

POLYDRON

Isabel Fernández Monera

Marga Marco Hernández

María Cruz Martínez Vicente

Sonia Vives Crespo

1. El Polydron

El Polydron se compone de piezas de plástico que se pueden engarzar para construir figuras en dos y tres dimensiones (cuerpos geométricos) a través de uniones en las aristas. Este material permite deshacer la figura y trabajar sobre su desarrollo, lo cual incorpora este nuevo elemento cuando se analizan las estructuras de las figuras. Se presenta generalmente en bolsas de tela que contienen cerca de 200 piezas. Las piezas se pueden clasificar por dos atributos: forma (cuadrados, triángulos equiláteros, pentágonos y hexágono regulares) y color (azul, rojo, verde).



Figura 1. Polydron

Una de las utilidades didácticas de este material reside en que se pueden hacer y deshacer las figuras, trabajando así en su desarrollo. La diferente combinación de las piezas permite crear diversidad de cuerpos geométricos: con triángulos equiláteros se construyen tetraedros; con cuadrados se pueden formar cubos; varios tipos de pirámides usando de base un cuadrado o un pentágono y triángulos para el resto de las caras, etc. El alumnado puede experimentar elaborando y deshaciendo figuras tridimensionales y puede llegar a descubrir conceptos y propiedades geométricas partiendo de sus propias intuiciones.

El Polydron está diseñado para fomentar la investigación y la creatividad y la puesta en práctica de ideas. En el aula se pueden aprovechar las oportunidades ofrecidas por el material con posibles focos de atención, animando a los alumnos/as para que investiguen.

Dicho material proporciona no sólo ese estímulo al aprendizaje sino también un foco de comentarios, un medio para afianzar una actividad mediante la construcción de un objeto y, fundamentalmente, una forma de que el alumnado quede satisfecho después de haber superado un reto. Al utilizar el Polydron, siempre hay que intentar ir más allá de la construcción inmediata (Ansell, 1998).

Por medio de la experiencia “interactiva” en un aula los niños/as pueden llegar a comprender los principios subyacentes. Así, es importante que se les proporcione una gama amplia de actividades que les estimulen y despierten su curiosidad, ofreciéndoles

la posibilidad de comentar lo que se hace y descubre con otros niños y niñas y con los docentes.

1.1 Contenidos matemáticos cuyo aprendizaje se puede potenciar con el Polydron

Otros contenidos que se pueden trabajar son:

- La diferencia entre volúmenes y áreas en los cuerpos geométricos.
- Los elementos del poliedro: aristas, caras y vértices.
- La clasificación de los poliedros: poliedros regulares, pirámides y prismas.
- Los procesos de visualización y clasificación.

Además Calvo (1996) señala en relación a los procesos que se pueden potenciar:

- La construcción de figuras, ya sea de manera libre o con pautas: el alumnado puede construir libremente y crear modelos de forma autónoma o construir en base a unas pautas.
- La reproducción de figuras a partir de modelos: si el modelo es tridimensional se trabaja la relación espacio/espacio; si es bidimensional se trabaja con representaciones en el plano como dibujos y desarrollos.
- La representación en el plano de figuras tridimensionales: el trabajo con Polydron permite realizar figuras tridimensionales y relacionarlas con las representaciones en el plano.

2. Diseño de la propuesta

Este taller se apoya en una trayectoria de aprendizaje de las matemáticas para Primer Ciclo de Educación Primaria, concretamente para segundo curso. Los objetivos de la propuesta didáctica son:

- Reconocer, identificar y describir figuras y cuerpos geométricos.
- Construir cuerpos tridimensionales libremente.
- Diferenciar las partes de los cuerpos geométricos: aristas, vértices y caras.
- Aprender a seguir instrucciones: Construir un cuerpo geométrico a partir de unas instrucciones dadas.
- Desarrollar la comunicación matemática.
- Mantener una actitud positiva y participativa.

Los contenidos son:

CONCEPTUALES	PROCEDIMENTALES	ACTITUDINALES
-Las partes de los cuerpos geométricos: aristas, vértices y caras. -Figuras geométricas: cuadrados, triángulos equiláteros, pentágonos y hexágono regulares. -Cuerpos geométricos: prisma de base triangular y pentagonal, cubo, pirámide de base cuadrada y pentagonal, tetraedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro.	-Reconocimiento e identificación de figuras y cuerpos geométricos. -Diferenciación de las partes de los cuerpos geométricos: aristas, vértices y caras. -Descripción de figuras y cuerpos geométricos. - Construcción de cuerpos tridimensionales libremente. -Construcción de un cuerpo geométrico a partir de unas instrucciones dadas.	-Actitud positiva y participativa en el trabajo en grupo.

Las actividades planteadas contribuye al desarrollo de: la Competencia Lingüística a través de las actividades en las que el alumnado emplea la expresión oral para comunicar al resto de compañeros y compañeras sus resultados; la Competencia Social y Ciudadana por la necesidad de cooperación y diálogo en el grupo de trabajo; la Competencia Cultural y Artística ya que realizan creaciones propias, utilizando el material que se les propone; la Competencia para Aprender a Aprender por la necesidad de transformar la información en conocimiento propio y aplicar esos nuevos conocimientos; en cuanto a la Autonomía e Iniciativa Personal a través del ensayo-error y la transformación de las ideas del alumnado en acciones.

A continuación se concreta con mayor detalle en relación al desarrollo de la Competencia Matemática:

La comprensión conceptual de las nociones, propiedades y relaciones matemáticas se desarrolla estableciendo relaciones entre conceptos en las situaciones de resolución de las actividades planteadas. En las diferentes tareas, el alumnado llegará a conocer que los cuerpos geométricos están formados por caras, vértices y aristas. También aprende el nombre de alguno de esos cuerpos y a diferenciar entre prisma y pirámide.

Las destrezas procedimentales se desarrollan mediante el conocimiento de los procedimientos matemáticos y saber cuándo usarlos apropiadamente adaptándose a las tareas que se propongan, ya que el alumnado debe identificar propiedades y características de los cuerpos geométricos para cumplimentar tablas y hacer clasificaciones.

La capacidad de comunicar y explicar matemáticamente implica usar las nociones y procesos matemáticos en la comunicación y explicación, así, deben comunicar sus resultados y justificar las decisiones que han tomado utilizando el vocabulario matemático apropiado.

El pensamiento estratégico incluye la formulación, representación y resolución de problemas. En todas las actividades se crean oportunidades para aprender a representar ideas y formular cuestiones para ser resueltas usando diferentes criterios.

Se fomenta la actitud positiva hacia las matemáticas con el desarrollo de las actividades puesto que pueden poner en práctica sus conocimientos para resolver problemas planteados a su nivel y además de aprender nuevos conocimientos.

2.1 Trayectoria de aprendizaje

Consideraremos los niveles de razonamiento de Van Hiele para caracterizar la trayectoria de aprendizaje. El pensamiento geométrico se desarrolla de forma gradual y, según las investigaciones, se muestra que los niveles de razonamiento de Van Hiele son un modelo de relevancia en la organización de la enseñanza y aprendizaje de la geometría. Para la realización de este trabajo se han tenido en cuenta algunos intentos para caracterizar explícitamente los niveles de Van Hiele para la geometría de los sólidos (Hoffer, 1981 y Gutiérrez, Jaime y Fortuny, 1991 citados por Guillén, 2004). Existen cuatro niveles en el desarrollo del pensamiento geométrico de Van Hiele: reconocimiento, análisis, clasificación y deducción formal. En la etapa de Educación Primaria nos centramos en los tres primeros y en la propuesta realizada con el Polydron nos centraremos en *Reconocimiento y Análisis*:

- *Reconocimiento*: se caracteriza porque el alumnado percibe las figuras geométricas de forma global y como objetos individuales, se fijan en propiedades como posiciones, formas, tamaño, etc. y no es capaz de generalizar sus propiedades a otros objetos de su misma clase, ya que, ven cada figura como una forma distinta y aislada.
- *Análisis*: en este nivel los niños y niñas empiezan a darse cuenta de que las figuras geométricas están formadas por partes, que poseen unas determinadas características, y son capaces de describirlas, aunque suelen utilizar más atributos de los necesarios para definir la figura. En este nivel, el alumnado todavía no establece relaciones entre propiedades y, por tanto, de realizar clasificaciones inclusivas. Por este motivo, el nivel de Análisis se basa en observar ejemplos para identificar regularidades que se convierten en características generales. La principal diferencia con el nivel de Reconocimiento es que en este nivel el alumnado sabe que las figuras están formadas por partes y elementos.

A partir de esta caracterización, es posible definir una trayectoria de aprendizaje para que el alumnado evolucione del nivel de Reconocimiento al nivel de Análisis mediante actividades manipulativas con el Polydron. Esta trayectoria de aprendizaje viene definida por la transición de los alumnos de percibir las figuras geométricas como objetos individuales, de los cuales no generalizan propiedades ni identifican elementos, a percibirlos como objetos que están formados por partes y que saben diferenciar y describir utilizando un vocabulario matemático adecuado.

La transición del nivel de *Reconocimiento* al de *Análisis* se plantea a través de la realización de actividades que implican reconocer figuras geométricas, cuerpos geométricos y figuras con las que están formados e identificar algunas de sus propiedades para su descripción.

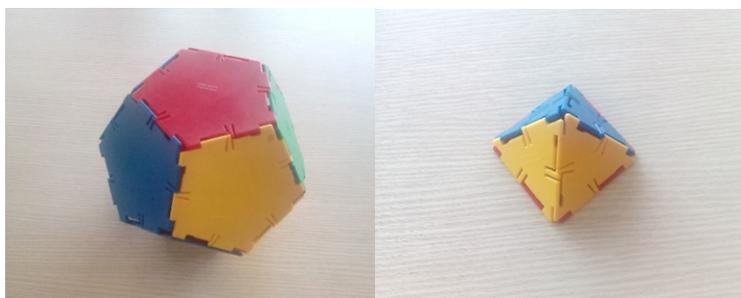


Figura 2. Ejemplos de poliedros contruidos con el Polydron

2.2 Actividades

Los fundamentos metodológicos sobre los que se apoya la propuesta son: Las matemáticas han de partir del enfoque experiencial, es decir, partir de lo que resulta familiar y cercano. El alumnado ha de aprender matemáticas utilizándolas en contextos funcionales relacionados con la vida diaria para adquirir conocimientos más complejos a partir de las experiencias y los conocimientos previos. Se ha de favorecer el aprendizaje cooperativo y dar una consideración positiva a los errores como aquello que es necesario tener en cuenta para poder seguir avanzando en el afianzamiento de nuevos contenidos.

Esta propuesta con Polydron comienza con la generación de un ambiente de trabajo en el aula que facilite la interacción entre el alumnado y el docente para poder aprovechar todas las posibilidades que este material nos ofrece. Se proporciona al alumnado las herramientas y los materiales adecuados para que puedan manipularlos y experimentar con ellos antes de comenzar con las actividades (actividad 1). Según Calvo (1996), los niños y niñas de seis-siete años se familiarizan rápidamente con las figuras del Polydron. Por ello, se debe dejar el material en el rincón de matemáticas durante un

par de semanas para que puedan establecer contacto con las piezas mediante la manipulación. De esta forma, se potencia la investigación intuitiva de las posibilidades de este material. El papel del docente es guiar a los estudiantes en el uso de estas herramientas, modelar, facilitar, sugerir preguntas nuevas en las cuales fijarse y someter a prueba y usar preguntas abiertas que fomenten la investigación, la observación y el razonamiento partiendo de una propuesta que ofrece un aumento progresivo en la complejidad de las actividades. Es imprescindible tener en cuenta los posibles problemas y dificultades que pueda tener el alumnado a la hora de resolver las actividades, por lo que cada actividad se introduce relacionándola con por otra estrechamente. El alumnado se agrupa en pequeños grupos y la sesión se organiza de modo que haya suficiente tiempo para hablar, construir y discutir las ideas surgidas.

El desarrollo de los aspectos relativos al *Reconocimiento* se desarrolla a través de actividades que proponen diferenciar lo que es un poliedro de lo que no lo es y reconocer los elementos por los que está formado un cuerpo geométrico, utilizando un vocabulario matemático adecuado. El *Análisis* se pretende desarrollar a través de actividades que proponen describir las partes que lo forman y sus características.

ACTIVIDAD 1

Esta primera actividad se trabaja en gran grupo. En primer lugar, se muestra al alumnado distintos cuerpos geométricos y se comparan un cilindro y un prisma cuadrangular para que identifiquen características de cada uno de ellos (uno rueda el otro no, etc.). En base a lo que nos digan se introduce el nombre de poliedro. En segundo lugar, se les plantea que diferencien los que son poliedros de los que no lo son. Se presenta al alumnado los siguientes cuerpos: prisma de base triangular y pentagonal, cubo, pirámide de base cuadrada y pentagonal, tetraedro, octaedro, dodecaedro, icosaedro, cilindro, cono y esfera.

A continuación se les pregunta:

- ¿Por qué es un poliedro?
- ¿Qué elementos tienen los poliedros?
- ¿Qué características tienen los poliedros?

Con esta última parte de la actividad, se pretende que el alumnado pase del reconocimiento de los poliedros al análisis de los mismos. El uso del Polydron permite completar esta actividad de Reconocimiento y Análisis con:

- Actividades de construcción de poliedros (primero de manera libre y luego de manera guiada planteando instrucciones en función de diferentes características identificadas (por ejemplo, número de caras, caras formadas por polígonos iguales o no...)).
- Establecer relaciones entre los poliedros y su desarrollo (relación entre 2D y 3D) examinando en qué casos una determinada composición plana de figuras del Polydron es un desarrollo de un poliedro.

ACTIVIDAD 2: Descripción y Análisis de elementos

Para realizar esta actividad se utilizará el siguiente enlace web: http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~11001646/RECURSOS/cuerpos_geometricos_2.swf.

En la actividad se muestran cuatro figuras geométricas y los alumnos/as tienen que identificar los elementos de los cuerpos geométricos: caras, vértices y aristas; tal y como se muestra en la Figura 3.

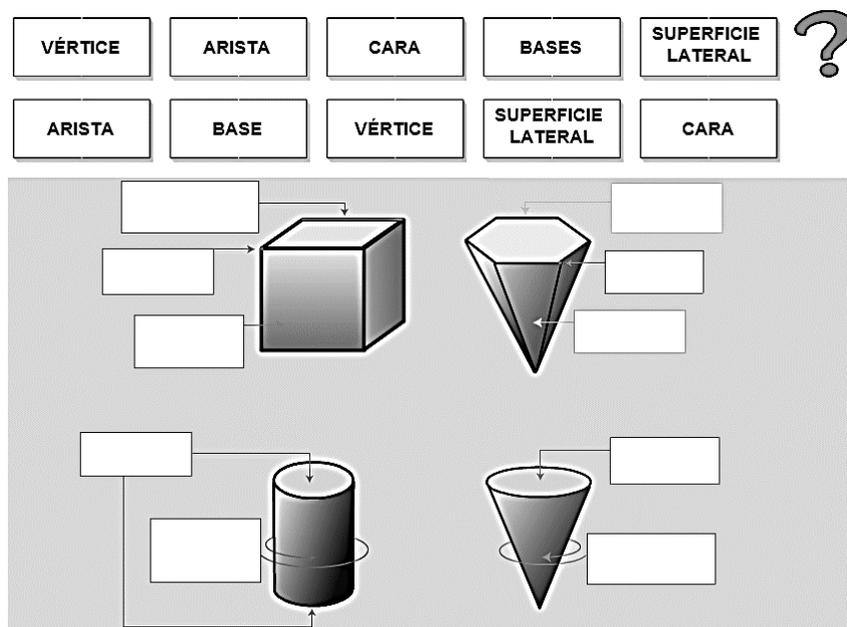


Figura 3. Actividad online

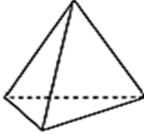
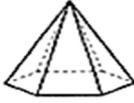
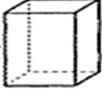
El reconocimiento de los términos matemáticos para nombrar los elementos de los cuerpos geométricos (poliedros y cuerpos de revolución) permite dotar a los estudiantes de los recursos para generar un discurso matemático cada vez más elaborado. Una vez afianzado el vocabulario es posible plantear actividades de construcción y análisis con el

Polydron cuyo objetivo debe ser la consolidación del vocabulario matemático cuando tienen que usarlo en un contexto diferente (construcciones y descripciones de figuras con el Polydron) del contexto en el que han sido introducidos (mediante el uso de *applets* en un contexto tecnológico).

ACTIVIDAD 3: Construir desde representación en 2D y descripción

En esta actividad la clase se distribuye en grupos de 5 alumnos/as y se les proporciona una ficha con la representación de diferentes cuerpos geométricos que tienen que construir con el Polydron. Los cuerpos geométricos que tienen que construir son: prisma de base triangular, prisma de base pentagonal, prisma de base cuadrada (cubo), pirámide de base pentagonal, pirámide de base triangular (tetraedro), pirámide de base cuadrada, octaedro, dodecaedro e icosaedro. Seguidamente, tendrán que cumplimentar la Tabla 1. Para realizar completamente esta actividad, hay que introducir los nombres de los diferentes cuerpos geométricos y creando la oportunidad de identificar semejanzas y diferencias que permite el desarrollo de los procesos de análisis.

Tabla 1. Ficha actividad 4

COMPONENTES DEL GRUPO:				
CUERPO GEOMÉTRICO	TIPO DE FIGURA O FIGURAS UTILIZADAS	Nº DE CARAS	Nº DE VÉRTICES	Nº DE ARISTAS
				
				
				
				
				
				

ACTIVIDAD 4: Construir con instrucciones y Describir

En esta actividad, el alumnado construye cuerpos geométricos a partir de unas pautas determinadas. Al igual que en la anterior, los estudiantes trabajan en grupos. Cada grupo tendrá una tarjeta con instrucciones para la construcción de un cuerpo geométrico con el Polydron. Las instrucciones que aparecen en las tarjetas son las siguientes:

- *Poliedro donde sus 4 caras sean triángulos equiláteros y tenga 1 cuadrado.*
- *Poliedro donde sus 6 caras sean cuadrados.*
- *Poliedro donde sus 4 caras sean triángulos equiláteros*
- *Poliedro donde 2 de sus caras (bases) sean pentágonos.*
- *Poliedro donde sus 6 caras sean triángulos.*
- *Poliedro donde 2 de sus bases sean triángulos equiláteros.*

Cuando se construye el cuerpo geométrico se debe describir utilizando el vocabulario matemático adecuado, las caras, vértices y aristas, que posee dicha figura.

Si el ritmo del alumnado en esta actividad lo permite se pueden introducir las siguientes pautas para ampliar la actividad:

- *Cuerpo geométrico donde sus 8 caras sean triángulos.*
- *Cuerpo geométrico donde sus 12 caras sean pentágonos.*
- *Cuerpo geométrico donde sus 20 caras sean triángulos*

A través de instrucciones, el alumnado debe construir las figuras demandadas. Esta actividad supone un avance respecto a la anterior por la necesidad de conocer y recordar características de determinados cuerpos geométricos para poder construirlos correctamente.

3. Evaluación

La evaluación que se lleva a cabo es: formativa, predominando el componente de mejora del proceso sobre el componente valorativo; continua, con el fin detectar las dificultades en el momento en que se produzcan, analizar sus causas y, en consecuencia, reorientar la intervención educativa y adecuarla a los ritmos de aprendizaje, intereses y motivaciones del alumnado; y sumativa, para comprobar el grado de adquisición de contenidos al finalizar la unidad didáctica.

Los criterios de evaluación del aprendizaje, en base a los objetivos planteados son:

- Reconoce e identifica poliedros y cuerpos de revolución

- Diferencia las partes de los cuerpos geométricos: aristas, vértices y caras.
- Construye cuerpos tridimensionales libremente.
- Usa de manera adecuada los términos matemáticos para describir los cuerpos geométricos.
- Construye un cuerpo geométrico a partir de unas instrucciones dadas.
- Mantiene una actitud positiva y participativa.

Los objetivos serán evaluados según su consecución atendiendo a la rúbrica de la tabla 2 cuya máxima puntuación es 4.

Tabla 2. Rúbricas de evaluación

1	2	3	4
Poca comprensión de los contenidos y realización de las tareas.	Comprensión parcial de los contenidos y realización de las tareas.	Comprensión casi total de los contenidos y realización de las tareas.	Comprensión de todos los contenidos y realización correcta de todas las tareas.

REFERENCIAS

- Ansell, B. (1998). *Descubriendo Polydron. Explorar, crear, comprender*. London: PolydronLimited.
- Calvo, X. (1996). El Polydrón, un material que engancha. *UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas* n° 7, 19-30.
- Guillén, G. (2004). El modelo de Van Hiele aplicado a la geometría de los sólidos: describir, clasificar, definir y demostrar como componentes de la actividad matemática. *Educación Matemática*, 16(3), 103-125.