A propósito de la introducción de la función logarítmica. Una correlación entre la clase "japonesa" y el currículo costarricense de Matemáticas

Marianela Zumbado Castro
Cátedra de Didáctica de la Matemática, Universidad Estatal a Distancia
Ministerio de Educación Pública, Liceo Ing. Samuel Saénz Flores
Heredia, Costa Rica
mzumbad2@gmail.com

1 Introducción

Se expone una reflexión general sobre la correlación entre lo que se afirma en mucha de la literatura internacional de la Educación Matemática como clase "japonesa" y la organización de la lección propuesta por los programas oficiales de Matemáticas de Costa Rica, aprobados en el 2012. Este estilo de organización de la lección se plantea como la resolución de problemas.

A continuación se describe el desarrollo de una clase de matemáticas en décimo año en una institución de enseñanza secundaria en el tema de Relaciones y Álgebra: funciones logarítmicas. En el desarrollo de esta lección se muestra la conexión entre la metodología que propone el currículo costarricense y el estilo que se identifica como "clase japonesa".

2 Estilo de clase japonés y la organización de la lección

En el currículo costarricense se asume como estrategia metodológica la resolución de problemas con énfasis en los contextos reales (MEP, 2012, p. 13). Además:

> ....se podría decir que en este currículo la sugerencia de **organización de las lecciones**, con base en los aportes de las y los investigadores y docentes costarricenses, asume el enfoque de PISA y usa como base la experiencia japonesa aunque con algunos énfasis nutridos por la Educación Matemática Realista (EMR) y la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD).... Énfasis añadido. (MEP, 2012, p. 502)

Los fundamentos de estos programas incluyen elementos de algunas teorías de la resolución de problemas y éstos orientan el quehacer de aula que se sugiere.

El programa de estudios costarricense presenta una propuesta para la organización de la lección que indica cuatro momentos de manera detallada para la Etapa 1: el aprendizaje del conocimiento, en el apartado "Gestión y planeamiento pedagógico", estos

Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. 2015. Año 10. Número 13. pp 215-222. Costa Rica

momentos corresponden a *la propuesta de un problema*, *el trabajo estudiantil independiente*, *la discusión interactiva y comunicativa*, finalmente la *clausura o cierre*.(MEP, 2012, p. 41-47),

Además, la malla curricular contiene una columna con indicaciones puntuales, que complementan el apartado indicado para orientar de manera efectiva las acciones de aula que el docente debe ejecutar.

Existe una importante correlación entre la propuesta costarricense y características de las lecciones japonesas. El "estilo japonés" de la clase de Matemáticas, según Isoda y Olfos (2009), tiene fases distintivas. Con Stigler y Hiebert (1999) se afirma que el estilo de clases tiene el siguiente formato:

- Revisión de la clase anterior
- Presentación de los problemas del día
- Trabajo individual de los alumnos, en sus puestos
- Discusión de los métodos de resolución
- Destacado y resumen del punto principal

En la ejecución de este formato, las actividades del docente y estudiante están claramente definidas. Al igual que en el programa costarricense, se inicia con la *propuesta de un problema* (MEP, 2012, p. 42). Los japonesés lo denominan *Hatsumon,* que significa formular una pregunta clave para atraer el pensamiento del alumno sobre un punto particular en la lección, particularmente, al comienzo, para probar o promover la comprensión del problema (Isoda y Olfos, 2009, p. 90).

Kikan-shido que significa "instrucción en el escritorio del alumno" y que puede relacionarse con el momento del trabajo estudiantil independiente (MEP, 2012, p. 42), es cuando se realiza la resolución del problema por parte de los alumnos. El profesor se moviliza por el aula, observando las actividades de manera silenciosa, evaluando el progreso de la resolución del problema y recolectando ideas sobre las distintas maneras en que los alumnos que abordaron el problema (Isoda y Olfos, 2009, p. 90). Esta descripción coincide con el papel docente que se espera según el MEP (2012, p. 42): "acción docente apropiada, precisa y activa". El docente no interviene para dar la solución, pero su papel es de supervisar y en caso de que el estudiante se encuentre en un "bloque" mediante su intervención a través de preguntas apropiadas permitirle al estudiante hallar una estrategia de solución, sin caer en el efecto Topaze.

Según la Escuela Francesa, este efecto es un fenómeno que se presenta cuando el docente utiliza la técnica interrogativa en sus clases. Es común escuchar múltiples respuestas erróneas por parte de los estudiantes; ante las constantes muestras de fracaso, el profesor opta por sugerir la respuesta deseada. De este modo, el estudiante no interioriza o no comprende el contenido explicado por el docente, no se apropia del conocimiento, sino que su rol es el de adivinar lo que el profesor le plantea. (Brousseau, 1986)

En la etapa de supervisión, Isoda y Olfos (2009, p. 90) indican que el profesor considera preguntas tales como: "¿Qué métodos de solución pediré a los alumnos que presenten primero?" o "¿cómo puedo dirigir la discusión hacia una integración de las ideas?"

reflexiones dirijidas hacia la manera de realizar el *cierre o clausura* en la propuesta costarricense (MEP, 2012, p. 42-43).

Es evidente una correspondencia entre la clase japonesa y la propuesta de organización de la lección del MEP, el siguiente momento denominado *discución interactiva y comunicativa* (MEP, 2012, p. 42), para los japoneses es *Neriage*: discusión de toda la clase, que consiste en un espacio para refinar las ideas del alumno y obtener una idea matemática integrada producto de una discusión grupal (Isoda y Olfos, 2009, p. 90).

Finalmente, viene el *Matome* como recapitulación equivalente al *cierre o clausura;* se trata de un comentario final y cuidadoso acerca del trabajo de los alumnos en términos de los conocimientos matemáticos, de manera formal. En términos generales, el profesor revisa brevemente lo que los alumnos han realizado en la discusión generalizada y recapitula lo que han aprendido en la clase.

Esta estrecha relación entre el estilo de clase japonés y la organización de la lección costarricense es reafirmada por Ruiz (2013, p. 53):

> Los japoneses se "casaron" con la resolución de problemas, la ampliaron y la potenciaron. Se puede decir que la misma estructura y organización de la lección, aparte de los influjos culturales o las tradiciones de planeamiento e implementación de la lección, se deben asociar con el uso de esta estrategia y política educativa. Esta visión nutre el currículo costarricense.

En consecuencia, para efectuar una lección con esta estrategia se requiere de una planificación detallada.

Con el objetivo de evidenciar cómo los recursos que ofrece el programa permiten la planificación detallada de una clase de matemáticas mediante la resolución de problemas, se presenta aquí una experiencia sobre la introducción de la función logarítmica.

3 Desarrollo de la lección

Esta experiencia se desarrolló en la segunda mitad del 2014, en la provincia de Heredia, en el cantón central, distrito Mercedes. En el Liceo Ing. Samuel Sáenz Flores, con un grupo de décimo año conformado por estudiantes entre los 15 y 16 años de edad. De acuerdo con los programas oficiales la organización de la lección en su Etapa 1: el aprendizaje del conocimiento consta de cuatro momentos (MEP, 2012, p. 41-43). Cada uno de ellos será indicado en el desarrollo de este apartado de acuerdo con las acciones realizadas en la clase.

En las dos lecciones se pretendía propiciar las siguientes habilidades específicas: Identificar la función logarítmica como la inversa de la función exponencial y analizar gráfica y algebraicamente las funciones logarítmicas (MEP, 2012, p. 415).

Para que los estudiantes lograran lo anterior, era necesario poseer las siguientes habilidades previas: identificar las condiciones para que una función tenga inversa, relacionar la gráfica de una función con la gráfica de su inversa, determinar intervalos en los cuales una función representada gráficamente tiene inversa y analizar gráfica, tabular y algebraicamente las funciones exponenciales.

Para una clase donde se implementa la resolución de problemas como estrategia metodológica se debe iniciar con ***la propuesta de un problema***, según el MEP (2012, p. 42) corresponde a:

> En esta primera fase se coloca como un punto de partida un problema (contextualizado cuando resulte pertinente), un desafío inicial o una actividad para provocar la indagación. Esta propuesta supone una escogencia apropiada con base en el lugar que ocupa el contenido y las expectativas de aprendizaje dentro de la programación del curso y las condiciones específicas del grupo de estudiantes con el que se trabaja.

En esta experiencia se usó el siguiente problema y se ejecutó mediante un trabajo en subgrupos de cuatro estudiantes.

PROBLEMA [1]

Imagen cortesía de FreeDigitalphotos.net

Laura Marcela deposita 225 000 colones en su cuenta de ahorros en un banco y al final de t años recibe una notificación del banco indicando que en su cuenta tiene 375 000 colones. Si la tasa de interés es de un 6 % compuesta anual y si ella no hizo un nuevo depósito ni retiro durante esos años, ¿cuántos años han transcurrido desde el depósito hasta la notificación del banco?

Para poder resolver el problema se puede utilizar el siguiente modelo:

$$C(t) = C_0(1+i)^t$$

$C(t) =$ Capital obtenido, $C_0 =$ Capital inicial, $i =$ tasa de interés, $t =$ tiempo

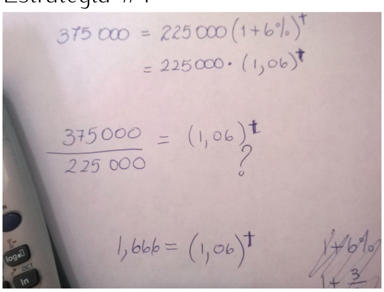
1. Problema adaptado de los programas oficiales del MEP (2012, p. 415), indicaciones puntuales.

Figura 2: Trabajo estudiantil independiente

Durante el proceso de solución, momento denominado ***trabajo estudiantil independiente*** (MEP, 2012, p. 42) y que refiere a las acciones que realizan los alumnos para resolver el problema, se presentaron los siguientes hechos:

1. Al realizar la solución del problema el estudiantado utilizó dos estrategias unicamente para determinar la respuesta a la pregunta planteada. Sin embargo, fue suficiente para activar el proceso matemático "Plantear y resolver problemas" que propone el currículo costarricense (MEP, 2012, p. 56). A continuación se muestran las estrategias empleadas por los estudiantes:

Estrategia #1



Estrategia #2

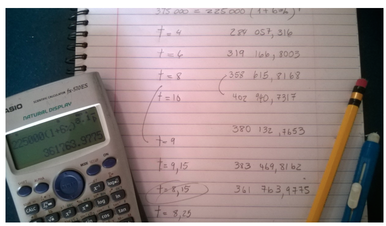


Figura 3: Evidencias del trabajo estudiantil independiente

2. La mediación pedagógica del docente fue diferente para cada estrategia de solución. Para la primera, las preguntas generadoras fueron orientadas hacia la posibilidad de hallar la respuesta mediante los conocimeintos previos relacionados con la resolución de ecuaciones exponenciales. Respecto a la segunda estrategia las preguntas tenían relación con verificar si los estudiantes comprendían el proceso de prueba y error (experimentación) que estaban realizando.

Finalizado el trabajo de los estudiantes en la solución del problema se procedió a la ***discusión interactiva y comunicativa*** de los resultados. En este momento el estudiantado compartió sus hallazgos con los demás miembros de la clase, por ejemplo comunicaron las estrategias utilizadas, incluso aquellas que no fueron exitosas, así como las respuestas encontradas; también los estudiantes debatieron unos con otros sobre la veracidad de la respuesta hallada y las estrategias empleadas. Nuevamente, en este espacio se activaron otros procesos como Razonar y argumentar, así como el de Comunicar (MEP, 2012, p. 56-57).

Del grupo de estudiantes, el docente seleccionó a dos de ellos para que comunicarán las ideas respecto a la estrategia de solución empleada a lo interno del subgrupo. Este proceso fue dirigido por el docente.

Después que el estudiantado compartió los hallazgos con la clase, el docente pudo mostrar la relación entre las dos estrategias de solución empleadas y evidenciar la necesidad de un conocimiento nuevo para poder enfrentar un problema de manera más efectiva.

Figura 4: Discusión interactiva y comunicativa

Cuando el docente retomó las soluciones del estudiantado y las utilizó para presentar el nuevo conocimiento y algunas de sus propiedades procedió a realizar la ***clausura o cierre***, cuarto y último momento indicado por el MEP para la organización de la lección.

El docente con los datos aportados por los estudiantes elaboró una tabla y construyó una gráfica, presentó la ecuación que no habían podido resolver (Estrategia #1). Luego presentó la definición de la función logarítmica, evidenció la biyectividad, presentó una de las propiedades de la función logarítmica. Retomó la ecuación sin resolver y la utilizó para justificar la necesidad de un nuevo conocimiento para enfrentar este tipo de ecuaciones, denominadas logarítmicas.

Para ese momento de la clase se consignó:

Definición:
Sea una función de variable real tal que $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ y que corresponde a:

$$f(x) = \log_a x, \quad a \neq 1,\ a > 0$$

Una de las propiedades de función logarítmica es la siguiente:

$$a^x = b \Leftrightarrow \log_a b = x.$$

Y efectúo la solución de la ecuación logarítmica de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} 1,666 &= (1,06)^t \\ (1,06)^t &= 1,666 \\ \log_{1,06} 1,666 &= t \end{aligned}$$

Posteriormente, la docente indicó a los estudiantes que mediante su calculadora determinaran el valor de la t. A través de esto los alumnos comprobaron cómo se obtuvo un valor muy cercano a los hallados en la Estrategia #2, de manera directa y efectiva. Con lo anterior, el docente dio por terminada la clase con la indicación de transcribir todo lo consignado en la pizarra. Es importante destacar aquí el uso pertinente de la tecnología, en este caso era conveniente utilizarla para comprobar los datos.

4 Indicaciones puntuales

El problema utilizado en esta clase pertenece a las indicaciones puntuales de los programas, muchos de los problemas ahí propuestos son para el aprendizaje de algún conocimiento de manera directa, pero no todos ellos permiten el descubrimiento de la noción matemática involucrada. Este caso es un ejemplo de ello, con el problema no se descrubre la función logarítmica pero se evidencia la necesidad de un conocimiento nuevo.

Debe quedar claro que este problema no permite descubrir el conocimiento por sí mismo, los estudiantes no descubren la función logarítmica como una serie o una progresión geométrica, forma en que surgió en la Antigüedad, no se puede pretender que en secundaria un estudiante (incluso un docente), sea capaz de realizar tal hallazgo, sintentizando en dos lecciones la evolución histórica del logaritmo que data desde la época de Arquímedes (aprox. 287-212 a.C). No obstante, esta es una situación poco usual en los problemas presentados en las indicaciones puntuales, debido a la complejidad del conocimiento que se pretendía trabajar.

En la clase presentada los estudiantes mediante este problema de interés compuesto descubren la necesidad de adquirir otro conocimiento para efectuar de manera efectiva un proceso aritmético, ese conocimiento es la función logarítmica y sus propiedades.

Apoyado en el trabajo realizado por los estudiantes en la solución del problema, el docente introduce la función logarítmica en un ambiente significativo producto de la experiencia vivida.

5 Consideraciones finales

El problema propuesto en las indicaciones puntuales del currículo costarricense fue pertinente para abordar las habilidades pretendidas. De igual forma, este problema permitió al estudiantado la posibilidad de identificar en el trabajo realizado la necesidad de adquirir otro conocimiento para enfrentar de una manera más eficaz el problema. Las acciones realizadas en la clase colocaron a los estudiantes como protagonistas, logrando un compromiso por su propio aprendizaje en una atmósfera activa de trabajo escolar.

Se puede evidenciar con esta experiencia una correlación estrecha entre el modelo "japonés" y la organización de la lección propuesta en el currículo costarricense.

Referencias

Brousseau, G. (1986). *Fundamentos y Métodos de la Didáctica de la Matemáticas. Recherches en Didactique des Mathématiques,* Vol 7, N° 2, 33 – 115.

Isoda, M. y Olfos, R. (2009). *El Enfoque de Resolución de Problemas. En la enseñanza de la Matemática a partir del estudio de clases*. Ediciones Universitarias de Valparaíso, Pontificia Universidas Católica de Valparaíso. Chile.

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2014). *Informe técnico sobre la implementación de los programas oficiales de Matemáticas. Con base en acciones desarrolladas por el Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica en la educación primaria y secundaria 2013-2014*. San José, Costa Rica: Autor.

Ruiz, A (2013, Julio). La reforma de la Educación Matemática en Costa Rica. Perspectiva de la praxis. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática* / Centro de Investigaciones Matemáticas y Metamatemáticas, Universidad de Costa Rica. - Año 8, No. especial (Julio. 2013). Recuperado el 10 de agosto del 2013 en http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/11125/10602