es una imagen plana o espacial?..............

Explica tu respuesta:

ANEXO III-FICHA II RECONOCIMIENTO DE ELEMENTOS GEOMÉTRICOS

Intenta cubrir esta ficha siguiendo las pautas que se te marcan:

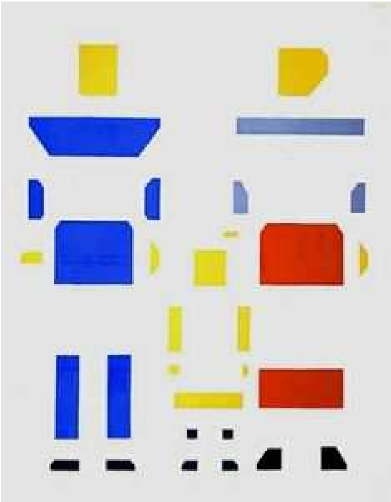
Nombra las figuras: Observa el siguiente cuadro y describe las figuras que conozcas

ISBN 978-84-945722-3-4

a) ¿ Qué ves en esta obra?

b) Ponle un título

c) ¿Cuál te parece que sería su significado?



d) ¿Por qué crees que se inscribe dentro de la corriente del abstraccionismo pictórico?

e)¿Son figuras planas o espaciales?

f) Haz una descripción geométrica del mismo.................

g)Identifica las figuras que forman parte del mismo:

$$\begin{cases} Triangulos: .... \quad ¿cúantos?.... \\ Cuadrilateros \begin{cases} paralelogramos \begin{cases} cuadrados...... \quad ¿cuántos?.... \\ rectángulos...... \quad ¿cuántos?.... \\ Rombos...... \quad ¿cuántos?.... \end{cases} \\ trapecios..... \quad ¿cuántos?.... \end{cases} \\ Círculos\ y\ circunferencias: .... \quad ¿cuántos?... \end{cases}$$

Haremos lo mismo con el siguiente cuadro:

a) ¿Qué ves en esta obra?

b) Ponle un título

c) ¿Cuál te parece que sería su significado?

d) ¿Por qué crees que se inscribe dentro de la corriente del abstraccionismo pictórico?

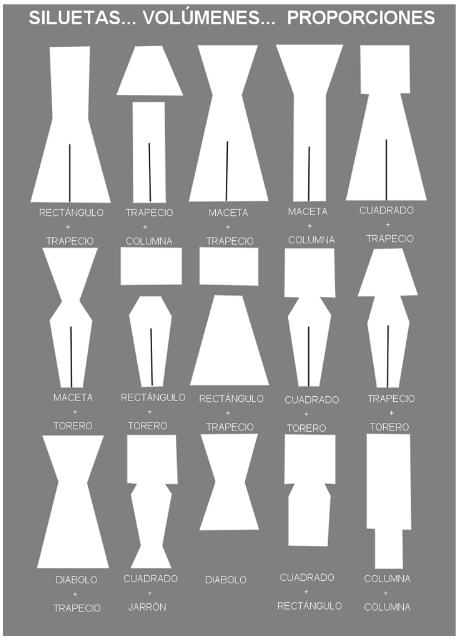
e) ¿Son figuras planas o espaciales?

ISBN 978-84-945722-3-4

f) Haz una descripción geométrica del mismo………………

ANEXO IV: GEOMETRIZA LA MODA

1. Utiliza alguno de los esquemas diseñados por Dior, para realizar tu propio diseño de moda



Indica que elementos utilizas, y a cuál de los diseños de Dior te asemejas

2. Te damos un diseño de Dior, y debes de realizar el proceso contrario, saber cuál de los esquemas ha utilizado

ISBN 978-84-945722-3-4

3. Utiliza la geometrización de Van der Leck, para calcular las figuras geométricas esenciales que dan lugar a este modelo

ISBN 978-84-945722-3-4