

Desafíos para la formación inicial de docentes ante los programas oficiales de matemáticas en Costa Rica¹

Ángel Ruiz

Director Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica

Universidad de Costa Rica

<http://www.angelruizz.com>

ruizz.angel@gmail.com

Hugo Barrantes

Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica

Universidad de Costa Rica

habarran@gmail.com

Resumen

En este trabajo se pretende dar una visión sobre lo que hacen las principales universidades estatales y privadas de Costa Rica para apoyar la implementación de los programas oficiales de matemáticas aprobados en mayo del 2012. La investigación realizada se enfocó solamente en la preparación de docentes de matemáticas para la educación secundaria. Se estudiaron dentro de esos quehaceres las características de los programas de estudio, cambios efectuados o en desarrollo relacionados con la implementación curricular y acciones extracurriculares que coadyuvan en este proceso. Se aporta aquí información sobre la evolución de títulos otorgados por las universidades en las carreras de Enseñanza de las Matemáticas en el periodo 2008–2012. Se analizan los desafíos que tiene la formación inicial en esta disciplina.

Palabras clave

Enseñanza de las Matemáticas, Matemáticas, Educación Matemática, Currículo.

Abstract

This paper aims to give an insight into what the most important Costa Rican public and private universities do to support the development of the Math Curriculum approved in May 2012 by educational authorities for all elementary and secondary schools. The research focused only on the preparation for mathematics teachers of secondary education. We studied the characteristics of university programs in the teaching of mathematics, changes or actions related to curriculum implementation and extracurricular activities that aid in this process. Information is provided here on the evolution of degrees awarded by universities in Mathematics Education during 2008–2012. Challenges that face the teacher's initial preparation in this discipline are analyzed.

Keywords

Teaching of Mathematics, Mathematics, Math Education, Curriculum.

¹ Este documento, en su mayor parte fue una ponencia elaborada para el *Quinto Informe del Estado de la Educación*, publicado en agosto del 2015. Programa Estado de la Nación (2015). *Quinto Informe Estado de la Educación*. Costa Rica: autor. Véase <http://www.estadonacion.or.cr/educacion2015>

Recibido por los editores el 10 de octubre de 2015 y aceptado el 13 de noviembre de 2015.

Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. 2016. Año 11. Número 14. pp 9–81. Costa Rica

1. Introducción

Con la aprobación de nuevos programas de matemáticas en mayo del 2012 la enseñanza de las matemáticas en Costa Rica inició una nueva época. Se trata de un cambio profundo en relación con programas anteriores que habían sido redactados en 1995 y que tuvieron algunas modificaciones en 2001 y 2005 (MEP, 1995a, 1995b, 1995c, 1996, 2001a, 2001b, 2005a, 2005b). Se empezaron a instalar en el 2013 y afectará toda la educación primaria y secundaria.

Su aprobación fue un proceso que tensó las comunidades educativas asociadas a las matemáticas. Algunas escuelas de matemáticas y de educación en las universidades locales, así como gremios y colegios profesionales, e individuos, participaron expresando sus propuestas o críticas dentro de un importante proceso de reflexión y debate nacional en los años 2011 y 2012.

Sin duda este currículo posee debilidades y en el futuro serán necesarios ajustes que aportará la experiencia de su implantación así como el progreso de la educación matemática. Un currículo es siempre temporal. Lo usual en muchos países con sistemas educativos de gran calidad es realizar estos cambios y mejoras curriculares en periodos de 10-15 años.

Ahora lo que está en la agenda nacional es la implementación del nuevo currículo y para ello se requiere del concurso decidido y la buena voluntad de todas las instancias que están involucradas en este proceso: las diversas dependencias del Ministerio de Educación Pública (MEP), el Consejo Superior de Educación, las universidades, los medios de comunicación, los colegios y gremios profesionales, los padres familia y estudiantes y toda la comunidad nacional.

Al tratarse de una reforma profunda y comprehensiva su implementación se deberá realizar en un tiempo relativamente largo, y de igual manera para que eso suceda no será posible dejar de implicar a diversos protagonistas de la sociedad costarricense.

Como el nuevo currículo de Matemáticas se empezó a instalar oficialmente en el 2013, no se puede esperar que las universidades hayan realizado muchos cambios en sus programas de estudio en sintonía con estos programas, por lo que en buena parte el análisis se realiza sobre los cursos que se imparten así como sobre la información suministrada por las autoridades de las universidades acerca de sus acciones. Para comenzar se aportan elementos sobre las razones que tuvo el país para cambiar los programas del 2005 así como se brindan algunas características del nuevo currículo, y sus implicaciones en la gestión de aula y también en la formación inicial.

En este documento, en general, se separó el análisis de las universidades estatales y el de las privadas, porque existen bastantes diferencias cualitativas que harían poco pertinente la comparación detallada de todas juntas, así como por la significativa diferencia en información actualizada de las acciones curriculares o extracurriculares brindada por las instituciones. En el caso de las estatales se tuvo a la mano los programas de estudio y las modificaciones curriculares realizadas, la descripción de los cursos, las cartas al estudiante actualizadas al 2013 o 2014, y respuestas dadas por las autoridades universitarias al frente de estas carreras a un cuestionario elaborado

por los autores de este capítulo y solicitadas por el Estado de la Educación. En el caso de las instituciones privadas analizadas: en esencia solo se contó con los planes de estudio y descripción de cursos con que fueron aprobadas estas carreras por el Consejo Nacional de Enseñanza Superior Universitaria Privada (salvo el caso de la Universidad Americana (UAM), que contestó el cuestionario mencionado).

La investigación realizada se basa en la documentación obtenida y por lo tanto los resultados brindados no pretenden ser una radiografía exacta de lo que realmente ocurre en las aulas universitarias, si se implementan o no los contenidos o fines declarados en los planes de estudio o si en efecto toda la información brindada por las autoridades consultadas es suficientemente consistente con la realidad institucional. Otros instrumentos de investigación cuantitativa y cualitativa deberían ser aplicados para obtener más resultados. Sin embargo, con base en esta documentación se puede aportar una primera aproximación a la formación inicial ofrecida por las universidades estudiadas, que puede ser útil tanto para esas instituciones, el MEP y otras entidades del país, en la búsqueda por apoyar las acciones nacionales de implementación de estos programas de matemáticas.

Se busca en esta investigación determinar si los planes de estudio en la enseñanza de las matemáticas de estas universidades ofrecen cursos o actividades que permitan preparar a los docentes suficientemente para implementar los nuevos contenidos que tienen los programas oficiales (o que son tratados con otro enfoque). También se estudia el lugar que se brinda a dos de los ejes disciplinares del nuevo currículo: el uso de historia de las matemáticas y el uso de las tecnologías. Tanto la historia como la tecnología en los programas oficiales se plantean en función de la construcción de aprendizajes, por lo que se afirma conveniente que estos temas sean incorporados en la formación inicial con esa misma perspectiva: instrumentales a la generación de aprendizajes asociados directamente con los conocimientos y habilidades matemáticas.

El currículo oficial, sin embargo, enfatiza aspectos metodológicos, su enfoque principal es una estrategia pedagógica para la acción de aula: la resolución de problemas con especial énfasis en contextos reales. Por eso también se busca identificar si la formación inicial ofrecida permite preparar a los docentes en esta orientación educativa. Para poder ofrecer una preparación adecuada a los futuros docentes en este sentido los planes de estudio deberían incorporar contenidos, objetivos o ejes curriculares con al menos dos características centrales: un lugar relevante para la pedagogía específica de las matemáticas y, también, la existencia de puentes entre el quehacer de las universidades y la práctica de aula en los colegios. Estas características de los planes de estudio no solo deben verse como una reacción directa a estos programas de estudio escolares sino como asuntos cruciales para la preparación de docentes de acuerdo a la experiencia e investigación internacional y nacional en educación matemática.

Para ubicar el contexto de las instituciones estudiadas, antes se realiza un análisis de la evolución de la titulación en las carreras de enseñanza de las matemáticas ofrecidas por todas las universidades privadas y estatales.

2. Elementos en torno a números de graduados de Enseñanza de las Matemáticas

En este apartado se realiza un breve estudio acerca de los números de graduados de las universidades costarricenses durante el período 2008–2012.

Se mostrarán datos absolutos y relativos de graduación, comparación entre universidades, tanto públicas como privadas y algunas de las tendencias presentes.

Los datos utilizados en el análisis fueron proporcionados por el proyecto *Estado de la Nación*.

2.1. Universidades con carreras de enseñanza de las matemáticas y títulos que otorgan

En el período considerado, tuvieron graduaciones en enseñanza de las Matemáticas doce universidades, cuatro universidades estatales y ocho universidades privadas. En el siguiente cuadro se proporcionan las universidades con el nombre de la carrera y los tipos de diploma que otorgan en el campo de la enseñanza de las Matemáticas.

Cuadro 1
Universidades que ofrecen carreras en Enseñanza de las Matemáticas, con nombre de la carrera y títulos que otorga (período 2008 – 2012).

Universidad	Nombre de la Carrera	Títulos que otorga
Estatales		
Universidad de Costa Rica	Enseñanza de la Matemática	Profesorado, Bachillerato, Licenciatura
Universidad Nacional	Enseñanza de la Matemática (1)	Profesorado, Bachillerato, Licenciatura
Universidad Estatal a Distancia	Enseñanza de la Matemática	Profesorado, Bachillerato, Licenciatura (2)
Instituto Tecnológico de Costa Rica	Enseñanza de la Matemática asistida por computadora	Bachillerato, Licenciatura
Privadas		
Universidad Adventista	Enseñanza de la Matemática	Bachillerato, Licenciatura
Universidad Latina	Educación Media énfasis en Matemáticas	Bachillerato, Licenciatura
Universidad de San José	Educación concentración Enseñanza de la Matemática III Ciclo y Diversificada (3)	Bachillerato
Universidad Católica Anselmo Llorente y Lafuente	Enseñanza de la Matemática (4)	Bachillerato
Universidad Metropolitana Castro Carazo	Educación concentración Enseñanza Matemática III Ciclo y Diversificada (5)	Bachillerato
Universidad Americana	Enseñanza de la Matemática	Bachillerato, Licenciatura

Universidad Internacional San Isidro Labrador	Enseñanza de la Matemática	Bachillerato, Licenciatura
Universidad Central (6)	Enseñanza de la Matemática	Bachillerato

(1) En el año 2009 en la Sede Chorotega de la UNA, aparecen dos graduados en Enseñanza de la Matemática Asistida por computadora. (2) La licenciatura en la UNED es de creación reciente por lo que no aparecen graduados con ese título durante el período en estudio. (3) Hasta el 2006 se llamó Enseñanza de la Matemática, a partir de 2007 el nombre que se da en la tabla. (4) En el año 2007 en la Católica Anselmo Llorente, aparecen nueve graduados en Enseñanza de la Matemática Asistida por computadora. (5) Hasta el 2008 se llamó Enseñanza de la Matemática, a partir de ese año el nombre que se da en la tabla. Según la información recibida aparecen graduados de Licenciatura en 2008, pero este grado ya no se ofrece. (6) La Universidad Central aparece con un graduado de bachiller en 2008, a partir de ahí no aparecen graduados, posiblemente la carrera fue cerrada.

Fuente: Datos proporcionados por el *Estado de la Nación*, 2014.

En el cuadro 1 se puede observar que solamente tres universidades, todas ellas públicas, otorgan el diploma de profesorado. Este corresponde en realidad a una salida lateral del bachillerato. Por tal motivo en los análisis comparativos no se considerará los números que corresponden a títulos de profesorado, salvo si se hacen entre las universidades que lo otorgan.

Por otra parte, no todas las universidades otorgan la licenciatura y de las que lo hacen, algunas la dan muy recientemente, por esto, para el análisis se separa el bachillerato y la licenciatura. Entonces, se harán análisis diferenciados por tipo de título.

Además, aunque los nombres de las carreras pueden implicar de alguna manera un énfasis distintivo de la misma, esto no será tomado en cuenta en lo que sigue. Se denominarán en este estudio de manera genérica Enseñanza de la Matemática y se entiende que los graduados reciben formación para laborar como profesores de matemáticas en la enseñanza media.

2.2. Graduación de bachilleres

Durante el período 2008 – 2012, fueron otorgados 1028 diplomas de bachiller en Enseñanza de la Matemática; las universidades pública graduaron en conjunto 490 (47,66 %) bachilleres, mientras que las privadas graduaron 538 (52,33 %). En el cuadro 2, se presenta el número, absoluto y relativo, de diplomas de bachiller otorgados durante ese período según universidad.

Cuadro 2
Número de bachilleres, absoluto y relativo, según universidad en el período 2008 – 2012

Universidad	Bachilleres	
	Absoluto	Relativo
Universidad de Costa Rica (1)	165	16,1
Universidad Nacional	109	10,5
Universidad Estatal a Distancia	122	11,9
Instituto Tecnológico	94	9,1
Universidad Adventista	12	1,2
Universidad Latina	42	4,1

Universidad de San José	191	18,6
Universidad Anselmo Llorente y Lafuente	49	4,8
Universidad Metropolitana Castro Carazo	54	5,3
Universidad Americana	181	17,6
Universidad Internacional San Isidro Labrador	8	0,8
Universidad Central	1	0,1
Total	1028	100,0

(1) En el número de graduados, en este cuadro, de la UCR se considera el total de las diversas sedes de la universidad que dan la carrera.

Fuente: Datos proporcionados por el *Estado de la Nación*, 2014.

Para completar la información brindada en el cuadro anterior, se agrega la distribución de graduados por sede de la UCR.

Cuadro 3
Bachilleres graduados por sedes de la UCR, período 2008 - 2012.

Sede	Bachilleres 2008 - 2012
Rodrigo Facio	75
Occidente	76
Atlántico	13
Guápiles	1
Total	165

Universidades privadas

Es notorio que durante el período, entre solo dos de las universidades privadas (Universidad de San José y Universidad Americana), expidieron 372, es decir, el 36 % del total de los diplomas de bachiller. El número de títulos de bachiller que estas dos universidades otorgaron equivale al 76 % del número otorgado por las cuatro universidades públicas en su conjunto.

Por otra parte, se observa que tres de las universidades privadas tuvieron una baja graduación en el período. La Universidad Adventista tiene un bajo número de graduados en este período, de hecho, durante los años 2010 y 2011 no tuvo graduados y en el 2012 tuvo solamente dos. La Universidad Latina tiene también una baja graduación de bachilleres hacia el final del período: 6 en el 2010, uno en el 2011 y 3 en el 2012. La Universidad Internacional San Isidro Labrador solo graduó 8 bachilleres en todo el período, todos ellos en 2011.

Dos universidades privadas han tenido una graduación de bachilleres estable en el período aunque no muy alta. La Anselmo Llorente graduó entre 7 y 14 por año, mientras que la Castro Carazo graduó entre 6 y 19 por año.

La UAM y la USJ han tenido graduaciones mayores de bachilleres. La primera entre 30 y 41 por año y la segunda entre 21 y 53 por año.

En el cuadro 4 se presenta la información sobre número de bachilleres (absoluto y relativo) de las universidades privadas, por año.

Cuadro 4
Graduados de bachiller por año según universidad privada, números absolutos y relativos, 2008 – 2012.

Universidad	Año										Total	
	2008		2009		2010		2011		2012			
	abs	rel	abs	rel	abs	rel	abs	rel	abs	rel	abs	rel
Adventista	6	4,5	4	3,3	0	0,0	0	0,0	2	2,4	12	2,2
Latina	19	14,3	13	10,7	6	7,0	1	0,9	3	3,6	42	8
San José	47	35,3	53	43,8	21	24,4	40	34,8	30	36,1	191	35,5
Católica Anselmo Llorente	14	10,5	12	9,9	7	8,1	8	7,0	8	9,6	49	9,1
Metropolitana Castro Carazo	8	6,0	6	5,0	11	12,8	19	16,5	10	12,0	54	10
Americana	38	28,6	33	27,3	41	47,7	39	33,9	30	36,1	181	33,6
Internacional San Isidro Labrador	0	0,0	0	0,0	0	0,0	8	7,0	0	0,0	8	1,5
Universidad Central	1	0,8	0	0,0	0	0,0	0	0,0	0	0,0	1	0,1
Total	133	100	121	100	86	100	115	100	83	100	538	100

Fuente: Datos proporcionados por el *Estado de la Nación*, 2014.

Universidades públicas

En cuanto a las universidades públicas, en el cuadro 2 se observa que la que más bachilleres graduó fue la UCR con 165, que representa el 16,1% del total graduado por todas las universidades. Quien menos graduó (de las públicas) fue el ITCR, con 94 (9,1% del total).

En el cuadro 5 se proporciona la información sobre el número de graduados por año según universidad pública durante el período.

Cuadro 5
Graduados de bachiller por año según universidad pública, números absolutos y relativos, 2008 – 2012.

Universidad	Año										Total	
	2008		2009		2010		2011		2012			
	abs	rel	abs	rel	abs	rel	abs	rel	abs	rel	abs	rel
UCR	24	25,0	34	33,3	37	32,5	41	39,0	29	39,7	165	33,7
UNA	27	28,0	28	27,5	24	21,0	18	17,2	12	16,4	109	22,2
ITCR	20	21,0	18	17,6	32	28,1	16	15,2	8	11,0	94	19,2
UNED	25	26,0	22	21,6	21	18,4	30	28,6	24	32,9	122	24,9
Total	96	100	102	100	114	100	105	100	73	100	490	100

Fuente: Datos proporcionados por el *Estado de la Nación*, 2014.

En el cuadro 5 se ve que la Universidad de Costa Rica fue la que más graduó bachilleres durante el período, el 33,7% de los graduados de las universidades públicas. Quien menos graduó fue el Instituto Tecnológico con el 19,2%.

Es notable la baja en el número de graduados de bachiller experimentada por las universidades públicas en el 2012. Otro dato notable es la escasa cantidad de bachilleres de la UNA en los años 2011 y 2012, de hecho son los números más bajos de esta universidad desde el año 2002. La UNA en los años anteriores tenía los mayores niveles de graduación dentro de las universidades estatales.

Comparación públicas–privadas

En el gráfico 1 se presenta una comparación del número de graduados de bachiller por año, según tipo de universidad (pública o privada) durante el período en estudio.

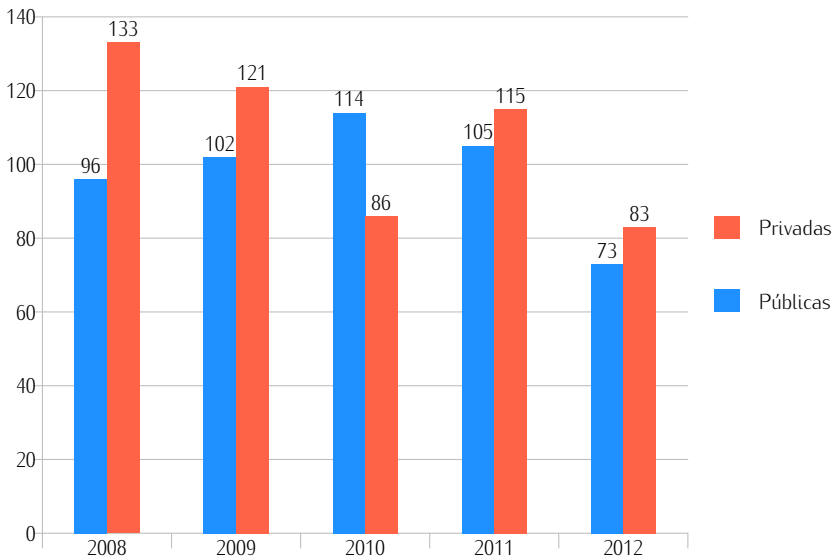


Gráfico 1: Comparación de número de graduados según tipo de universidad pública o privada por año, período 2008 - 2012

Se observa que en cuatro de los cinco años del período, las universidades privadas graduaron más bachilleres que las universidades públicas. La diferencia mayor se dio en el año 2008 en el cual las privadas graduaron 37 bachilleres más que las públicas. En 2012 ambos tipos de universidades bajaron el número de graduados de bachiller de manera notable. En cada uno de los años 2011 y 2012 las universidades privadas graduaron 10 bachilleres más que las públicas. A partir de estos datos, no se nota una tendencia claramente establecida más allá del hecho que las privadas gradúan más que las públicas, aunque incluso esto no se cumplió en 2010 y en los últimos años la diferencia no fue muy grande.

2.3. Graduación de licenciados

Durante el período 2008 – 2012, tres universidades públicas y cinco privadas otorgaron un total de 613 diplomas de licenciatura en Enseñanza de la Matemática. En el gráfico 2 se observa el total del período según la universidad.

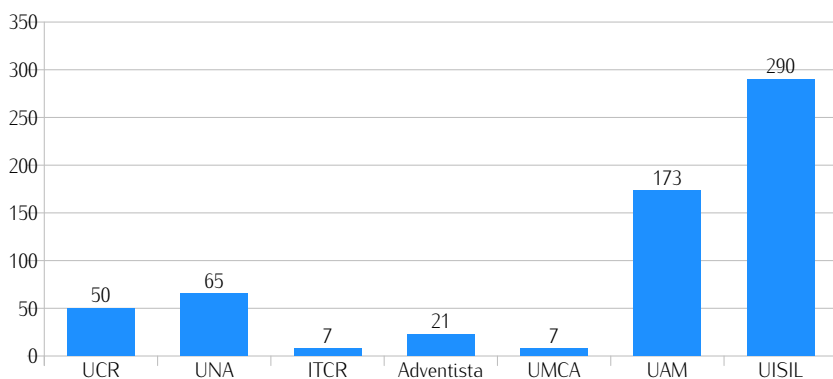


Gráfico 2: Graduación de licenciados según universidad durante el período 2008 - 2012.

El dato de la UCR en el gráfico anterior corresponde al total de los graduados en las diversas sedes: 33 de la Rodrigo Facio, 15 de la sede de Occidente y 2 de la del Atlántico. El dato de la UNA incluye 62 de la sede Central, 1 de la Brunca y 2 de la sede Chorotega.

En el cuadro 6 se proporciona esta información en términos relativos.

Cuadro 6

Licenciados graduados por universidad, números absolutos y relativos, período 2008 - 2012

Universidad	Bachilleres	
	Absoluto	Relativo
Universidad de Costa Rica	50	8,2
Universidad Nacional	65	10,6
Instituto Tecnológico	7	1,1
Universidad Adventista	21	3,5
Universidad Metropolitana Castro Carazo	7	1,1
Universidad Americana	173	28,2
Universidad Internacional San Isidro Labrador	290	47,3
Total	613	100,0

Fuente: Datos proporcionados por el *Estado de la Nación*, 2014.

Es extraordinaria la diferencia entre la UISIL y las demás universidades, graduó casi la mitad (47,3%) de los licenciados durante el periodo. El ITCR y la UMCC tuvieron graduaciones muy bajas, solo 7 cada una lo que representa solo el 1,1% en cada caso.

El siguiente gráfico permite visualizar mejor la relación entre el volumen de graduados de la UISIL y el de las demás universidades.

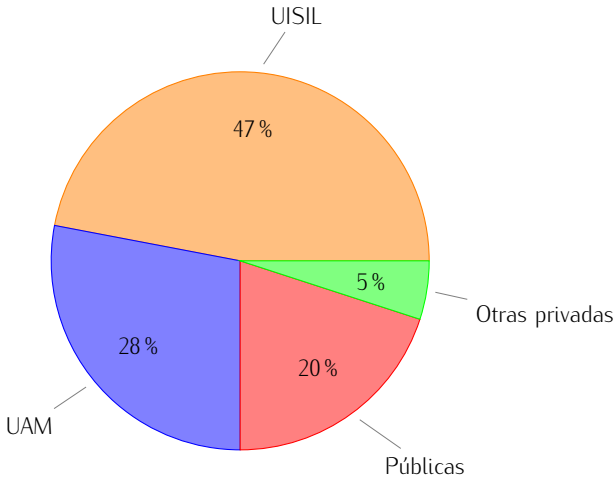


Gráfico 3: Comparación de graduados de licenciado UISIL, UAM, universidades públicas, otras privadas, en porcentajes, 2008 - 2012.

Universidades privadas

En el cuadro siguiente se proporciona el número de graduados de licenciatura según universidad privada por año, valores absolutos y relativos, en el período 2008 – 2014.

Cuadro 7
Graduados de licenciados por año según universidad privada, números absolutos y relativos, 2008 - 2012.

Universidad	Año										Total	
	2008		2009		2010		2011		2012			
	abs	rel	abs	rel	abs	rel	abs	rel	abs	rel	abs	rel
Adventista	4	9	4	5,5	5	6,5	5	3,6	3	1,9	21	4,3
Metropolitana Castro Carazo	7	16	0	0	0	0	0	0	0	0	7	1,4
Americana	17	38,6	26	35,5	41	53,2	46	33,1	43	27,1	173	35,2
Internacional San Isidro Labrador	16	36,4	43	59	31	40,3	88	63,3	112	71	290	59,1
Total	44	100	73	100	77	100	139	100	158	100	491	100

Fuente: Datos proporcionados por el *Estado de la Nación*, 2014.

Del cuadro 7 se pueden observar varios hechos relacionados con la graduación de licenciados en las universidades privadas durante el período 2008 – 2012. Por ejemplo:

- La UMCC tuvo su última graduación de licenciados en el año 2008.
- El número de licenciados graduados por la Universidad Adventista ha sido bajo en todos estos años. En 2008 representó el 9% de las universidades privadas pero ha ido disminuyendo notablemente su aporte relativo, constituyéndose en solamente el 4,3% durante el período.
- Lo anterior implica que la graduación de licenciados por parte de la universidades privadas ha estado a cargo prácticamente de solamente dos de ellas: la UAM y la UISIL.
- La UAM ha mantenido un número de graduados de licenciados muy estable, particularmente en los últimos tres años con graduaciones de 41, 46 y 43 respectivamente en los años 2010, 2011 y 2012.

La UISIL representa un caso muy notable. Precisamente, esta universidad comenzó a tener graduados en enseñanza de la Matemática en el año 2008, en tal año graduó 16 licenciados y ningún bachiller. De hecho, durante el período en estudio la UISIL solamente ha tenido 8 graduados de bachillerato, estos en el año 2011, pero ha graduado licenciados desde el inicio en números bastante elevados. El gráfico que se da a continuación ilustra la tendencia de graduados de licenciados de dicha universidad.

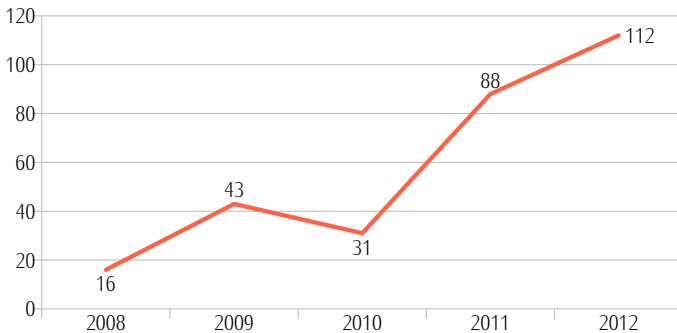


Gráfico 4: Graduados de licenciados de la UISIL según año, 2008 - 2012.

Universidades públicas

En el cuadro siguiente se proporciona el número de graduados de licenciatura según universidad pública por año, valores absolutos y relativos, en el período 2008 – 2014.

Cuadro 8
Graduados de licenciado por año según universidad pública, números absolutos y relativos, 2008 – 2012.

Universidad	Año										Total	
	2008		2009		2010		2011		2012			
	abs	rel	abs	rel	abs	rel	abs	rel	abs	rel	abs	rel
UCR	0	0	9	53	13	34,2	19	47,5	9	56,3	50	41
UNA	11	100	8	47	21	55,3	18	45	7	43,7	65	53,3
ICR	0	0	0	0	4	10,5	3	7,5	0	0	7	5,7
Total	11	100	17	100	38	100	40	100	16	100	122	100

Fuente: Datos proporcionados por el *Estado de la Nación*, 2014.

A partir del cuadro 8 se puede ver algunas situaciones relacionadas con la graduación de licenciados en estos años:

- El ITCR ha aportado muy pocos licenciados, la creación de la licenciatura en dicha institución es muy reciente.
- La mayor cantidad de licenciados durante el período, en cuanto a universidades públicas, son de la UNA. Sin embargo, es notorio que, lo mismo que en el bachillerato, el número de graduados de esta universidad ha ido descendiendo en los últimos tres años.
- En general, el número anual de graduados de licenciado de las universidades públicas puede considerarse bajo. Hubo una buena graduación en los años 2010 y 2011 con 38 y 40 respectivamente, pero en los otros no llegó a 20.
- Es preocupante la baja promoción de las estatales en el 2012, su número fue menor que en el 2009.

En la gráfica siguiente se puede visualizar mejor la relación de graduados de licenciado, por año, de estas universidades.

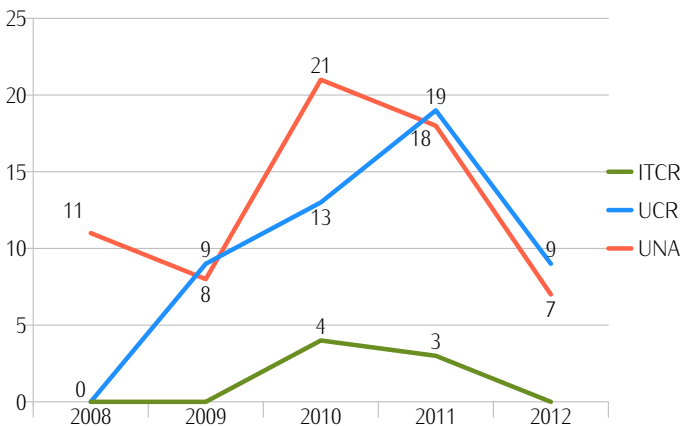


Gráfico 5: Graduación de licenciados por año según universidad pública, 2008 – 2012.

Comparación públicas–privadas

El siguiente gráfico permite visualizar la tendencia en la graduación de licenciados por año de las universidades públicas y privadas.

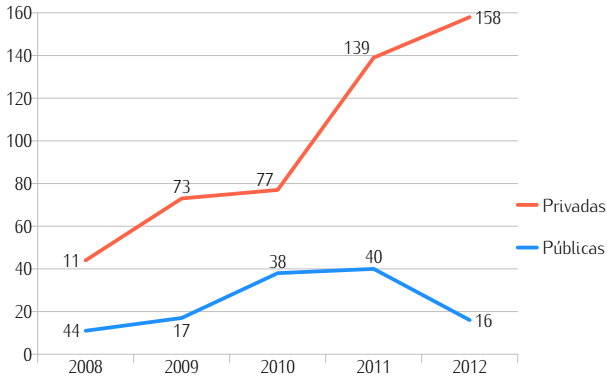


Gráfico 6: Comparación por años de graduados de licenciados, universidades públicas y privadas, 2008-2012.

Es evidente la diferencia en el número de graduados por año entre ambos tipos de universidad. El máximo número de graduados en un año de las universidades públicas fue 40 (en el 2011), mientras que el mínimo en las privadas fue 44 (en el 2008). Mientras que las universidades privadas muestran una tendencia creciente en el número de graduados de licenciado durante el período, las universidades públicas no han logrado una cantidad al menos estable y suficiente de graduados.

En el siguiente gráfico se muestra la tendencia de la diferencia anual de graduados de licenciados; número de licenciados de universidades privadas menos número de licenciados de universidades públicas.

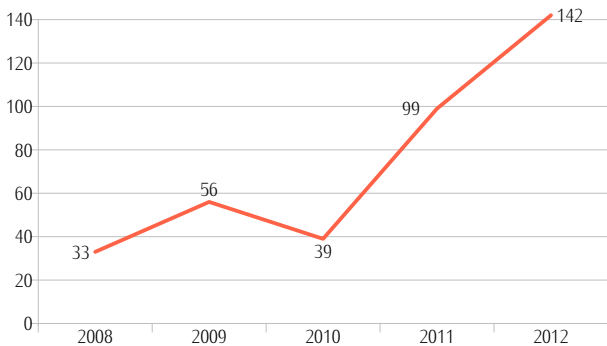


Gráfico 7: Diferencia por año, número de licenciados de las universidades privadas menos número de licenciados de las universidades públicas, 2008-2012.

Es notoria la tendencia creciente en los últimos tres años.

2.4. Algunas conclusiones

Del análisis de los datos de graduados en las diferentes carreras de Enseñanza de la Matemática en las universidades públicas y privadas, se pueden obtener algunas conclusiones importantes.

Durante el período en estudio, las universidades privadas han tenido un papel preponderante en cuanto al número de diplomas otorgados. De hecho, han graduado más bachilleres y más licenciados que las universidades públicas.

Lo anterior es particularmente notorio en cuanto a las licenciaturas. De los 613 licenciados graduados en ese período, 491 (el 80%) corresponden a universidades privadas. Además, la tendencia es hacia una diferencia cada vez mayor a favor de las privadas.

En cuanto al bachillerato, los números entre universidades públicas y privadas son más parecidos. De un total de 1028 graduados, el 48% corresponde a las universidades públicas y el 52% corresponde a las universidades privadas. Pero en los últimos tres años las universidades públicas graduaron 292 bachilleres, mientras que las privadas graduaron 282. Es decir, en los últimos años la tendencia es hacia la paridad en el número de bachilleres.

Un caso especial es el de la UISIL que graduó solamente 8 bachilleres en uno de los años del período y ninguno en los otros años, mientras que durante el período graduó un total de 290 licenciados.

En resumen, el número de graduados en Enseñanza de la Matemática por parte de las universidades privadas es muy elevado, incluso más que el de las universidades públicas. Esto significa que el impacto que ellas producen en la Enseñanza de la Matemática en la educación media es muy grande, de ahí la importancia de que las autoridades de esas instituciones tomen conciencia de la necesidad de colaborar activamente, a través de un cambio curricular pertinente y de acciones no curriculares apropiadas, en la implementación de los nuevos programas nacionales de matemáticas.

3. La formación inicial de profesores de matemáticas: demandas desde los programas oficiales

3.1. Los programas oficiales de matemáticas en la educación preuniversitaria

Sobre los programas anteriores

Los nuevos programas de matemáticas respondieron a la necesidad de resolver varias de las debilidades de los programas anteriores y dotar al país de un instrumento curricular de calidad internacional y de pertinencia nacional. MEP (2012, pp. 484-485) sintetiza los principales problemas que tenían los programas anteriores:

1. *Incongruencia entre lineamientos y malla curricular:*

(...) Se puede decir que mientras en la fundamentación se declara una perspectiva constructivista, en la malla curricular predomina un enfoque conductista. Es una auténtica contradicción.

2. *Un modelo desfasado:*

(...) el modelo utilizado no dista mucho de la clasificación convencional que se empleaba en programas anteriores, (...)

3. *Inconsistencia entre metodología y estructura de planes de estudio*

Tanto la estructura horizontal como la vertical muestran una lógica de linealidad que no pareciera ser consistente con las orientaciones metodológicas que se plantean en los planes de estudio.

4. *Ausencia de conexiones entre las áreas del currículo:*

No se visualizan las interrelaciones entre los diversos temas matemáticos, ni entre éstos y los de otras disciplinas.

5. *Disonancia con la realidad.*

6. *No hay resolución de problemas como estrategia metodológica:*

(...) la resolución de problemas en los programas de estudio para el Tercer Ciclo y la Educación Diversificada no es considerada como una estrategia metodológica para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, sino más bien como un tópico más que hay que "aprender"; éste, además, sin brindar las bases suficientes para interiorizar estrategias y heurísticas para su resolución. Por lo tanto, el estudiante actual se encuentra acostumbrado a "resolver problemas" de manera automática y mecánica sin profundizar en el análisis e interpretación del problema. Además, precisamente la estructura no favorece la resolución de problemas (...)

7. *Planes de estudio sobrecargados.*

8. *No hay indicaciones suficientes y adecuadas sobre el uso de tecnologías.*

También añade:

Las debilidades de los programas elaborados en el periodo 1995-2005 son muchas más. Se pueden citar:

- ausencia de conexión entre los fundamentos de primaria (basados en esencia en un solo libro del año 1982 de Constance Kamii quien enfatiza un constructivismo radical piagetiano) y los de secundaria,
- ausencia de una visión estratégica que permita visualizar de manera integrada los contenidos de toda la educación primaria y secundaria y favorecer las conexiones,
- insuficientes indicaciones metodológicas y las que hay no están ajustadas a los contenidos por nivel y área (son meras generalidades, en su mayoría),
- débil presencia de la tecnología que no orienta sobre usos adecuados de ésta,
- problemas serios en contenidos de las áreas matemáticas: desarticulación de temas de álgebra y funciones, inapropiada y débil participación de la Estadística y Probabilidad, ausencia de Geometría de coordenadas, etc. (MEP, 2012, p. 485).

El enfoque principal de los nuevos programas

El enfoque principal del nuevo currículo es la *Resolución de problemas con especial énfasis en los contextos reales* (MEP, 2012, pp. 13, 28-29). Se trata de una estrategia metodológica para la gestión de aula: usar problemas apropiados para desencadenar aprendizaje de conocimientos y desarrollo de habilidades específicas relacionadas con éstos. Se establece una estrategia metodológica que rompe con el modelo tradicional de enseñar matemáticas, el cual proponía iniciar una clase con un poco de teoría matemática (definiciones, resultados) para ofrecer ejemplos, luego una práctica rutinaria de igual demanda cognitiva que los ejemplos, y eventualmente incluir un ejercicio contextualizado o un problema (una tarea desafiante, interesante). La nueva estrategia propone empezar por un problema, seguir con un momento de trabajo estudiantil independiente (que favorezca su involucramiento activo), luego otro de comunicación y contrastación de las estrategias usadas por los estudiantes, y finalmente un cierre que establezca los conceptos y resultados matemáticos deseados. Aquí se invierte el desarrollo de la lección. Un problema interesante y desafiante de partida favorece el interés estudiantil. Y aun más si se acude al entorno.

El enfoque principal es la fusión de dos de sus ejes disciplinares: *Resolución de problemas*, y *Contextualización activa*. Los otros ejes son: *Potenciar actitudes y creencias positivas*, *Uso inteligente y visionario de tecnologías* y *Uso de historia de las Matemáticas*. Los ejes dan orientaciones macro para la implementación curricular. Este enfoque recoge hallazgos importantes de la Educación Matemática internacional (MEP, 2012, pp. 480-502; Ruiz, 2013, pp. 45-66).

La resolución de problemas así entendida no debe confundirse con el plantear y resolver problemas, para potenciar diversas destrezas y estrategias mentales. En el nuevo currículo ese propósito se plantea más bien como un "proceso matemático", es decir: una actividad transversal que ayuda a generar capacidades en esa dirección. El currículo propone cinco procesos matemáticos centrales: *Razonar y argumentar*, *Plantear y resolver problemas*, *Comunicar*, *Conectar y Representar* (MEP, 2012, pp. 24-26).

Esta resolución de problemas tampoco es similar al tipo de actividad que se realiza en las olimpiadas matemáticas.

De igual manera, se propone el uso de contextos para generar el interés estudiantil, por lo que esto no debe hacerse de una manera artificial simplemente "camuflando" las matemáticas, los contextos deben ser reales o que puedan ser percibidos como tal. Además el currículo busca ir creando en los estudiantes capacidades para usar las matemáticas en la vida (en diferentes escenarios), y por eso se insiste en trabajar con modelos matemáticos, que van de los más sencillos a otros más complejos a lo largo de la preparación escolar. Hay conocimientos y competencias especiales asociados a la modelización.

A la gestión de aula mediante resolución de problemas y la introducción de procesos matemáticos se une también el trabajo con problemas en tres niveles de complejidad: reproducción, conexión y reflexión (MEP, 2012, pp. 32-33). El énfasis de estos programas se da en la mediación pedagógica y la acción de aula.

El propósito último de este enfoque y de las estrategias asociadas al mismo es generar capacidades cognitivas matemáticas superiores, que permitan al ciudadano la posibilidad de una intervención apropiada en la vida social e individual, dentro del escenario de una sociedad del conocimiento en la que estamos inmersos. Los dramáticos resultados de pruebas comparativas internacionales como PISA 2009+ y 2012 (OECD, 2010b, 2014) son un reflejo de que el sistema educativo del país no ha provocado apropiadamente estas capacidades cognitivas. Los nuevos programas apuntan de una manera directa y explícita a mejorar las competencias y capacidades matemáticas de la población.

Algunas características de los nuevos programas de matemáticas se sintetizan en el Recuadro 1.

Recuadro 1

Propósitos y características del nuevo currículo de matemáticas

- Dotado de una perspectiva histórica estratégica que prepare para el futuro a la juventud, programas con estándares internacionales pero afincados en la realidad educativa nacional y con una fuerte vocación de apoyo a las y los docentes.
- Con planes de estudio específicos consistentes con la fundamentación teórica del mismo.
- Con una perspectiva práctica de la competencia matemática que oriente el currículo y la formulación de los planes de estudio, para generar el progreso de las capacidades de la ciudadanía en la comprensión y uso inteligente de las Matemáticas en diversos contextos.
- Asume la resolución de problemas con especial énfasis en contextos reales como el enfoque principal del currículo, para nutrir una estrategia pedagógica donde se desarrollen procesos matemáticos y se avance la competencia matemática.
- Propone una contextualización activa que implique la identificación, uso y construcción de modelos cercanos al entorno estudiantil.
- Que promueve una acción estudiantil activa y participativa comprometida seriamente y con entusiasmo en la construcción de sus aprendizajes.
- Propone una acción docente también activa y protagonista clave para la construcción de aprendizajes y para la asociación de la labor de aula con la cultura y el conocimiento matemático.
- Promueve una organización de la acción de aula que coloque problemas y desafíos que motiven el interés estudiantil, y que fomente la construcción autónoma, contrastación y comunicación de estrategias y soluciones.

Continúa recuadro 1

- Favorece el progreso de capacidades cognitivas de mayor nivel, con acciones en los contenidos, la metodología y la gestión, con la introducción de procesos matemáticos transversales, y con un trabajo pedagógico equilibrado de problemas de complejidad creciente.
- Propone una contextualización activa que implique la identificación, uso y construcción de modelos cercanos al entorno estudiantil.
- Introduce un uso de las tecnologías digitales relevante, pertinente y ajustado a la dinámica histórica nacional, que permita responder a un escenario y a generaciones de jóvenes que así lo demandan, y ofrecer orientaciones precisas para su uso en la acción de aula.
- Plantea el uso de historia de las matemáticas como un poderoso recurso para mostrar un rostro humano de las matemáticas y como una fuente valiosa de problemas en contextos reales.
- Incluye el cultivo de actitudes y creencias positivas sobre las matemáticas de manera explícita y operativa en los planes de estudio, para darle un lugar a los aspectos actitudinales y socioafectivos en la construcción de aprendizajes.
- Organiza los programas con una integración vertical del primero al último año escolar que favorezca las conexiones entre ciclos y brinde una visión estratégica de la enseñanza aprendizaje.
- Adopta una estructura novedosa y útil de la malla curricular, con múltiples indicaciones y ejemplos de método, gestión y evaluación, que acompañen de manera específica y pertinente los conocimientos y expectativas de aprendizaje en cada ciclo educativo y en cada área matemática.

En cuanto a las áreas matemáticas, el nuevo currículo propone:

- La introducción de la geometría con visualización espacial, movimiento de objetos, coordenadas y relación con el álgebra, con una perspectiva de estímulo al razonamiento y la argumentación y a la comprensión y manipulación dinámica de los objetos geométricos.
- Un lugar relevante al desarrollo del sentido numérico, a los cálculos y aproximaciones, y a la utilización de múltiples representaciones en la resolución de problemas.
- El fortalecimiento de la Estadística y Probabilidad en todos los años lectivos, áreas orientadas a la organización de la información en entornos diversos y una preparación para tomar decisiones en situaciones de incertidumbre.
- La introducción temprana y gradual de relaciones y álgebra, la edificación de un fundamento pedagógico para el aprendizaje de las funciones, una visión integradora de lo funcional y simbólico, y el cultivo de un sentido en el aula que favorezca la modelización de situaciones en diversos contextos.
- Darle a las medidas un sentido renovador de conexión entre áreas matemáticas, con otras asignaturas y el desarrollo de un papel de contextualización a las Matemáticas escolares.

3.2. Implicaciones de los nuevos programas en la gestión de aula

Estas características curriculares implican cambios en las diversas etapas de la acción educativa: el planeamiento, el desarrollo de la lección y la evaluación. No todo problema sirve para propósitos pedagógicos: además de suscitar el interés estudiantil los problemas deben estar asociados directamente a los conocimientos y habilidades específicas del año escolar en el que se trabaja.

La preparación de las lecciones se vuelve aquí no un asunto administrativo de llenar formularios oficiales sino un trabajo profesional crucial. De la misma manera, el docente debe preparar la acción de aula para los tres momentos posteriores a la presentación del problema; debe anticipar las posibles acciones y situaciones que se presenten en un ambiente educativo más rico que le brinda al estudiante más posibilidades de intervenir. Y la evaluación debería ajustarse a las nuevas condiciones.

Uno de los aspectos importantes que entra aquí es la necesidad de realizar este proceso de planeamiento, acción de aula y evaluación integrando las habilidades específicas que propone el programa. En los currículos anteriores, a pesar de las declaraciones constructivistas, se tenía una aproximación conductista hacia la malla curricular, la acción de aula y la evaluación: cada objetivo programado debía realizarse con estrategias metodológicas y evaluarse *compartimentalmente*. En el enfoque de la resolución de problemas se propone mediante un problema trabajar varias habilidades específicas. Esta es una aproximación consubstancial al enfoque pero además necesaria para poder desarrollar los conocimientos y habilidades planteadas durante el periodo lectivo. Si se trabaja *conductistamente* este nuevo currículo, se distorsiona el trabajo con su enfoque metodológico y a la vez resultaría imposible completar los contenidos propuestos. En los años siguientes será importante insistir en este asunto, pues se han generado dudas y quejas de docentes de que no les alcanza el tiempo para desarrollar los programas, lo que sucede porque han estado acostumbrados a los programas anteriores.

La preparación de la acción de aula adquiere un lugar más relevante con este currículo que en los anteriores, especialmente en los primeros años de su implementación, y plantea para el docente:

- Una acción distinta de parte del docente, que implica inevitablemente mayor preparación en los diversos aspectos pedagógicos y cognoscitivos presentes en la lección.
- Dominar todo el currículo y no solo la malla curricular (lo que anteriormente era usual): debe estudiar la fundamentación de éstos, pues allí se establecen las pautas generales para poder tratar los contenidos de la malla curricular de manera apropiada.
- En las áreas matemáticas requiere prepararse en aquellos temas que son novedosos (que son pocos), y sobre todo en el enfoque para cada uno, lo que el currículo consigna con precisión.

Estas son condiciones novedosas para el profesorado e implican a los programas de preparación docente inicial y en servicio. Es por eso también que se requiere de asesorías, capacitaciones, materiales y también de un compromiso profesional.

El nuevo currículo subraya la preparación, la gestión y la evaluación de la acción de aula con base en metodologías y algunos contenidos novedosos y por eso mismo supone demandas para los programas de formación inicial: potenciar la adquisición de los conocimientos y la promoción de las competencias docentes en función de la acción de aula. Un componente esencial de esa formación para favorecer esto es el conocimiento pedagógico de las matemáticas, y a la vez una fuerte orientación de los programas de formación inicial hacia el aula.

3.3. El papel del conocimiento pedagógico de las matemáticas

Los conocimientos básicos de la formación inicial de los profesores de matemáticas se pueden organizar como conocimiento general, conocimiento matemático y metamatemático, conocimiento educativo general, y conocimiento pedagógico de las matemáticas y metamatemáticas (Ruiz, 2010, pp. 114-115).

Programa Estado de la Nación (2008) consignaba el conocimiento pedagógico de las matemáticas:

(...) se basa en una integración interactiva entre las Matemáticas y la Pedagogía, que debe responder al nivel educativo y a los contenidos matemáticos que se deben enseñar. Es posible desagregar esta en algunas subcategorías, a saber: teorías del aprendizaje matemático, cognición y Matemáticas, creencias y concepciones sobre las Matemáticas, currículo matemático, didácticas específicas y gestión de las Matemáticas, evaluación matemática e investigación en educación matemática. (p. 169).

En Costa Rica los diversos programas existentes han privilegiado los tres primeros componentes señalados arriba y ofrecido muy poco lugar al conocimiento pedagógico de las matemáticas y metamatemáticas. Y esto ha constituido una gran debilidad, pues el conocimiento pedagógico de las matemáticas es esencial para la acción de aula. Este es un tema que está en la comunidad educativa por lo menos desde Shulman (1986, 1987). Grossman, Wilson & Shulman (1989) dieron continuidad a la problemática. Y sin duda fueron muy importantes los trabajos de Ball de los que se pueden citar Hill, H., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005) y Ball, D., Thames, M. & Phelps, G. (2008, Nov.-Dec.). El mismo Shulman ha dado seguimiento a esa problemática hace no mucho (Shulman, 2004). Y hay muchos una estudios más recientes, incluso comparativos internacionales (Segall, 2004); An, Kulm & Wu, 2004; Krauss, Brunner, Kunter, Baumert, Blum, Neubrand & Jordan, 2008; Superfine & Li, 2014).

Precisamente la investigación en Educación Matemática, que internacionalmente se asume desde hace décadas como una disciplina científica independiente de las matemáticas y de la educación general, ha aportado muchos resultados que nutren la mediación pedagógica matemática.

Programa Estado de la Nación (2008) ya sugería a las universidades formadoras repensar sus programas incluyendo:

- Proporcionar conocimientos matemáticos apropiados, pero interrelacionados estrechamente con las "Matemáticas por enseñar", dentro de una visión de éstas que,

además de los aspectos formales y demostrativos, enfatice sus aplicaciones, utilidad y contextualización (empírica, histórica y sociocultural).

- Introducir como componentes cruciales del currículo los conocimientos pedagógicos de las Matemáticas, dentro de un equilibrio de todos los componentes cognoscitivos de este; en particular, introducir los siguientes temas: teorías del aprendizaje matemático, cognición y Matemáticas, creencias en Matemáticas, currículo matemático, didácticas específicas y gestión e las Matemáticas, evaluación matemática e investigación en Educación Matemática.
- Enfatizar en una enseñanza a través de la resolución de problemas y situaciones de aprendizaje, tanto para la práctica profesional del educador como en la formación que este recibe, una perspectiva que asume un énfasis en la comprensión de los conceptos y no en el aprendizaje memorístico de procedimientos (Programa Estado de la Nación, 2008, p. 185).

Estos planteamientos siguen aun vigentes.

Es este, entonces, un criterio importante para poder valorar la formación inicial en enseñanza de las matemáticas.

3.4. Una orientación hacia el aula

En Costa Rica, sin embargo, no solo sería importante preparar a los futuros docentes con conocimientos pedagógicos generales de las matemáticas, también resultaría esencial que se desarrolle una orientación hacia la acción de aula específica en el país.

Otra de las lecciones que ofrecen muchos sistemas educativos de calidad es la utilización del currículo oficial para orientar la acción de aula: tanto los instrumentos curriculares, los textos, recursos didácticos, como los procesos formativos asumen el currículo oficial y preparan a sus docentes tomándolos en cuenta.

Por supuesto, la formación inicial debe ir más lejos y preparar para los distintos currículos que pueda experimentar en su vida un docente. Deben crearse condiciones formativas para ser críticos o propositivos pero las instituciones formadoras no pueden eximirse de brindarle al docente esos elementos de preparación precisos, pues de lo contrario el egresado de las aulas universitarias podría llegar a la práctica sin una preparación que le permita realizar su trabajo adecuadamente.

Lo anterior plantearía al menos dos acciones:

- Incluir cursos específicos que trabajen sus contenidos orientados hacia la acción de aula; por ejemplo la resolución de problemas, uso de historia, uso de tecnología, psicología y sociología del aprendizaje en la acción de aula de matemáticas.
- Introducir en los cursos el estudio sistemático del currículo oficial y su relación con dimensiones más generales de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

3.5. Uso de historia y uso de tecnología

Los programas oficiales de Costa Rica incluyeron como ejes disciplinares el Uso inteligente y visionario de la Tecnología y el Uso de la Historia de las Matemáticas (MEP, 2012, p. 35 y siguientes). De esta manera es relevante que la formación inicial los incluya.

Sin embargo, el enfoque con que esto se haga es importante: por ejemplo, no se trata de ofrecer historia de las matemáticas en sí misma (aunque esto se debe hacer), sino sobre todo de propiciar una colección de situaciones históricas a partir de las cuales se podrían construir aprendizajes en el aula. Se trata de enfatizar el conocimiento pedagógico de las metamatemáticas (véanse ejemplos de este enfoque en: MEP-PREMCR, 2013a, 2013b, 2013c, 2013d, 2013f, 2013j).

Igual con la tecnología: se trata de aprender y utilizar las tecnologías como un recurso para aprender matemáticas, es decir conocimientos y habilidades asociadas a los mismos:

Identificar el sentido pedagógico, no usar tecnología por la tecnología misma. El uso de tecnología en el aula debe hacerse de manera apropiada. Existen diferencias en los fines y posibilidades de cada tecnología. Es necesario tener muy claro que el uso de tecnologías debe hacerse en función estricta del aporte que ofrezca al logro de fines de aprendizaje consignados, no debe adoptarse su uso por el valor intrínseco de la tecnología, sea cual sea éste (MEP, 2012, p. 61).

Pueden verse numerosos ejemplos de este enfoque en: MEP-PREMCR, 2013h, 2013k, 2013l, 2013d, 2013f, 2013j, 203k, 2013l, 2013m, 2013n, 2013o, 2013p, 2013q, 2013r.

En ambos casos: se propone brindar medios para poder preparar las lecciones en relación directa con conocimientos y habilidades del currículo.

3.6. Las matemáticas que se requieren

En cuanto a los contenidos matemáticos, la preparación necesaria que invoca el nuevo currículo no dista de aquella que se incluye ya en los programas universitarios oficiales, pero los nuevos programas brindan ciertos énfasis; en ese sentido se trataría de incluir en la formación inicial: Geometría de transformaciones en el plano; Geometría analítica, aunque no necesariamente orientada hacia funciones (por ejemplo las ecuaciones de la circunferencia y otras figuras tradicionales en el plano cartesiano); Estadística inferencial: si bien la Estadística descriptiva está incluida en la mayoría de planes de estudio, sería conveniente ampliarse con esta formación, pues permite una perspectiva superior, que incluso conecta con las probabilidades; Modelización matemática: la introducción, construcción y uso de modelos matemáticos, algo asociado a las matemáticas aplicadas. Véase el Recuadro 2 que consigna algunas de las diferencias en cuanto a contenidos entre los programas del 2005 y los del 2012.

Recuadro 2

Comparación de contenidos entre los Programas de matemáticas del 2005 y del 2012 (educación secundaria)

A continuación se proporciona una tabla comparativa entre el programa anterior de Matemáticas (2005) y el nuevo programa (2012). En la primera columna se proporcionan los ciclos, en la segunda columna aparecen las áreas, en la tercera se da el año del programa; en la cuarta: cuando se indica 2005 son conocimientos que estaban en el programa anterior en ese nivel educativo y que no están en el nuevo programa, se indica 2012 cuando el conocimiento está en el nuevo pero no estaba en el anterior en ese año escolar. Los conocimientos comunes a ambos programas, en el ciclo correspondiente, no se consignan en esta tabla. Una versión más completa que incluye también los conocimientos comunes por año lectivo se da en el Anexo.

III ciclo		
Área	Año	Conocimientos ³
Números ⁴	2005	Complejidad de \mathbb{R} . Infinitud, continuidad.
	2012	Operaciones con números naturales. Teoría de números. Representación de cantidades muy grandes y muy pequeñas usando los prefijos del SIM.
Geometría ⁵	2005	Rectas notables de un triángulo. Alturas, medianas, mediatrices, bisectrices. Incentro, circuncentro, baricentro. Fórmula de Herón.
	2012	Elementos de las figuras tridimensionales. Geometría analítica: sistema de coordenadas, puntos, punto medio, puntos interiores y exteriores de una figura cerrada, distancia entre dos puntos. Homotecias. Pirámide: base, caras laterales, altura, apotema, ápice o cúspide, secciones planas. Prisma recto: caras laterales, bases, altura, secciones planas. Área lateral y área total de pirámides y prismas rectos.
Relaciones y Álgebra ⁶	2005	Inecuaciones lineales con una incógnita.
	2012	Ley de formación de una sucesión. Proporcionalidad directa, inversa. Diversas representaciones.
Estadística y Probabilidad	2005	Unidad estadística, variables, población, muestra. Dato cuantitativo, cualitativo. Experimentación e interrogación. Situaciones aleatorias y deterministas. Espacio muestral, puntos muestrales. Eventos simples, compuestos, seguros, probables e imposibles. Probabilidad de un evento (cálculo). Propiedades de las probabilidades. Frecuencia relativa como una aproximación al concepto de probabilidad, en eventos en los cuales el espacio muestral es infinito o indeterminado.
	2012	

³ El esquema de objetivos en el que se basaban los programas 2005 obligaba a que éstos fueran estudiados en clase uno por uno. Por el contrario, la propuesta metodológica de los programas 2012 mediante habilidades, promueven que éstas se desarrollen de manera integrada; es decir, varias habilidades pueden ser introducidas mediante una sola actividad. Esto implica que hay mayores posibilidades con el nuevo programa de optimizar el tiempo efectivo de clase.

⁴ El tema de Teoría de Números que aparece en el programa 2012 es introductorio y aparecía en sexto de primaria en el programa anterior.

Continúa recuadro 2

Ciclo Diversificado

Área	Año	Conocimientos
Geometría	2005	Círculo y circunferencia: circunferencias concéntricas, circunferencias tangentes interiores, circunferencias tangentes exteriores, circunferencias secantes. Relaciones entre radios y tangentes, entre cuerdas. Relaciones métricas entre ángulos del círculo y el arco que respectivamente intersecan. Áreas y perímetros del anillo o corona circular, del sector circular y del segmento circular. Área y volumen del: cubo, cilindro circular recto, prisma recto, pirámide regular, cono circular recto, esfera. Fórmulas para el cálculo del volumen de un cuerpo geométrico o de la unión o complemento de dos o más de ellos
	2012	Circunferencia (representación algebraica): puntos interiores y exteriores, rectas secantes, tangentes y exteriores. Esfera: radio y diámetro. Cilindro circular recto: superficie lateral, bases, altura, radio y diámetro. Secciones planas. Elipses (reconocimiento). Simetría. Traslaciones. Homotecias. Reflexiones. Rotaciones. Elementos de un cono, secciones planas de un cono. Elipses, parábolas, hipérbolas (reconocimiento).
Relaciones y Álgebra	2005	Funciones trigonométricas. Ángulos, arcos, radianes, grados. Ángulos en posición standard, ángulos positivos y negativos. Circunferencia trigonométrica. Seno, Coseno, Tangente, Cotangente Secante, Cosecante. Variación de los signos de las funciones trigonométricas. Gráficas. Identidades trigonométricas. Ecuaciones trigonométricas.
	2012	Modelación mediante el uso de funciones algebraicas, exponenciales, logarítmicas.
Estadística y Probabilidad	2005	
	2012	Cuartiles, máximo y mínimo. Ubicación aproximada de las medidas de posición de acuerdo con el tipo de asimetría de la distribución de los datos. Media aritmética ponderada. Unión, intersección, complemento en un experimento aleatorio. Eventos mutuamente excluyentes. Reglas básicas (axiomas) de las probabilidades. Variabilidad. Recorrido intercuartílico, variancia, desviación estándar. Diagramas de cajas. Estandarización, coeficiente de variación.

⁵ El programa nuevo propone la introducción de la congruencia y semejanza a partir de la homotecia, metodológicamente esto implica una comprensión global de los conceptos involucrados y se requiere de menos tiempo que el utilizado al introducir tales conceptos de la manera tradicional en que aparecían en los programas 2005.

⁶ En cuanto a la operatoria con expresiones algebraicas, el programa 2005 proponía la realización de largas cadenas de operaciones; en contraposición, el programa 2012 propone más la comprensión conceptual y establece que no es necesario trabajar con operaciones muy complejas para lograr este cometido.

Más que contenidos, sin embargo, el nuevo currículo plantea enfoques distintos; por lo tanto la demanda para las universidades sería:

- Incluir especialmente en los cursos de conocimiento pedagógico de las matemáticas:
 - En geometría: espacio a un tratamiento más dinámico y analítico, que permita crear conexiones entre los objetos clásicos de la geometría, transformaciones y recursos tecnológicos (por ejemplo cuando se trabaja la congruencia y semejanza a partir de homotecias).
 - En álgebra: conexiones con las funciones, geometría y la modelización (por ejemplo cuando se trabaja de manera asociada ecuaciones de segundo grado y funciones cuadráticas; cuando los manejos simbólicos aportan resultados geométricos o funcionales).
 - En análisis: la modelización (por ejemplo cuando las diversas funciones y sus componentes sirven para describir realidades del entorno).
 - En estadística: construir o usar los objetos estadísticos como instrumentos de relación con el entorno y manejo de la información.
 - En probabilidades: un sentido aplicado de las probabilidades asociado a la toma de decisiones.

De igual manera:

- No se trata solamente de ofrecer cursos sobre la resolución de problemas sino también de *emular* esta metodología en las aulas universitarias; es esencial generar aprendizaje mediante el ejemplo de las lecciones recibidas.

Otra demanda:

- Asumir la acción de aula como eje transversal en estos cursos de matemáticas; por ejemplo, los cursos deberían cuando sea pertinente contener un puente entre la acción de aula y las matemáticas superiores; además, varios de esos cursos podría incluir secciones propiamente pedagógicas.

Debe advertirse: para definir un plan de formación inicial, basarse en

... los estudios matemáticos avanzados en el nivel universitario para obtener un conocimiento matemático adecuado para el educador de las matemáticas escolares de la educación media **es problemático**. Aparentemente, aún si los educadores ya han aprendido como estudiantes las matemáticas que necesitan enseñar, y luego han estudiado matemáticas aún más avanzadas, ellos necesitarán todavía que re-aprendan las matemáticas que tienen que enseñar (Even, 2004, p. 172, énfasis nuestro).

Y más aun, se debe subrayar, no son más matemáticas lo que necesariamente se requiere:

Un enfoque tradicional para equipar a los profesores de matemáticas de la educación secundaria con conocimiento matemático es de naturaleza cuantitativa: "más es mejor". Este enfoque está basado en la premisa que los educadores han aprendido, y entonces conocen las matemáticas escolares; y que los educadores deben saber más matemática que las matemáticas que deben aprender sus estudiantes, y entonces los estudios matemáticos avanzados son un buen indicador del conocimiento matemático adecuado para el educador. Sin embargo, muchas investigaciones (...) sugieren que los educadores de matemáticas de enseñanza media muy a menudo no poseen una comprensión sólida de las matemáticas que ellos necesitan usar y enseñar en la escuela. (Even, 2004, p. 171).

Sin embargo, se debe tener cuidado, pues no aplica por igual a todas las instituciones formadoras y la debilidad en matemáticas es también fuente de problemas.

3.7. Algunos aportes educativos internacionales

Hay algunos hallazgos que proporciona la comunidad educativa internacional sobre los programas de formación inicial, que pueden tenerse en mente:

- Un elemento fundamental para el perfil del docente es la competencia para realizar la investigación acción, es decir capacidad para analizar lecciones en todas sus dimensiones y estar en condición para reelaborar sus estrategias pedagógicas de manera sustentada. De igual manera, es importante propiciar competencias para el trabajo colaborativo que implica el estudio y la construcción de lecciones dentro de una institución.
- Lo anterior plantea que la formación inicial y el desarrollo profesional estén asociados estrechamente, pues lo que se pretende es establecer un marco para toda la vida profesional del docente. En particular, en Costa Rica, en la universidad formadora es relevante potenciar una actitud del docente para asumir su propio desarrollo profesional y la preparación que demande la evolución de la enseñanza de las matemáticas en un escenario que ha hecho del cambio y la competitividad dos de sus principales características; nuevas generaciones, nuevas tecnologías, y nuevos hallazgos en la educación matemática obligarán a replantear currículos y la enseñanza. El docente no puede esperar pasivo a ser capacitado por el empleador.
- Muchos países han orientado sus programas de formación inicial hacia una mayor preparación realizada en las mismas instituciones escolares; adelantar el contacto con éstas y realizar prácticas de más de un año. Estas prácticas son realizadas en instituciones asociadas estrechamente a las entidades formadoras; en ellas se introducen resultados y hallazgos con el estado del arte de la enseñanza y aprendizaje, trabajo colaborativo con docentes, y se realizan bajo la guía de docentes experimentados (Schleicher, 2012, p. 70).
- También se ha dado en varios países del mundo un aumento en las exigencias de entrada en las carreras de educación, una selección más cuidadosa y grupos de estudiantes más pequeños. El objetivo: aumentar la calidad de los docentes (Schleicher, 2012, p. 70).

Con base en los criterios que se ha introducido en este apartado se realizará a continuación un estudio de los programas de formación inicial de las universidades estatales y de cuatro de las privadas y de las acciones que realizan para la implementación de los nuevos programas de estudio del MEP.

4. Análisis de los programas de formación de docentes en enseñanza de las matemáticas

En esta parte se realiza un análisis de las carreras de Enseñanza de las Matemáticas para la enseñanza media que brindan las universidades públicas y cuatro de las universidades privadas. Este análisis busca determinar en qué medida la formación inicial que ofrecen es consistente con los programas oficiales de matemáticas aprobados en 2012 para la enseñanza primaria y secundaria costarricense, y que permita que los profesores puedan implementarlos adecuadamente en las aulas.

Los elementos estudiados tienen que ver tanto con los nuevos contenidos que el programa establece como, aun más importante, con la metodología que se propone para la mediación pedagógica de los contenidos y habilidades.

4.1. Metodología

Para el análisis de las acciones de estas instituciones se recurrió a la documentación oficial de la carrera así como a documentos tales como cartas al estudiante u orientaciones que se entregan a los estudiantes al iniciar el curso lectivo.

También el Estado de la Nación envió un cuestionario a los encargados de las carreras o directores de escuelas o departamentos correspondientes; algunos de los temas que incluyó este cuestionario fueron:

- Cambios en la malla curricular y enfoque de la fundamentación de la carrera
- Incorporación del conocimiento pedagógico de las matemáticas en la carrera
- Vinculación de la carrera hacia la acción de aula
- Adecuación de contenidos a los programas nacionales
- Acciones curriculares para apoyar la implementación de los programas
- Acciones extracurriculares para apoyar la implementación de los programas
- Acciones que se planean a futuro para apoyar la implementación de los programas

Con base en esos parámetros se estructuró la narración de esta parte del capítulo.

La documentación analizada fue la siguiente:

- Las Escuelas de Matemática y Formación Docente de la Universidad de Costa Rica (UCR) aportaron las cartas al estudiante de los cursos impartidos; algunas del año 2013 y otras del 2014. La Escuela de Formación docente suministró un documento con planteamientos muy generales referidos a las carreras de enseñanza (data de 1991).
- La Escuela de Matemática del ITCR aportó una fundamentación y descripción de los cursos, así como la malla curricular de la carrera actualizada al 2013. También cartas al estudiante de 2014.
- El Programa de Enseñanza de la Matemática de la Escuela de Ciencias Exactas y Naturales de la UNED proporcionó un documento con la fundamentación y otros elementos referidos a la carrera, así como la malla curricular y la descripción de los cursos. Además en su sitio web se obtuvieron las orientaciones de los cursos que se impartieron durante 2014.
- La Escuela de Matemática de la Universidad Nacional (UNA) aportó un documento con la fundamentación de la carrera y la descripción de los cursos. Las cartas al estudiante que corresponden a los cursos de matemáticas impartidos en el segundo semestre de 2014 fueron obtenidas en su sitio web, las de cursos de pedagogía fueron aportadas por el CIDE.
- En cuanto a las universidades privadas, la documentación analizada proviene del CONESUP. No se contó con cartas al estudiante u otro tipo de documento que se provee al inicio de cada curso lectivo. Dichas universidades son:
 - Universidad Americana (UAM)
 - Universidad Internacional San Isidro Labrador (UISIL)
 - Universidad de San José (USJ)
 - Universidad Metropolitana Castro Carazo (UMCC)

Las siguientes universidades respondieron el cuestionario: UCR, ITCR, UNED, UNA y UAM.

Debe hacerse una advertencia fundamental: el estudio que se realiza aquí se basa en la documentación aportada y no en el monitoreo directo de la acción que se realiza en las aulas universitarias. Hay elementos que se incluyen en la documentación pero su realidad práctica no es posible de asegurar, y de igual manera existirán otras dimensiones que se realizan en las aulas y las instituciones formadoras que no se ven plenamente reflejadas en la documentación. Una investigación de mayor profundidad y precisión requeriría de técnicas adicionales de investigación cuantitativa y cualitativa para poder obtener una radiografía de la realidad de las carreras.

Por otra parte, dado que las acciones propiamente curriculares (reflejadas en los programas de las carreras) han sido muy pocas, buena parte de la información sobre las acciones recientes o en curso que se usó fue proporcionada por las autoridades de las unidades académicas de matemáticas o educación en las universidades. En algunos casos fue posible contrastar la información con otros instrumentos documentales, pero en una buena cantidad de casos la fuente exclusiva son esas autoridades. Eso significa

que la calidad de la información suministrada por estas autoridades también constituye un variable que podría afectar la precisión de los resultados.

A continuación se expone un análisis de cada una de las carreras según la universidad a la que pertenece y en correspondencia con los temas preguntados a las diversas instituciones.

4.2. Universidades estatales

Cambios en la malla curricular y enfoque de la fundamentación de la carrera

La fundamentación de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la UCR fue analizada en Programa Estado de la Nación (2008). No fue posible obtener documentación nueva, si es que existe. En cuanto a la malla curricular sí hay cambios en relación con aquella analizada en Programa Estado de la Nación (2008), ésta proviene de un plan modificado en el año 2007 que rige a partir del I ciclo del 2008; es, por consiguiente, un plan vigente previo a la aprobación en 2012 de los planes de estudio de matemáticas del MEP. Dadas estas fechas se infiere que no ha habido un cambio general de la carrera en función de las necesidades del programa de matemáticas del MEP. Sin embargo, las cartas al estudiante (algunas de 2013 y otras de 2014) y ciertas medidas tomadas en el período 2013–2014 pueden reflejar en qué tanto se están realizando ajustes.

Aunque la malla curricular aportada por el ITCR está actualizada al 2013, las descripciones de los diversos cursos no denotan una actualización de lo analizado en Programa Estado de la Nación (2008).

El documento de fundamentación y descripción de cursos de la UNED tiene fecha noviembre de 2012, poco después de aprobados los programas nacionales de matemáticas. En toda la documentación se perciben algunos cambios en la malla curricular, que habían empezado algunos años antes. También hay ciertos cambios de enfoque en la fundamentación de la carrera; por ejemplo, se establece, entre otros, las inteligencias múltiples, el enfoque de resolución de problemas y el uso de la tecnología entre las corrientes y teorías que fundamentan el plan de estudios.

El documento correspondiente a la fundamentación, descripción de los cursos y malla curricular que aportó la Escuela de Matemática de la UNA, aunque indica que está actualizada al 2013, tiene fecha 2005. En toda la documentación aportada por la UNA no se aprecian cambios en relación con la fundamentación y la malla curricular asociados con los programas oficiales de matemáticas.

En conclusión: dentro de los programas de estudio vigentes en la UCR, ITCR y UNA no se perciben cambios en la malla curricular y en el enfoque de la fundamentación de la carrera que puedan correlacionarse con los nuevos programas de matemáticas para la educación preuniversitaria. Esto es enteramente natural, pues el cambio del currículo nacional se hizo hace muy poco tiempo.

Incorporación del conocimiento pedagógico de las matemáticas en la carrera

En la UCR, ITCR y UNA no se detectan cambios que incorporen didácticas específicas dentro de la carrera. No hay cursos nuevos al respecto, ni se dan de manera evidente dentro de los cursos existentes.

En el caso de la UNED aunque los cursos del área pedagógica de la carrera están enfocados a la enseñanza de la matemática, no se detectan cambios que incorporen didácticas específicas dentro de la carrera.

La Escuela de Matemática de la UCR reconoce que en esta institución se continúa apoyando un modelo de formación en el que se reciben cursos de matemáticas y de pedagogía prácticamente sin conexión entre ellos. Por otra parte, subrayan que ellos tienen conciencia de la falta de cursos de didácticas específicas en la carrera. En vista de que estos cursos no existen por ahora, su equipo de profesores hace un esfuerzo para incorporar cápsulas de reflexión en las que se considera el contenido matemático específico. Otros esfuerzos en ese sentido se ven reflejados en:

- Un proyecto de Acción Social (*IREM-San José*) por medio del cual se favorece la reflexión entre profesores de matemática en ejercicio con estudiantes avanzados de la carrera.
- Un proyecto de investigación denominado "Orientaciones para desarrollar un programa de formación continua de profesores de matemática en educación secundaria para impactar su formación inicial, en un uso pertinente de la tecnología en su labor docente, estudio de casos".
- El *Seminario para el desarrollo de competencias en la formación inicial de docentes de matemática*. Pretende, entre otros, la reflexión sobre las competencias del formador de docentes que permitan favorecer ese proceso de formación.
- Algunas tesis y seminarios de graduación han desarrollado temáticas como propuestas de unidades didácticas para la enseñanza media, entre otros. (Pratti & Murillo, 2014).

Por otra parte, el Director del Departamento de Educación Secundaria de la Escuela de Formación Docente de la Facultad de Educación de la UCR (que comparte la coordinación de la carrera), manifiesta que el conocimiento matemático se trabaja en los cursos específicos de la carrera, pero que esto corresponde a una línea de investigación muy reciente y aún se están clasificando los conocimientos por áreas. Agregan que no los han clasificado aun, pero que reflexionan acerca de los que debe considerarse cuando se enseña Matemática. Sin embargo, no señalan de manera específica a qué se refieren estas acciones.

Por otra parte informan que "Asimismo, en los Trabajos Finales de Graduación, se trabajan las particularidades de la Educación Matemática en temas específicos, ya que el objeto de estudio está relacionado con la enseñanza de la Matemática (requisito para aprobar propuestas en la Comisión de TFG)" (Morales, L. C., 2014, p. 3). Esto es reafirmado por Espeleta y Zamora (2014, p. 10), del Departamento de Secundaria de la Escuela de Formación Docente de la Universidad de Costa Rica.

La información que aportó el ITCR sobre este tema es muy amplia, pero no evidencia la forma en que el conocimiento pedagógico de las matemáticas ha sido incorporado. Se refiere más bien a otros aspectos relacionados con la didáctica de la matemática y no a las didácticas específicas.

El encargado de la carrera de la UNED hace referencia a una serie de enunciados presentes en la fundamentación y justificación de la carrera. Sin embargo, tales enunciados son muy generales y no se refieren explícitamente al conocimiento pedagógico de las matemáticas. Sí ponen en evidencia algunos elementos que no se notan en las orientaciones de los cursos y que tiene que ver con el punto en cuestión. Araya (2014) menciona lo siguiente:

- Dentro de los curso de *Álgebra lineal, Probabilidad y estadística*, y *Geometría analítica*, se han incluido talleres de aplicación obligatorios con el apoyo de software didáctico, a realizarse en la plataforma de aprendizaje.
- En el curso de *Historia y filosofía de la matemática*, como parte de un proyecto del curso, el estudiante debe diseñar un planeamiento didáctico, donde debe poner de manifiesto explícitamente la manera en que utilizaría la historia en su salón de clases.
- Algo análogo se propone para el curso *Herramientas multimediales I*.

También se señalan algunos esfuerzos realizados en la capacitación de los profesores de la carrera con respecto a este tema: proyecto nuevos ambientes de aprendizaje, seminarios y capacitaciones, propuesta de investigación *Modelo Pedagógico basado en Resolución de Problemas*.

El director de la Escuela de Matemática de la UNA indica algunas acciones que más bien pretenden establecer puentes: rediseño de los cursos de investigación orientados a fortalecer los procesos de tesis, se han implementado proyectos de investigación donde se requiere que los estudiantes visiten instituciones, hablen con los docentes y estudiantes, conozcan las problemáticas que se presentan en las aulas y que a partir de ellas, planteen posibles soluciones y estrategias didácticas (Gamboa, 2014a).

Por otra parte, se informa que hay una preocupación por incorporar tal conocimiento a lo largo del plan de estudios. Agrega que “En forma paralela, varios cursos (Geometría euclídea I y II, Lógica y Teoría de Conjuntos, entre otros) del actual plan de estudios, han sido modificados para atender esta necesidad, manifestada por graduados y estudiantes, en múltiples consultas realizadas.” (Gamboa, 2014b, p. 4).

También se menciona que se promueven métodos de enseñanza que respondan al objeto de estudio; métodos que propician mayor participación de los estudiantes.

De parte de la División de Educología de la UNA se menciona que tienen dos proyectos integrados (investigación/docencia/producción) con el propósito de fortalecer las didácticas específicas y, por consiguiente, con el plan de estudios para que esté acorde con las necesidades del aula de secundaria. Uno de ellos pretende:

- Identificar la coherencia y divergencia entre los programas de curso de la carrera Enseñanza de la Matemática de las universidades estatales y los programas de matemática de tercer ciclo y ciclo diversificado del MEP.

- Identificar los temas en matemática que han presentado un mayor grado de dificultad para su enseñanza o aprendizaje en el tercer ciclo y ciclo diversificado.
- Describir las técnicas y metodologías que han implementado, a nivel de secundaria, docentes con experiencia, para el abordaje de temáticas particulares en la enseñanza de la matemática
- Proponer un modelo que contemple los lineamientos en cuanto a competencias, conocimientos, metodologías y estrategias de evaluación que deberían considerarse en el abordaje de didácticas específicas en la carrera. (Murillo, García y Ramírez, p. 3).

Vinculación de la carrera con la acción de aula

Del análisis de las cartas al estudiante del área matemática de la UCR se desprende que en esa institución se han hecho algunos esfuerzos para establecer algunos puentes entre las matemáticas universitarias y las acciones en el aula de secundaria. Se pueden citar como ejemplo los siguientes:

- En la descripción del curso *MA-0372 Principios de Estadística Matemática*, se establece que “cabe destacar que la mayoría de los tópicos tratados en este curso se encuentran presentes en los programas de matemáticas propuestos por el Ministerio de Educación Pública. Se trata que a partir del estudio de dicho contenido los futuros docentes adquieren el conocimiento matemático necesario para su posterior enseñanza en nuestro sistema educativo.” Se establece también, en dicho curso, como uno de sus objetivos: “Identificar obstáculos y errores que podrían surgir en el estudio de la estadística y probabilidad en el contexto educativo costarricense.”
- En la metodología del curso *MA-0123 Principios de matemática I* se establece una reflexión sobre elementos didácticos relacionados con los temas matemáticos del curso y su aplicación en la educación secundaria.
- En el curso *MA-300 Seminario resolución de problemas* se dice que se llevará a los estudiantes a diseñar, implementar y valorar situaciones de aprendizaje en matemáticas escolares que requieran la resolución de problemas.
- En el curso *MA-304 Álgebra y Análisis II*, se propone estudiar el uso que se hace en secundaria de algunos de los conceptos estudiados en el curso.

Por la naturaleza en los cursos del área pedagógica se debería tener una mayor conexión con el trabajo que deberá desarrollar el futuro profesor en el aula. Esta conexión se evidencia en algunos cursos tales como:

- Curso *FD-152 Fundamentos de Didáctica*: observación en el aula escolar; diseño, implementación y valoración de microlecciones.
- *FD-541 Experiencia docente en Matemática*: esta es la práctica supervisada, por su naturaleza, está vinculada estrechamente con la labor de aula.
- *FD-555 Seminario en enseñanza de la matemática*: se propone el planeamiento y desarrollo de una clase.

- *FD-5096 Seminario en enseñanza de la matemática*: se propone la elaboración de una unidad didáctica. Esto se propone también en el curso *Planeamiento y desarrollo curricular*.

Según la directora de la Escuela de Matemática y la directora del Departamento de Enseñanza de la Matemática de la UCR, los docentes del área de matemáticas han pasado por un proceso de reflexión que les permite saber que las necesidades de los futuros docentes de secundaria en los cursos de matemáticas no son las mismas que las de los estudiantes de matemáticas. Esto implica que la metodología de algunos de los cursos haya cambiado; por ejemplo, en algunos de los cursos se proponen ejercicios relacionados con el quehacer del docente. Por otra parte, en algunos cursos los estudiantes de la carrera realizaron, implementaron y validaron secuencias de aprendizaje en instituciones de educación media (Protti y Murillo, 2014).

Al respecto, las autoridades de la Escuela de Formación Docente de la UCR agregan que hay cursos que vinculan la práctica docente y se hacen acercamientos a la educación secundaria como observaciones, aplicación de microlecciones, etc. (Morales, L.C., 2014).

En la carrera del ITCR también se nota vinculación de cursos hacia la gestión de aula:

- En la descripción del curso *EM-2407 Aprendizaje y didáctica de la matemática*, se establece la elaboración de una propuesta creativa e innovadora aplicable en el aprendizaje de la matemática en secundaria.
- En el curso *EM-1401 Introducción a la pedagogía*, se proponen visitas guiadas a instituciones educativas de secundaria.
- En *EM-2405 Metodología de enseñanza de la matemática* se propone la elaboración de guías didácticas.
- En el curso *EM-3047 Necesidades educativas especiales en la enseñanza de la matemática*, se plantea el diseño y elaboración de adecuaciones curriculares.
- En *EM-1603 Fundamentos de matemática I* y *EM-1604 Fundamentos de matemática II* se establece analizar posibles tratamientos metodológicos para la enseñanza de algunos de los temas de los cursos en enseñanza secundaria.
- En el curso *EM-5005 Teoría de Números*, se establece que el estudiante plantee nuevos ejercicios para ser desarrollados a nivel de enseñanza media.
- En el *EM-9004 Taller de Multimedia* se proponen objetivos que vinculan con el quehacer en el aula de secundaria; entre ellos: diseñar situaciones de aprendizaje, evaluar situaciones de aprendizaje, investigar nuevas formas de enriquecer los ambientes de enseñanza-aprendizaje.
- Del mismo modo en los diversos talleres que aparecen en la malla curricular se propone: elaborar lecciones, desarrollar algunas aplicaciones didácticas, paquetes y unidades didácticas, etc.

En el ITCR se mencionan algunas otras acciones:

- En el curso de *"Metodología de la enseñanza de la matemática"* se le pide a cada estudiante que desarrolle en un colegio seis lecciones distintas, por medio de

diferentes metodologías, debe adaptar los temas de matemática de forma que pueda convertirse en un facilitador del aprendizaje para los estudiantes que temporalmente tiene a cargo.

- El curso de “*Evaluación de los aprendizajes*” se utiliza una batería de exámenes aplicados en los colegios como material de práctica para la elaboración de ítems y de pruebas. Todos los exámenes deben haber sido efectivamente aplicados en algún colegio costarricense.

En el caso de la UNED hay pocos vínculos de los cursos hacia la gestión de aula. Se pueden citar, sin embargo, los siguientes:

- En el curso *Recursos didácticos para enseñanza de la Matemática*, se establecen ejemplos concretos de lecciones.
- En el curso *Didáctica específica de la matemática I* se especifica que el proyecto por realizar tendrá relación con los planteamientos metodológicos que se dan actualmente en la educación matemática costarricense.
- Uno de los objetivos del curso *Evaluación de los aprendizajes en educación matemática* establece “aplicar la normativa existente que rige la educación secundaria costarricense en situaciones reales de aula.”
- En el curso *MA-304 Álgebra y Análisis II*, se propone estudiar el uso que se hace en secundaria de algunos de los conceptos estudiados en el curso.

Se nota que estos vínculos se dan en cursos del área pedagógica, los cuales deberían estar aun más relacionados con la labor de aula. En los cursos del área matemática no se evidencian tales vínculos.

Según el encargado de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la UNED: “en la mayoría de las asignaturas del área pedagógica y de investigación se incluyen visitas a los centros educativos de enseñanza media, en las cuales los estudiantes realizan observaciones de aula, entrevistas a docentes y a estudiantes. Por otro lado, analizan pruebas ya aplicadas y planeamientos didácticos” (Araya, 2014, p. 6). Cita algunos ejemplos al respecto. También señala que los diseños curriculares de los cursos de investigación promueven proyectos relacionados con experiencias de aprendizaje y en los últimos años han girado en torno al tema de la Resolución de Problemas, se citan algunos ejemplos.

En el caso de la carrera de la UNA se pueden citar algunos ejemplos de vinculación con la gestión de aula:

- En la carta al estudiante del curso *MAB-301 Geometría euclídea I* se establece como uno de los objetivos el relacionar los conceptos estudiados y su aplicabilidad en el contexto de secundaria.
- En el curso *MAB-506 Seminario de investigación dirigida II* se establece que en todo momento se dará énfasis a los temas de investigaciones relacionados directamente con procesos matemáticos de secundaria y educación superior.
- En el curso *DEY328 Currículum y planeamiento didáctico para el aprendizaje de las matemáticas* se propone la elaboración de planeamientos y la elaboración de una unidad didáctica.

- En *DEY329 Didáctica para el aprendizaje de las matemática* se propone la investigación en el aula.
- En *DEY330 Evaluación de los aprendizajes para la enseñanza de la matemática* se menciona que los estudiantes deben elaborar y aplicar los instrumentos de evaluación y medición adecuados para obtener aprendizajes significativos.
- En otro curso (*DEY327 Recursos didácticos para el aprendizaje de la matemática*) los estudiantes deben elaborar un video educativo.
- En el curso *DEY331 Desafíos didácticos en la práctica docente en la enseñanza de las matemáticas*, el estudiante del curso deberá diseñar, aplicar y evaluar planes curriculares que propicien de manera integrada el desarrollo de conocimientos, habilidades y, destrezas de sus futuros estudiantes en secundaria.

La División de Educología agrega que en el curso *DEY 329 Didáctica para el aprendizaje de las matemática*, además de la investigación en el aula se establece:

Trabajo de campo, cada estudiante deberá preparar una clase modelo, en la cual realice la mediación pedagógica de algún tema de secundaria. Deberá seleccionar uno de los modelos de clase vistos en el curso y elaborar un plan de lección. La ejecución de la lección es la parte más importante del curso, pues viene a reunir cada una de las temáticas desarrolladas en clase a lo largo del curso.

Cada estudiante elaborará una unidad didáctica en la que desarrolle el estudio del tema de secundaria seleccionado para el trabajo de campo y se planteen estrategias metodológicas que promuevan el desarrollo del pensamiento y la abstracción, así como la resolución de problemas. (Murillo et al, 2014, p. 5).

También mencionan que mediante el eje transversal de investigación se establece el desarrollo de habilidades, destrezas y conocimientos que llevan a la investigación de la realidad educativa según las necesidades de la especialidad.

En la UNA se afirma que se ha tratado que los estudiantes desde los primeros niveles se vayan familiarizando con la realidad del aula y que a partir de esta realicen proyectos o propuestas metodológicas para el abordaje de los contenidos matemáticos (Gamboa, 2014a).

Adecuación de contenidos a los programas nacionales

UCR

La carrera de enseñanza de la matemática de la UCR ofrece un curso denominado *MA 0372 Principios de Estadística Matemática*. Dicho curso desarrolla los conocimientos básicos de Estadística y Probabilidad. También el curso *FD-5111 Análisis cuantitativo paramétrico en educación*, ofrece diversos elementos estadísticos. Entre ambos cubren suficientemente los conocimientos que requiere el programa de estudios de matemáticas del MEP.

Existe un curso de Geometría Analítica (*MA-0421 Geometría Analítica*) con cuya aprobación el futuro profesor de matemáticas puede abordar apropiadamente los conocimientos que al respecto demanda el programa de matemáticas del MEP.

En el curso *MA-0123 Principios de matemática I* se propone entre sus objetivos trazar mediante transformaciones (verticales, horizontales, reflexiones, simetrías, compresiones y elongaciones) gráficas de diversas funciones. Esto puede dar alguna idea con respecto a este tipo de transformaciones en el plano, pero no son abordadas de la forma en que aparecen en los programas nacionales de matemáticas. La documentación no evidencia que esto se haga en otros cursos.

En el curso *MA-540 Principios de Análisis I* se menciona entre sus objetivos: "Aplicar los conocimientos adquiridos a la modelización, planteo y resolución de problemas de diversas disciplinas"; no queda claro en el documento la forma en que esto se logrará. Salvo lo dicho, en ningún otro curso se menciona la creación de modelos.

Hay un curso completo dedicado a la historia de las Matemáticas (*MA-0911 Historia de la Matemática*). Sin embargo, aunque se establece como uno de los temas el "Desarrollo específico de un campo matemático y su vinculación con la realidad actual de Costa Rica", no se evidencia de la documentación la existencia de secciones pedagógicas en este curso. Tampoco se observa la posibilidad de construcción de capacidades y aprendizajes de matemáticas en el aula. En algunos otros cursos se establece el estudio de algunos hechos históricos relacionados con la temática en estudio, pero no se evidencia un vínculo con el trabajo de aula.

Existen dos cursos, *MA-175 Laboratorio de Matemática I* y *MA-275 Laboratorio de Matemática II*, en los que se trata la tecnología relacionada con la enseñanza de las matemáticas. En el primero de ellos se señala como un objetivo "Distinguir las diversas posibilidades del uso de las TIC: sus limitaciones y posibilidades en la enseñanza y aprendizaje de la matemática" pero no se nota un puente explícito con la acción de aula. En el segundo, no hay referencias explícitas a la enseñanza de las matemáticas. Aunque por la naturaleza de los temas tratados se puede inferir que se establece algún tipo de construcción de capacidades y aprendizajes de matemáticas en el aula, esto no se menciona de manera explícita en las cartas al estudiante de dichos cursos. En general no se observa explícitamente que haya secciones pedagógicas en estos cursos. En algunos otros cursos se establece el uso de tecnología como herramientas en el estudio de algunos de los temas en estudio, pero no se evidencia un vínculo con el trabajo de aula.

En general la evaluación en los cursos del área de matemáticas de la carrera es de tipo tradicional basada, primordialmente, en pruebas escritas. Algunos de ellos mencionan la realización de un proyecto, pero en general, salvo en pocos casos, la documentación no establece si tal proyecto se refiere a algo propiamente matemático o esta relacionado con la vinculación entre matemáticas y trabajo de aula. La evaluación que establecen los cursos del área pedagógica es más variada pues establece proyectos y foros entre otros, pero tampoco, en general, es clara la naturaleza de los proyectos.

La bibliografía dada para los cursos de matemáticas son textos de matemáticas propiamente. Los dos cursos sobre tecnología tienen una bibliografía conformada por textos y artículos sobre diversos aspectos de la tecnología; pero el II de tales cursos cita

algunos textos que relacionan las TICs con la enseñanza de las matemáticas. El curso de historia presenta una bibliografía compuesta por textos sobre historia de las matemáticas. El seminario sobre resolución de problemas menciona en su bibliografía una amplia variedad de escritos sobre educación matemática y resolución de problemas, así como los programas del MEP aprobado en 2012.

Aunque las cartas al estudiante de los cursos del área de pedagogía analizadas corresponden al año 2013, es decir son posteriores a la aprobación de los actuales programas de matemáticas del MEP, éstos aparecen en la bibliografía de solamente uno de los cursos (*FD-555 Seminario en enseñanza de la matemática*). Hay algunos cursos entre cuyos objetivos se establece explícitamente el análisis del programas, sin embargo en la bibliografía no aparece ningún programa del MEP o aparecen los programas que estuvieron vigentes hasta 2012. Otros cursos, por su naturaleza, deberían incluir los programas, pero éstos no se citan en la bibliografía. Puede inferirse, sin embargo, por los objetivos y temática de algunos de estos cursos que se emplea de alguna forma el programa oficial vigente, pero no es mencionado en la bibliografía.

La metodología en los cursos del área de matemáticas es bastante tradicional, mientras que en los del área pedagógica es más variada. Sin embargo, no se evidencia en ningún caso que se emule de alguna manera la resolución de problemas.

ITCR

La carrera de enseñanza de la matemática del ITCR ofrece un curso denominado *EM-4611 Métodos estadísticos*. Dicho curso desarrolla los conocimientos básicos de Estadística y Probabilidad; cubre suficientemente los conocimientos que el programa de estudios de matemáticas del MEP requieren.

No hay un curso propiamente dicho de Geometría Analítica, pero en el curso *EM-2606 Geometría II* hay un tema de esta área, con lo cual el futuro profesor de matemáticas puede abordar apropiadamente los conocimientos que al respecto demanda el programa de matemáticas del MEP.

No se aborda el tema de transformaciones en el plano en ninguno de los cursos de la carrera.

Hay tres cursos en los que se plantea la creación de modelos: *EM-1603 Fundamentos de matemática I*, *EM-1604 Fundamentos de matemática II* y *EM-4610 Ecuaciones diferenciales*. En el primero de ellos se especifica la modelación de situaciones del entorno mediante el álgebra, en el segundo mediante el uso de funciones, en el tercero mediante ecuaciones diferenciales. Para la enseñanza media puede ser útil lo que se establece en los dos primeros cursos.

Hay un curso completo dedicado a la historia de las matemáticas (*MA-5001 Historia de las Matemáticas*). Sin embargo, aunque se hace referencia a la enseñanza de la matemática en Costa Rica no se evidencia en la documentación la existencia de secciones pedagógicas en este curso. Tampoco se observa la posibilidad de construcción de capacidades y aprendizajes de matemáticas en el aula. En algunos otros cursos se establece el estudio de algunos hechos históricos relacionados con la temática en estudio, pero no se evidencia un vínculo con el trabajo de aula.

Dada la naturaleza de esta carrera (asistida por computadora), tiene muchos cursos sobre tecnología relacionada con la enseñanza de las matemáticas. La mayoría de ellos establece puentes con la acción de aula en el sentido indicado en los dos últimos puntos del apartado anterior.

En general, los cursos del área matemática proponen una evaluación tradicional mediante pruebas escritas, quices y tareas; ocasionalmente algún proyecto relacionado con el contenido matemático. Las asignaturas del área pedagógica proponen más variedad de instrumentos de evaluación: pruebas escritas, portafolio, presentación de proyectos, análisis documental, etc. La base de la evaluación de las materias del área tecnológica son los proyectos: por ejemplo, en *Taller de multimedios* se solicita la elaboración de una propuesta didáctica usando tecnología.

Las descripciones de algunos de los cursos del área tecnológica no presentan bibliografía, en los que la aportan es una bibliografía de carácter técnico no relacionado con pedagogía, salvo en el curso *EM-5007 Taller II: Multimedios en Matemática* (en éste incluso aparecen los programas de estudios de matemáticas aprobados en 2012). Los cursos del área de matemáticas proporcionan una bibliografía conformada por textos de matemáticas propiamente. Algunos de los cursos del área pedagógica citan los programas de estudios de matemáticas del 2012; sin embargo, en otros en los cuales por su naturaleza se deberían contemplar dichos programas no los citan en la bibliografía. Por los objetivos y temática de algunos de estos cursos se puede suponer el uso del programa oficial vigente de alguna forma aunque no se consigne así en la bibliografía.

En general, la metodología que se establece para los cursos del área matemática es de tipo tradicional con predominio de la clase magistral. Los cursos del área tecnológica está enfocados, primordialmente, al trabajo de los estudiantes mediante la elaboración de proyectos. Para los cursos del área pedagógica se proponen lecturas, trabajos en grupos, presentaciones, discusiones, entre otros.

UNED

La carrera de enseñanza de la matemática de la UNED ofrece un curso denominado *Probabilidad y Estadística Matemática*. Este curso desarrolla los conocimientos básicos de Estadística y Probabilidad; cubre de manera suficiente los conocimientos que el programa de estudios de matemáticas del MEP requiere.

Elementos de Geometría Analítica se encuentran en cursos como Álgebra y Funciones o Álgebra Lineal. Aunque no tienen el enfoque que proponen los programas de estudio de matemáticas del MEP, con los conocimientos que ahí se imparten el futuro profesor de matemáticas puede abordar apropiadamente los conocimientos que al respecto tales programas demandan.

No se evidencia el estudio de las transformaciones en el plano.

La fundamentación de la carrera establece la creación de modelos como parte de la metodología que deben tener los cursos. Sin embargo, ni en la descripción de los cursos ni en sus orientaciones se menciona explícitamente la creación de modelos.

Hay dos cursos que tienen que ver con la historia de las matemáticas: *Historia y Filosofía de la Matemática* y *Matemática a través de la historia*. La documentación del primero no evidencia la existencia de secciones pedagógicas. Tampoco se observa la posibilidad de construcción mediante la historia de capacidades y aprendizajes de matemáticas en el aula. En el segundo se establece una relación con la enseñanza de la matemática en secundaria, puesto que solicita al estudiante elaborar una propuesta de unidad didáctica que incorpore la historia de la matemática como recurso metodológico en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la matemática. En algunos otros cursos se establece el estudio de algunos hechos históricos relacionados con la temática en estudio, pero no se evidencia un vínculo con el trabajo de aula.

En los cursos *Herramientas multimediales I* y *Herramientas multimediales II* se trata la tecnología relacionada con la enseñanza de las matemáticas. Se señala como un objetivo su uso para los procesos de enseñanza y aprendizaje, pero no se nota un puente explícito con la acción de aula. Aunque por la naturaleza de los temas tratados se puede inferir que se establece algún tipo de construcción de capacidades y aprendizajes de matemáticas en el aula esto no se menciona de manera explícita ni en las descripciones ni en las orientaciones de dichos cursos. En general no se observa explícitamente que haya secciones pedagógicas en estos cursos. En otros cursos se establece el uso de tecnología como herramientas en el estudio de algunos de los temas en estudio, pero no se evidencia un vínculo con el trabajo de aula.

En general la evaluación en los cursos del área de matemáticas de la carrera es de tipo tradicional basada, primordialmente, en pruebas escritas. Algunos de ellos mencionan la realización de un proyecto pero en general, salvo en pocos casos, la documentación no establece si tal proyecto se refiere a algo propiamente matemático o esta relacionado con la vinculación entre matemáticas y trabajo de aula. La evaluación que establecen los cursos del área pedagógica es más variada pues establece proyectos y foros entre otros, pero tampoco, en general, es clara la naturaleza de los proyectos.

La bibliografía dada para los cursos de matemáticas son textos de matemáticas propiamente. Los dos cursos sobre tecnología tienen una bibliografía conformada por textos y artículos sobre diversos aspectos de la tecnología, no se citan textos o lecturas que relacionen las TICs con la enseñanza de las matemáticas. Los cursos de historia presentan una bibliografía compuesta por textos sobre historia de las matemáticas. En general, los cursos del área pedagógica tienen bibliografías bastante actualizadas. En al menos cinco de ellos aparecen los programas nacionales de matemáticas del 2012 y en algunos los planes de transición 2013 y 2014. No se citan otros documentos del MEP relacionados con la reforma de la matemática en Costa Rica, iniciada con los programas de 2012.

La metodología en los cursos del área de matemáticas es bastante tradicional, de hecho, en la fundamentación se establece que "para los cursos de Matemática, el estudiante tendrá que hacer una lectura cuidadosa de los materiales, para poder conocer, identificar, analizar y abstraer contenidos matemáticos, que van a enriquecer su formación en esta disciplina, luego dichos conceptos se integrarán para realizar demostraciones y resolver ejercicios y problemas matemáticos" (UNED, 2012, p. 53-54). En los del área pedagógica la metodología es más variada. En ningún caso se evidencia que se emule de alguna manera la resolución de problemas.

UNA

La carrera de enseñanza de la matemática de la UNA ofrece un curso denominado *MAB 314 Estadística y Probabilidad*. Dicho curso desarrolla los conocimientos básicos de Estadística y Probabilidad. Cubre suficientemente los conocimientos requeridos por el programa oficial de estudios de matemáticas.

También se ofrece el curso *MAB305 Geometría Analítica*, el cual cubre de manera suficiente los conocimientos que requiere el currículo oficial.

No se aborda el tema de transformaciones en el plano en ninguno de los cursos de la carrera.

No se visualiza en ninguno de los cursos la creación de modelos.

Hay un curso completo dedicado a la historia de las matemáticas (*MAB-503 Historia de la Matemática*). La documentación no evidencia la existencia de secciones pedagógicas en este curso. No se observa la posibilidad de construcción mediante la historia de capacidades y aprendizajes de matemáticas en el aula. En algunos otros cursos se establece el estudio de algunos hechos históricos relacionados con la temática en estudio, pero no se evidencia un vínculo con el trabajo de aula.

Hay dos cursos de tecnología, *MAB306 Introducción a la informática* y *MAB310 Tecnología como herramienta didáctica*. En el segundo, aparece una sección pedagógica y se evidencia la posibilidad de construir capacidades y aprendizajes de matemáticas en el aula. De hecho, establece:

- Determinar cuáles tecnologías son adecuadas para integrarlas en los procesos de enseñanza.
- Aprender a utilizar diversos software, y preparar estrategias para utilizarlos en los procesos de enseñanza de la matemática.
- Conocer y utilizar Internet como una herramienta en el proceso de enseñanza de la matemática.

En las cartas al estudiante del área de matemática que se lograron obtener se evidencia una evaluación tradicional basada en pruebas escritas primordialmente. La evaluación en los cursos pedagógicos es más variada, en uno de los cursos se propone la elaboración de una unidad didáctica, en otro el planeamiento, ejecución y evaluación de una lección, en otro la elaboración de un video educativo. Esto proporciona mejores herramientas y vínculos con el futuro trabajo de aula.

Las descripciones de algunos de los cursos del área tecnológica aportan una bibliografía de carácter técnico. Los cursos del área de matemáticas proporcionan una bibliografía conformada por textos de matemáticas propiamente. Cursos del área pedagógica en los que por su naturaleza deberían contemplar los programas de matemáticas del MEP, no los citan en la bibliografía. Puede inferirse que en algunos de estos cursos se emplea de alguna forma el programa nacional vigente, pero esto no se menciona en la bibliografía, salvo en dos cursos: *DEX328 Desafíos didácticos en la práctica docente en la enseñanza de las matemáticas* y *DEY329 Didáctica para el aprendizaje de las matemáticas*.

La metodología que se propone en los cursos del área de matemática es bastante tradicional. En los cursos del área pedagógica hay mayores elementos; por ejemplo foros, talleres, observaciones y, al menos en dos casos, participación a través de una plataforma tecnológica.

Acciones curriculares para apoyar la implementación de los nuevos programas

La directora de la Escuela de Matemática y la directora del departamento de Enseñanza de la Matemática de la UCR informan que se han realizado algunas acciones específicas en lo que corresponde al área matemática:

- Los profesores del área matemática han incorporado paulatinamente en sus clases cinco ejes de formación: historia y epistemología de la matemática, didáctica-matemático, desempeño profesional, aplicaciones de la matemática, tecnología.
- Se diseñó un curso para estudiantes de licenciatura (*MA-300 Seminario: Resolución de problemas*), acorde con el enfoque de los programas de matemáticas del MEP. En el componente práctico de este curso, entre otras cosas, se propuso la implementación de un taller para maestros o una secuencia para estudiantes de secundaria, basados en la metodología de Resolución de Problemas (Protti & Murillo, 2014).

El Director del Departamento de Educación Secundaria de la Escuela de Formación Docente de la Facultad de Educación de la UCR señala otras acciones en lo que se refiere al área pedagógica:

- En *FD 5051 Principios de currículo* se analiza el programa de estudio, la fundamentación y enfoque. Se trabaja en comparación con las diferentes propuestas del sistema educativo costarricense.
- En *FD 0531 Metodología de la Enseñanza de la Matemática* se ha trabajado en el análisis y la planificación con los nuevos programas, para que los estudiantes que van a realizar su experiencia docente y puesta en práctica de los mismos.
- En *FD 5094 Currículo Matemático* se realiza un análisis de tendencias y luego se analiza la propuesta de Matemática, revisando aspectos de fundamentación y enfoque, así como la coherencia, pertinencia, alcance, secuencia, organización o estructura, evaluación.
- En cursos como el *FD 0555 y FD 5096 Seminarios en Enseñanza de la Matemática* se trabajan específicamente la metodología propuesta en los programas y los contenidos de los programas. En estos cursos se analizan y proponen estrategias didácticas. Asimismo, se estudian resultados de investigaciones didácticas.
- En el curso *FD 5095 Investigación en Enseñanza de la Matemática* se trabaja como línea de propuestas de investigación la relacionada con los programas de Matemática vigentes, muchas de estas relacionadas con unidades didácticas (Morales, L.C., 2014, pp. 1–2).

También se señalan por parte de Formación Docente acciones y actividades que se realizan en ellos, aunque aclaran que el fin último de tales cursos no es favorecer

la implementación de un programa de estudios específico sino el oportuno desarrollo de todo el proceso educativo. Se transcriben algunas de las acciones que se señalan (Espeleta y Zamora, 2014):

- FD-0548 *Introducción a la pedagogía*. Entre otros: sensibilización del estudiante con el campo de la docencia y la investigación educativa, análisis de los modelos-enfoques tradicionales e innovadores en Pedagogía.
- OE-1103 *Desarrollo y aprendizaje de la adolescencia*. Conocimiento y comprensión importante sobre la adolescencia, para que sea tomada en cuenta a la hora de hacer planeamiento.
- FD-0152. *Fundamentos de Didáctica*. Se lleva al estudiante a desarrollar una experiencia pedagógica en un aula del sistema educativo, que le impacta en dos sentidos, reforzar su vocación docente y reconocer que quizá ésta no es su profesión. Este elemento metacognitivo permite que el estudiante crezca como ser humano, como estudiante y como profesional.
- FD-5051 *Principios de Currículum*. Análisis de los programas de estudio. Determinación del enfoque curricular de los programas. Conocimiento de las modalidades del sistema educativo de secundaria mediante visitas o entrevistas.
- FD-0531 *Metodología en la Enseñanza de la Matemática*. Integración del saber matemático con el pedagógico. Análisis de la política curricular y programas de estudio del MEP. Se trabaja la resolución de problemas.
- FD-0541. *Experiencia docente en Matemática*. Los estudiantes se enfrentan a la realidad educativa. Programación de las clases que desarrollarán los estudiantes en secundaria.
- OE-1012 *Psicopedagogía del adolescente*. Análisis psicosocial de lo que acontece en el salón de clase y desarrollo de habilidades metodológicas para la comprensión de la dinámica de enseñanza-aprendizaje de los adolescentes.

Además, en la Escuela de Formación Docente de la UCR se indica que los docentes han reflexionado acerca de los nuevos programas, reconociendo la importancia de ciertos contenidos y el enfoque, pero al mismo tiempo siendo críticos con algunos de sus planteamientos.

El director de la Escuela de Matemática del ITCR considera que no se requieren modificaciones de su plan de estudios. Afirma que la carrera tal como está planteada en su área matemática y tecnológica prepara a sus graduados para enfrentar las demandas que requiere el nuevo plan de estudios de matemáticas del MEP. En cuanto al área pedagógica, señala que tampoco es necesaria ninguna modificación curricular puesto que lo que se requiera será incorporado en la gestión de los cursos. Esto –afirma– se hace mediante el tipo de lecturas que se solicitan, las actividades que se proponen y, en general, la metodología empleada en el curso. Muestra algunas evidencias al respecto en cursos específicos: *Metodología de la Enseñanza de la Matemática*, *Planeamiento didáctico*, *Práctica docente*, *Didáctica de la Matemática II*, etc. Agrega que “actualmente existe un lineamiento para los profesores de los cursos de carrera el cual busca que los docentes promuevan actividades que permitan al estudiante tener mayor acercamiento al contexto educativo costarricense” (Meza, 2014, p.3).

El encargado de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la UNED señala que en su institución se han realizado algunas acciones específicas:

- En algunas asignaturas del plan de estudios, específicamente del área pedagógica, se ha incluido contenidos relacionados con el análisis de los programas de estudio de matemática a nivel de secundaria vigentes a partir del 2012, así como el enfoque la resolución de problemas. Además, se fomenta y ejemplifica el uso de la tecnología como medio didáctico. Se mencionan ocho cursos en los que se incorporado al menos uno de dichos contenidos.
- Algunos de los conocimientos en tres cursos se gestionan modelando la resolución de problemas.

En la Escuela de Matemática de la UNA se señala que "Actualmente, dentro de las modificaciones propuestas está la incorporación de didácticas específicas para áreas de conocimiento como: geometría, álgebra y relaciones y estadística. Por otra parte, se ha definido una variedad de cursos optativos orientados a la Historia de la Matemática como estrategia didáctica, resolución de problemas, aplicaciones matemáticas, entre otros." (Gamboa, 2014b, p. 1). También se indica que se generó un proyecto de investigación y docencia que pretende generar una propuesta metodológica de dichos cursos en el plan de estudio.

También menciona diversos cursos que propician el contacto con el contexto; ente ellos:

- DEX-323 Desarrollo Humano y Teorías de Aprendizaje
- DEX- 321 Educación para la Diversidad
- DEY-331 Desafíos Didácticos en la Práctica Docente en la Enseñanza de la Matemática
- DEY-328 Currículum y planeamiento didáctico para el aprendizaje de las matemáticas
- DEX-320 Introducción a los procesos educativos
- DEY-329 Didáctica para el aprendizaje de las matemáticas
- DEY-330 Evaluación de los Aprendizajes para la enseñanza de las matemáticas
- DEY-475 Investigación Cualitativa, Innovación y Producción Educativa
- MAB-405 Investigación Cuantitativa
- DEY-540 Seminario de Investigación Educativa
- MAB-505 Seminario de Investigación Dirigida I
- MAB-506 Seminario de Investigación Dirigida II

La División de Educología de la UNA puntualiza algunos cursos que consideran permiten apoyar la implementación de los nuevos programas de estudio de matemáticas (Murillo et al, 2014, pp. 2-3):

- DEY 328 *Currículum y Planeamiento didáctico para el aprendizaje de las Matemáticas*. El eje problematizador es ¿Por qué debo conocer las grandes directrices que operan en el proceso de planificación a nivel nacional y relacionarlas con mi planeamiento de la práctica pedagógica en la asignatura de Matemática a nivel de aula, atendiendo una determinada situación y un grupo escolar determinado?

- DEY329 *Didáctica para el aprendizaje de las matemáticas*. Eje problematizador: ¿Qué conocimientos sobre didáctica general y didáctica de las matemáticas debe tener el futuro educador de matemáticas y cómo puede llevar esta teoría a la práctica de forma exitosa?
- DEY330 *Evaluación de los aprendizajes para la enseñanza de la matemática*. Preguntas generadoras: ¿Cómo se evalúa el aprendizaje de los y las estudiantes en un Modelo Basado en Resolución de Problemas (MBRP)? ¿Qué tipos de adecuaciones curriculares debo considerar para evaluar estudiantes con necesidades educativas especiales? ¿Qué tipo de ítems son más convenientes para las pruebas en matemática? ¿Qué normativa debo tener presente al evaluar los aprendizajes?
- DEY327 *Recursos didácticos para el aprendizaje de la matemática*. Eje problematizador ¿Cómo seleccionar y dar el correcto uso a los recursos y materiales didácticos (tradicionales o tecnológicos), de manera que éstos contribuyan al mejoramiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, respondiendo a las necesidades de la educación costarricense?
- DEY 331 *Desafíos Didácticos en la Práctica Docente en la enseñanza de las matemáticas*. Preguntas generadoras: ¿En qué consiste la estructura temática del programa de estudios que enseñaré y cuáles son los recursos didácticos más adecuados para el aprendizaje? ¿Cuáles son los tipos de planeamiento didáctico más adecuados? ¿Cuál enfoque evaluativo se utiliza en la especialidad en relación con el concepto de aprender?

Acciones extracurriculares para apoyar la implementación de los programas

La Escuela de Matemática de la UCR señala que se han mantenido reuniones con especialistas extranjeros en las que se ha discutido la necesidad de incluir y fortalecer la presencia de didácticas específicas en la formación inicial.

En la Escuela de Formación Docente de la UCR se indica que han ofrecido un taller de didáctica del álgebra a sus estudiantes de licenciatura. Además se señala la realización de eventos acerca de los nuevos programas, coloquios de investigación en Educación Matemática, visita de profesores extranjeros para participar en talleres y actividades de los cursos, participación del personal docente en diversos eventos, se inició un proyecto de educación continua en coordinación con el MEP (Espeleta, y Zamora, 2014, pp. 10–11).

En el ITCR Meza (2014) señala una serie de acciones:

- Proyecto MATEM-TEC. Dentro de éste se desarrolla un curso para los profesores que tienen estudiantes inscritos en el proyecto, desde el 2012 estos cursos se han enfocado en temas relacionados con los nuevos programas.
- Congreso internacional de Enseñanza de la Matemática asistida por computadora (CIEMAC). La versión VIII (diciembre de 2013) priorizó los temas relacionados con los nuevos programas.
- Encuentro sobre Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos (EDEPA). La edición III, desarrollada en diciembre de 2013, fue dedicada a los temas relacionados con los nuevos programas de matemática aprobados en el 2012.

- Encuentro Centroamericano de Matemática Educativa. Versión II, julio de 2014, dedicada preferentemente a temas relacionados con los nuevos programas de matemática aprobados en el 2012.
- Jornadas de capacitación CIEMAC, para educadores en servicio para enseñanza primaria y media.
- Escuelas de verano EDEPA (desarrollada en 2012 y prevista la siguiente para 2015). Actividad concreta de capacitación de estudiantes de las carreras de enseñanza de la matemática ofrecidas por universidades estatales.
- Otras actividades como: Taller de fotografía matemática, Taller GeoGebra para séptimo año, Cursos de formación de profesores de matemática en educación media, actividades puntuales de colaboración con escuelas y colegios, calendario matemático, publicación de textos y proyectos de investigación relacionados con el tema.

En la UNED Araya (2014) señala la realización de talleres y ponencias, en diversos eventos, sobre aspectos relacionados con la implementación de los nuevos programas.

Por otra parte, se ofrecen talleres para docentes en servicio. En el 2013 se elaboró el objeto de aprendizaje titulado: "Desarrollo de una clase de Matemáticas mediante la Resolución de Problemas", el cual se utiliza en diferentes asignaturas y puede ser accesado desde el repositorio de la UNED por docentes de matemática en ejercicio.

El IV Encuentro de Enseñanza de la Matemática, UNED 2013, sirvió como plataforma para apoyar los nuevos programas. Lo mismo que los encuentros regionales que se organizan anualmente. También es importante en este sentido el proyecto de extensión "Fortalecimiento del Aprendizaje de la Matemática" que se desarrolla desde 2013 en la Región Huetar Norte.

El director de la Escuela de Matemática de la UNA afirma que se han establecido procesos de capacitación para docentes en servicio, y que en la Semana de la Educación Matemática se ha tratado el tema de los nuevos programas de matemática, también en los eventos académicos regionales que realiza la Escuela de Matemática dirigidos a docentes de secundaria han brindado capacitaciones en resolución de problemas, geometría y estadística (Gamboa, 2014a, p. 1). También se señala que "existen investigaciones en la Escuela de Matemática que están orientadas al análisis e implementación de los programas de matemática en primaria y secundaria, tales como: Conocimiento matemático para la enseñanza de los profesores sobre el tema de funciones, Hacia una utopía en la Enseñanza de la Matemática en la educación primaria, entre otros." (Gamboa, 2014b, p. 6). También se indica que mediante los proyectos MATEM y Olimpiadas de Matemáticas se ofrece capacitación a docentes en servicio en diversos temas.

La división de Educología de la UNA señala que "se han ofertado cursos relacionados con la integración de recursos tecnológicos en los procesos de enseñanza y aprendizaje, dirigido a docentes de educación secundaria, y se han organizado seminarios donde se abordan como ejes relevantes la investigación educativa y la presentación de experiencias de aprendizaje innovadoras, estos espacios han contado con la participación de docentes de diferentes disciplinas incluidos los de Matemática." (Murillo et al, 2014, p. 7)

Acciones que se planean a futuro para apoyar la implementación de los programas

En Matemática de la UCR: el proyecto de investigación *Orientaciones para desarrollar un programa de formación continua de profesores de matemática en educación secundaria para impactar su formación inicial, en un uso pertinente de la tecnología en su labor docente, estudio de casos* es una primera etapa de un programa más amplio que permitirá obtener insumos para impactar la formación inicial y continua de los profesores de matemática en la enseñanza media (Protti & Murillo, 2014).

La Escuela de Matemática de la UCR afirma que una nueva carrera que han propuesto en el campo de la Educación Matemática podría tener un impacto positivo en ese sentido; sin embargo su materialización es bastante incierta.

La Escuela de Formación Docente de la UCR indica que se están incorporarán actividades como talleres y debates dentro de los cursos mismos de la carrera, para reflexionar acerca de diversos elementos de la actividad docente. También afirman que mejorarán su vinculación con el MEP para mejorar la práctica del aula. Por otra parte, se está iniciando en el 2014 un proyecto de educación continua, que comenzó con la participación en un taller ofrecido con una especialista en Didáctica del Álgebra de la Universidad de Granada, España.

La Escuela de Matemática del ITCR informa que en el corto plazo la Escuela de Matemática estará desarrollando las siguientes actividades que contribuyen a la implementación de los programas oficiales de matemática:

- IV EDEPA (diciembre de 2014), con una temática que privilegia los temas de los programas oficiales de matemática.
- Día del GeoGebra (octubre de 2014) que estará enfocado en los temas de los nuevos programas.
- Taller de 8 horas a los Asesores Nacionales de Matemática sobre tópicos de Probabilidad y Estadística (25 de setiembre de 2014), enfocado desde la perspectiva de los nuevos programas.
- Jornada de capacitación CIEMAC, en Turrialba, en fecha por definir.
- Calendarios matemáticos CIEMAC 2015, en diseño y edición.
- IX CIEMAC (2015).
- Escuela de verano EDEPA (2015) (Meza, 2014, p. 17).

En la UNED, Araya (2014) informa de las siguientes acciones:

- Mantener, fortalecer y evaluar las acciones que se han programado hasta ahora.
- Han programado la realización de talleres virtuales para docentes en ejercicio.
- Se proponen seguir incluyendo en foros, tareas, proyectos y pruebas los Fundamentos de los programas de estudio de Matemáticas.
- Utilizar los conocimientos y habilidades de los programas oficiales para solicitar a los futuros docentes la producción de pruebas escritas, planeamientos, recursos didácticos, entre otros.

- Se proponen seguir realizando proyectos de extensión orientados a capacitar a docentes de primaria y secundaria sobre la estrategia metodológica de resolución de problemas, con énfasis en la propuesta del MEP.
- Continuar con el planteamiento de actividades en las cuales los estudiantes deban hacer propuestas didácticas que podrían ser implementadas en los centros educativos.
- El diseño de actividades que requieran para su solución el uso de software específico, y que contribuya con el fortalecimiento del aprendizaje de los contenidos desarrollados en las asignaturas.
- Incorporar temáticas en los Encuentros con estudiantes y egresados que giren alrededor de los Programas de Estudio de Matemática del MEP.
- Continuar promoviendo en los cursos de investigación de la carrera, temáticas relacionadas con los Programas del MEP, de manera que se enriquezcan todos los procesos educativos en secundaria.
- Continuar promoviendo la extensión en secundaria para realimentar las decisiones curriculares en la carrera.
- Continuar con la política de la carrera de revisión continua del currículo, para valorar la posibilidad de realizar modificaciones acordes a la realidad nacional.
- Diseñar material multimedia que incentive y muestre a los futuros docentes cómo construir estrategias metodológicas creativas e innovadoras, que promuevan la resolución de problemas y el uso de la historia, con el objetivo de que sus estudiantes valoren la importancia de la matemática en la sociedad.
- Mantener como línea de investigación y extensión del programa el enfoque de resolución problemas (Araya, 2014, p. 10-11).

En cuanto a la Escuela de Matemática de la UNA, Gamboa (2014a) señala dos acciones:

- se tiene proyectado crear un programa de capacitación en contenidos dirigido a los profesores de secundaria, y en segundo lugar, algo más general,
- la Escuela de Matemática se encuentra en el rediseño de su plan de estudios bajo el enfoque por competencias, el cual –en opinión del director de Escuela– busca responder en objetivos, contenidos y metodología a la nueva propuesta del MEP (p. 2).

Por otra parte, Gamboa (2014b) señala que existen propuestas para la generación de programas de capacitación tanto de contenido como de metodología para profesores de secundaria, se continuará con los cambios curriculares y metodológicos y con el fomento y promoción de la formulación de proyectos de investigación relacionados con la educación matemática y las demandas nacionales.

La División de Educología (2014) de la UNA dice que tienen un proyecto de investigación cuyo objetivo es elaborar una propuesta para el plan de estudios de la carrera

Bachillerato y Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional bajo el enfoque por competencias, que potencie una coherencia entre la fundamentación teórica, los principios pedagógicos, los ejes curriculares y transversales y la práctica pedagógica.

La Escuela de Matemática de la UNA informa que el proyecto que propone este rediseño se denomina “Enfoque por competencias: una propuesta para el currículo de formación de la carrera Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional”. Estos intentos para tratar de modificar el plan de estudios de esta carrera con base en competencias se han realizado durante muchos años, y sus resultados finales son difíciles de prever.

Algunas conclusiones sobre las universidades estatales

No se han dado cambios en la fundamentación de las carreras de la UCR, ITCR y UNA, sí se han dado en el caso de la UNED en algunas dimensiones que convergen con los programas oficiales para la educación secundaria, aunque no como reacción directa a los nuevos programas. En la UNA, si bien está en construcción una propuesta de rediseño curricular que podría tener una mayor sintonía con los programas oficiales del país, su aprobación definitiva y puesta en marcha es aun algo muy incierto.

En ninguna de las carreras vigentes de las universidades estatales se ofrecen cursos de didáctica específica para las diversas áreas de las matemáticas, y la evidencia de su existencia dentro de los cursos existentes es muy débil. Estas instituciones deberían dedicarle mayor atención a este asunto.

En las cuatro universidades estatales se muestran intentos de vinculación de lo que se hace en los cursos universitarios con la gestión en el aula de secundaria, con mayor o menor amplitud, sin embargo éstos deberían ser mayores para permitir la generación de graduados con las competencia apropiada para intervenir adecuadamente en el aula de secundaria.

En las cuatro instituciones estatales los contenidos nuevos que aparecen en los programas oficiales de matemáticas se cubren en los cursos de la carrera, salvo el tema de transformaciones en el plano. Eso significa que en cuanto a contenidos los egresados de estas instituciones no deberían tener dificultad para trabajar con los conocimientos novedosos de los programas oficiales.

Hay en todas ellas cursos de historia de la matemática y de tecnología, además se ofrecen segmentos de historia y se promueve el uso de la tecnología en otros cursos. En las mismas, sin embargo, no se evidencian secciones de uso pedagógico de la historia o de la tecnología (asociadas a las habilidades y competencias de los programas oficiales); sin embargo, el encargado de la carrera de la UNED afirma que esto último sí se hace mediante diversas actividades en los cursos.

En la UCR, ITCR y UNA también se hacen patentes algunas carencias en la bibliografía de algunos cursos, no aparecen en muchos (donde deberían aparecer) ni los programas vigentes ni otros documentos del MEP disponibles a nivel nacional para coadyuvar en la implementación de los mismos. En la UNED, en la bibliografía de algunos cursos sí

aparecen los programas de matemáticas y los planes de transición, pero no sucede así con otros documentos del MEP.

En síntesis, en lo que refiere a asuntos de currículo y su gestión:

- En la UCR se notan algunos esfuerzos de convergencia con los nuevos programas del MEP, en cuanto a los cursos de la carrera que imparte. Sin embargo son esfuerzos realizados sobre todo en la gestión de los cursos, puesto que el plan de estudios de la carrera como tal permanece igual. Debe señalarse que no se ofrecen didácticas específicas, aun cuando los encargados de la parte matemática de la carrera consideran que éstas son importantes dentro del plan de estudios. No obstante, esta escuela dice que se incluye algo de didácticas específicas en la gestión de sus cursos, lo que sin embargo no es muy evidente en los documentos analizados. A pesar de las acciones que se han realizado en esta institución, se requiere un cambio más profundo que implicaría un rediseño amplio e integrado del programa de estudios de la carrera. Algo al parecer complejo de realizar debido a tensiones que se han dado entre la Escuela de Matemática y la Facultad de Educación de esa institución durante los últimos años.
- En la UNED se han realizado cambios curriculares que convergen con algunos elementos de los nuevos programas, los cuales se han ido dando incluso antes de que se aprobaran los programas del MEP.
- Con base en la información suministrada por el director de la Escuela de Matemática y por la División de Educología de la UNA en torno a un rediseño de su carrera “por competencias”, se esperaría que esa institución sintonice en el futuro su carrera de una mejor manera con los programas oficiales del MEP. Por lo pronto, en cuanto a lo que existe el balance es el mismo: se requiere un cambio profundo del programa de estudios de esta carrera.
- El director de la Escuela de Matemática del ITCR opina que no son necesarios cambios curriculares en su programa de estudios, sin embargo sí pareciera importante un rediseño de su carrera en el que se refleje mejor la conexión con las perspectivas de los programas de matemáticas del MEP; en particular, resultaría importante una incorporación explícita del conocimiento pedagógico de las matemáticas y de didácticas específicas.
- Las didácticas específicas para áreas matemáticas dentro de sus *curricula* vigentes sigue siendo una debilidad en todas las universidades estudiadas (al menos es lo que refleja la documentación analizada).

En cuanto a acciones no curriculares directamente relacionadas con la implementación curricular:

- En la UCR, el ITCR y la UNED se han realizado algunas acciones, se están realizando o se proyectan a futuro para colaborar con la implementación de los nuevos programas. En el caso de la UCR, las que se proyectan no parecen muy concretas; en el caso de la UNED las acciones planteadas son bastante concretas y convergen con las necesidades de la implementación curricular.
- En la UNA, la información aportada por la Escuela de Matemática indica algunas actividades hacia una convergencia con los nuevos programas de estudio. Sin

embargo, con la documentación de que se dispone solamente se puede juzgar que las acciones extracurriculares en esta institución orientadas directamente a la implementación del currículo nacional de matemáticas son más bien de carácter individual y aislado.

En general, las universidades estatales han realizado, realizan o tienen previstas acciones, especialmente de gestión de cursos o extracurriculares, para apoyar la implementación de los programas oficiales del MEP aprobados en el 2012, aunque no todas estas instituciones lo realizan con la misma amplitud e intensidad. Sería importante que las acciones aumentaran, tener un carácter institucional y se asumieran con una perspectiva estratégica. Es importante que estas universidades ajusten con mayor profundidad sus planes de estudio vigentes, y ofrecer con mayor fuerza recursos y capacitaciones a la comunidad educativa, para poder sumar aun más esfuerzos al desafío de implementar el nuevo currículo nacional.

4.3. Universidades privadas

Para el análisis de las carreras de Enseñanza de las Matemáticas en las universidades privadas solamente se dispuso de los documentos de solicitud de autorización para impartir la carrera. Las fechas de elaboración de estos documentos y la imposibilidad de obtener documentos actuales que evidencien la forma en la que en este momento se gestionan los cursos de tales carreras, hacen que no haya total certeza de que responda enteramente a la realidad el análisis que se pueda efectuar acerca de la relación de dichas carreras con los programas de estudio de matemáticas para la enseñanza primaria y media aprobados en 2012.

Por otra parte, solo se obtuvo respuesta al cuestionario enviado por el Estado de la Educación por parte de la Universidad Americana, por lo que en los demás casos no es posible conocer acerca de acciones curriculares o no curriculares, pasadas, presentes o futuras para apoyar la implementación de los programas oficiales de estudio de matemáticas.

De todas maneras, se establecerán algunos hallazgos que pueden servir para tener una idea de la relación que puedan tener estas carreras, al menos al momento de su concepción, con el currículo nacional de matemáticas.

Cambios en la malla curricular y enfoque de la fundamentación de la carrera

Dado que la documentación disponible es en esencia con la que se crearon las carreras en estas universidades, no se dispone de evidencia de cambios en la malla curricular o en su fundamentación que puedan referirse a elementos de los programas de matemáticas aprobados en el 2012.

Incorporación del conocimiento pedagógico de las matemáticas en la carrera

En las universidades privadas analizadas no se detecta la existencia de conocimiento pedagógico o didácticas específicas ni en la malla curricular ni en las descripciones de los cursos.

Las autoridades encargadas de la carrera de la UAM señalan de manera genérica algunas acciones en este sentido. Mencionan estrategias como asesoramientos, simposios y charlas dirigidas a estudiantes y docentes, entre otras, pero no indican específicamente cómo se integra esto en la gestión de los cursos (Salazar, 2014).

Vinculación de la carrera con la acción de aula

En la UAM existe una total desvinculación hacia la gestión de aula, de acuerdo a las descripciones de los cursos. Sin embargo, en el documento de respuesta al cuestionario enviado por el Estado de la Educación enviado por esta universidad, se señala que se está trabajando en actualizar los planes de estudio, particularmente “en el abordaje de contenidos por medio de habilidades matemáticas acorde lo establece el Programa de Estudios de Matemática del Ministerio de Educación Pública.” (Salazar, 2014, p. 1).

En el caso de la UISIL se nota algún intento de vinculación hacia la gestión de aula. En algunos de los cursos se especifica la necesidad de que el estudiante comprenda la importancia de llevar a cabo este tipo de vínculos. Por ejemplo, en el curso de *Geometría I* se indica que el estudiante deberá proponer enfoques metodológicos para el abordaje de la geometría plana y del espacio. En general, en los cursos de matemática se señala que el futuro profesor debe tomar “conciencia del fenómeno de transposición didáctica entre el conocimiento matemático puro y el conocimiento en educación y matemático que se enseña” (UISIL, 2007, p. 43).

En la USJ se evidencia muy poca vinculación hacia la gestión de aula. El curso *Matemática fundamental I* establece entre sus objetivos el desarrollo de técnicas para la aplicación de material didáctico que apoye la enseñanza aprendizaje de los temas del curso. En *Matemática fundamental II*, se pretende desarrollar capacidades para elaborar materiales. En los dos cursos de informática se menciona la elaboración de proyectos de informática educativa. La Práctica Supervisada establece una experiencia educativa en el aula.

En la UMCC se evidencia bastante vinculación hacia la gestión de aula. Se establece algo relacionado con ello en varios cursos; por ejemplo:

- El curso *Evaluación educativa* se plantea el contacto real del estudiante con la población, examinando elementos teóricos en el contexto real, y como parte de la evaluación se propone la elaboración de un instrumento, pero no parece que se aplique (se propone elaborar el instrumento, pero en la evaluación del curso no se indica si éste debe ser o no aplicado en el aula).
- En *Investigación y aprendizaje* se pretende desarrollar un trabajo acerca de un problema educativo real suscitado en un aula. La Práctica Supervisada establece una experiencia educativa en el aula.

- En el curso *Ambientes de aprendizaje y motivación* se menciona el diseño e implementación de una lección.
- En el *Taller elaboración de materiales didácticos* se elaboran materiales y se diseña una secuencia didáctica completa.

Por otra parte, esta última universidad hay un curso denominado *Taller de simulación docente* que está dedicado al planeamiento integral de una clase de matemáticas. Se establece que cada estudiante prepara una clase, considerando los diversos componentes, luego realiza la simulación de la clase. La lección que se debe preparar integra temas de alguno de los cursos estudiados durante la carrera. Dado que la preparación de la lección debe seguir los parámetros establecidos por el programa de estudios del MEP, se infiere que actualmente se deberían utilizar los programas actuales.

Adecuación de contenidos a los programas nacionales

UAM

Los cursos *Estadística y probabilidades* y *Estadística inferencial* de la carrera de enseñanza de la matemática de la UAM tratan temas de estadística y probabilidad. Estos cubren suficientemente los conocimientos que requiere el programa de estudios de matemáticas del MEP. También hay un curso que trata esta temática a nivel de licenciatura.

Uno de los temas del curso *Geometría I* son las transformaciones en el plano y la simetría.

En el curso de *Geometría II* hay un tema de Geometría Analítica, que puede resultar útil al futuro graduado para abordar apropiadamente los conocimientos que al respecto demanda el programa de matemáticas del MEP.

Hay un curso de *Historia de las Matemáticas*, y también se menciona la historia en al menos otros dos cursos. Sin embargo, no se evidencia en la documentación la existencia de secciones pedagógicas en estos cursos. Tampoco se observa la posibilidad de construcción mediante la historia de capacidades y aprendizajes de matemáticas en el aula.

Dos cursos de la UAM tratan de tecnología: *Paquetes computacionales* y *Aplicación de paquetes computacionales a la enseñanza de la matemática*. El primero parece muy técnico y el segundo se relaciona con la enseñanza de las matemáticas. En general no se observa explícitamente que haya secciones pedagógicas en estos cursos.

En general la evaluación que se propone para los diversos cursos es de tipo tradicional basada primordialmente en pruebas escritas. Algunos de ellos mencionan la realización de un proyecto pero no queda clara la naturaleza de tal proyecto.

Dada la fecha de los documentos, la bibliografía se muestra desactualizada. Hay poca referencia a documentos del MEP, lo cual parece inapropiado aun para el momento en que los programas de esta carrera fueron escritos.

La sección sobre metodología que aparece en las descripciones de las asignaturas es vaga y no da una idea cabal sobre lo que en realidad se propone. No hay evidencia de que se emule de alguna manera la resolución de problemas.

UISIL

La carrera de enseñanza de la matemática de la UISIL ofrece dos cursos en los que se tratan temas de estadística y probabilidad, con los cuales la preparación en estos temas que recibirían los futuros docentes sería suficiente para implementar el programa de estudios de matemáticas del MEP.

En el curso *Geometría I* se trata el tema de las transformaciones en el plano y la simetría. En el curso de *Geometría II* se ofrece un tema de Geometría Analítica, que puede ser útil al futuro profesor en la implementación del currículo oficial.

Incluyen un curso de *Historia de las Matemáticas*, la historia y se menciona en otros dos cursos. Sin embargo, no hay evidencia en la documentación de la existencia de secciones pedagógicas en estos cursos, ni tampoco se observa la posibilidad de construcción mediante a historia de capacidades y aprendizajes de matemáticas en el aula.

Hay un curso en el que se trata la tecnología: *Informática Aplicada para la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*. Su objetivo general es analizar las herramientas o paquetes computacionales más utilizados en el área matemática. Sin embargo, no hay secciones pedagógicas en estos cursos.

En general, se propone un evaluación bastante variada tanto en el área matemática como en el área pedagógica: estudio de casos, lecturas, exposiciones, pruebas escritas, proyectos, entre otros. Aunque en las descripciones no queda claro a qué se refieren algunos de estos componentes.

La bibliografía está actualizada al momento en que se escribió el documento. Hay referencia a documentos del MEP. Puede inferirse que en la gestión actual de los cursos se utiliza el programa de estudios vigente actualmente, aunque no se puede saber a cabalidad dada la falta de información sobre dicha gestión.

La sección sobre metodología que aparece en las descripciones de los cursos no es suficientemente clara. Tampoco existe evidencia de que se emule de alguna manera la resolución de problemas como estrategia.

USJ

La carrera de enseñanza de la matemática de la USJ ofrece un curso de estadística y otro de probabilidad, lo que cubre suficientemente las necesidades del programa de estudios de matemáticas del MEP.

En ninguno de los cursos aparecen las transformaciones en el plano.

Hay una asignatura de *Geometría Analítica* que debería servir al futuro profesor para abordar los conocimientos que al respecto solicita el programa de matemáticas del MEP.

No hay ningún curso sobre historia de las Matemáticas pero se mencionan algunos elementos de la historia en varios de los cursos: *Geometría Euclídea*, *Álgebra abstracta*, *Álgebra Lineal I*, *Cálculo Diferencial* y *Cálculo Integral*. Sin embargo, no se evidencia en la documentación la existencia de secciones pedagógicas en estos cursos. ni la posibilidad de construcción mediante la historia de capacidades y aprendizajes de matemáticas en el aula.

Hay dos cursos en el que se trata la tecnología: *Informática aplicada a la educación* e *Informática aplicada para el aprendizaje de la matemática*. En ambos se propone la creación de proyectos educativos.

En general, se propone un evaluación bastante variada, tanto en el área matemática como en el área pedagógica. Por ejemplo, se menciona: estudio de casos, lecturas, exposiciones, pruebas escritas, proyectos, entre otros. Aunque en las descripciones no queda claro a qué refieren algunos de estos componentes.

La bibliografía está actualizada al momento en que se escribió el documento de esta carrera. Hay referencia general a documentos del MEP. Por la temática de algunos cursos puede inferirse que en la gestión actual de los mismos se debería utilizar el programa de estudios aprobado en 2012, aunque no se puede saber con certeza dado que no se tiene información fidedigna sobre tal gestión.

La sección sobre metodología que aparece en las descripciones de las asignaturas es vaga y no da una idea sobre lo que se propone. Tampoco hay evidencia de que se emule de alguna manera la resolución de problemas.

UMCC

La carrera de enseñanza de la matemática de la UMCC ofrece un curso de estadística (*Estadística matemática*) y otro de probabilidad (denominado *Introducción al análisis*). Ambos cubren los conocimientos que necesita el programa de estudios de matemáticas del MEP.

En el curso *Geometría I* aparecen las transformaciones en el plano, aunque desde la perspectiva de las transformaciones lineales. Con esto el futuro docente deberá poder afrontar lo que requieren los programas de estudios del MEP.

El tema de Geometría Analítica no aparece de forma explícita en ningún curso, esto es una deficiencia.

No hay ningún curso sobre historia de las matemáticas, ni se menciona en otros cursos.

Hay tres cursos en el que se trata la tecnología: *Aplicaciones informáticas, Innovaciones educativas y tecnología* y *Tecnología en la enseñanza de la matemática*. El primero es de tipo técnico utilitario (para el estudiante como tal) y los otros dos proponen la creación de proyectos educativos.

En general, se plantea un evaluación bastante variada tanto en el área matemática como en el área pedagógica. Por ejemplo, se menciona: estudio de casos, lecturas, exposiciones, pruebas escritas, proyectos, entre otros.

La bibliografía está actualizada al momento en que se escribió el documento. También hay referencia a documentos del MEP y podría inferirse que en la gestión actual de los mismos se utiliza el programa de estudios aprobado en 2012, aunque no se pueda establecer con certeza.

La metodología en los cursos del área pedagógica es bastante variada, incluye: seminarios, trabajos en grupo, lecturas, discusiones, etc. En todos los cursos del área matemática se incluye dentro de una de las estrategias de aprendizaje “se trabajará con casos (reales o hipotéticos) seleccionados para tratar de solucionarlos activamente mediante situaciones de discusión entre los estudiantes. Con la comprensión del problema, acopio de información y planteamiento de estrategias de solución, los estudiantes aprenderán contenidos y diversos recursos procedimentales, así como estrategias autorreguladoras sobre como afrontar diferentes clases de problemas” (UMCC, 2005, p. 77). Esta estrategia se puede ver como una forma de simular la resolución de problemas en las clases.

Acciones curriculares para apoyar la implementación de los nuevos programas

El director de la carrera de la UAM señala algunas acciones curriculares que se han realizado con el propósito de apoyar la implementación de los nuevos programas de matemáticas. Indican que específicamente se realizan sesiones de análisis de contenido de los nuevos programas. También se incorpora el enfoque de resolución de problemas en la gestión de los cursos de la carrera y en cursos de servicio. Por otra parte, se abordan los contenidos de los cursos a través de habilidades matemáticas y se da prioridad a procesos de resolución, estrategias de mediación y evaluación de tales procesos. No se establece de modo concreto de qué manera se realizan tales acciones (Salazar, 2014)

Acciones extracurriculares para apoyar la implementación de los programas

La UAM señala la coordinación con Asesorías Nacionales de Matemática del MEP para la actualización de los docentes. Además, el seguimiento de los docentes de la carrera en los cursos que imparten.

Acciones que se planean a futuro para apoyar la implementación de los programas

Dado que solamente la UAM respondió el cuestionario enviado por el Estado de la Nación, solo se tiene información al respecto de dicha universidad. Los encargados de la carrera señalan las siguientes acciones:

- Presentación ante el CONESUP de la propuesta de actualización de los planes de estudio de la Carrera Licenciatura y Bachillerato en Ciencias de la Educación con énfasis en la Enseñanza de la Matemática, para su aprobación respectiva.
- Realizar eventos académicos como simposios, talleres y charlas que contribuyan al planteo y resolución de problemas en contextos reales como estrategia metodológica

principal y que favorezcan la contextualización activa como un componente especial, el uso adecuado de tecnologías digitales, la potenciación de actitudes y creencias positivas en torno a la matemática, el uso de la historia de la matemática. (Salazar, 2014, p. 2).

Algunas conclusiones sobre las universidades privadas

Dado que estos programas de estudio fueron escritos hace bastantes años, que no han sufrido una actualización y ante la ausencia de información reciente sobre la gestión de los cursos, no es posible establecer una relación fidedigna entre los programas actuales del MEP y ninguna de estas carreras.

Una conclusión general: en ninguno de los planes de estudio de estas instituciones hay didácticas específicas.

No hay vinculación de lo que se hace en la UAM con el trabajo de aula del futuro graduado, la evaluación evidencia poca conexión con el quehacer del futuro docente en el aula de secundaria, hay carencias en la bibliografía. Sin embargo, el director de la carrera señalan que se están tomando medidas para mejorar esta situación.

Hay alguna vinculación de lo que se hace en la UISIL con el trabajo de aula del futuro graduado, la evaluación que se propone en la descripción de los cursos evidencia alguna conexión con el quehacer en el aula de secundaria, pero aquí también hay carencias en la bibliografía.

Casi no hay vinculación de lo que se hace en la USJ con el trabajo de aula del futuro graduado, hay carencias en la bibliografía.

Si en la UMCC la gestión se realiza en acuerdo con los documentos analizados, se evidencia una buena vinculación de lo que se hace en la universidad con el trabajo de aula del futuro graduado.

Si los contenidos de los cursos que se implementan en la UAM y la UISIL son los mismos que aparecen en la documentación de solicitud de aprobación de la carrera, la preparación ofrecida sería apropiada para trabajar los conocimientos nuevos que aparecen en los programas actuales de matemáticas del MEP.

Ni en la UAM, ni en la UISIL ni en la USJ la mención de la historia de la matemática que se realiza en la documentación permite valorar que el futuro profesor la pueda utilizar como recurso metodológico. Por otra parte, no hay referencia al uso o creación de modelos.

En la USJ los contenidos nuevos que aparecen en los programas de matemáticas del MEP se cubren de manera apropiada, excepto lo que se refiere a transformaciones en el plano. Tampoco es claro que la mención de la historia de la matemática o modelos sea suficiente para que el futuro profesor pueda utilizar historia o tecnología como recurso metodológico.

En la UMCC los contenidos nuevos que aparecen en los programas de matemáticas del MEP se cubren de manera apropiada, excepto lo que se refiere geometría analítica. Pero

en relación con aspectos metodológicos: no hay mención a la historia de la matemática ni al uso o creación de modelos.

Entre las universidades privadas estudiadas, solamente la UAM manifiesta que realiza acciones para colaborar con la implementación de los nuevos programas. De las restantes, no se puede saber si hay algunas acciones realizadas, se realizan o se proyectan a futuro en ese sentido..

La UAM informa que existen acciones importantes que serán realizadas y que permitirán adecuar el perfil de su graduado a los requerimientos de los programas de estudio de matemáticas para la educación media (sin embargo, no hay documentación precisa sobre estas acciones).

Aparte de las debilidades en conocimiento pedagógico de las matemáticas y didácticas específicas, no se puede establecer otro criterio generalizado que aplique a los planes de estudio de todas estas universidades. Sin embargo, esas debilidades aunadas a las carencias particulares que se han señalado expresan la necesidad de que estos programas de formación inicial realicen un fuerte rediseño curricular.

5. Conclusiones y reflexiones

En el mediano y largo plazo, la reforma educativa requerirá de profesionales de gran calidad y sintonizados con los reclamos de estos programas o aquellos que los sustituyan en el futuro. Y es aquí donde las universidades formadoras tienen su mayor responsabilidad histórica. Generar esa calidad no depende solamente de ellas, también del MEP, del Consejo Superior de Educación y del sistema educativo en general; e incluso de voluntades políticas generales. Es por eso que identificar los puntos fuertes y las debilidades de los programas de formación inicial de enseñanza de las matemáticas se vuelve un asunto central para la educación matemática en el país.

En el *Segundo Informe del Estado de la Educación* se concluía la necesidad de realizar un rediseño de los programas de estudio en enseñanza de las matemáticas de las universidades estatales y privadas que se analizaron en ese momento. En el mismo se planteó la relevancia de incorporar con mayor fuerza el conocimiento pedagógico de las matemáticas y didácticas específicas. Los nuevos programas para primaria y secundaria han enfatizado esa necesidad. La conciencia de esto se ha introducido en las universidades estatales (aunque de manera desigual) y aunque aun no han consignado eso en sus programas de estudio lo han hecho de alguna manera en su gestión, aunque no en toda la dimensión que se requeriría. En los años que siguen esta perspectiva podría ser instrumental para ayudar a nutrir cambios curriculares en esas instituciones.

Es crucial también el establecimiento de puentes entre las matemáticas y su enseñanza en las universidades y la acción de aula en las instituciones de educación secundaria de país. Las mediaciones para la acción de aula se deben incluir en la educación superior y no esperar a que éstas se generen espontáneamente en la labor docente. Tanto en los contenidos, los objetivos y ejes curriculares, las competencias, como en su gestión es necesario que se trabaje en fortalecer esa perspectiva. Es una avenida importante

para los programas de estudio y su gestión en las universidades formadoras. Y esto constituye otra importante lección de la experiencia e investigación internacional.

Algunas conclusiones puntuales:

- En general, los programas de las universidades estatales ofrecen formación sobre los contenidos novedosos que incluyeron los nuevos programas del MEP, y no deberían tener dificultades para incorporar los elementos que hicieran falta. Algo similar se podría decir de los programas de las privadas aunque la ausencia de documentación específica de los cursos que se dan (programas de los cursos actualizados, por ejemplo) no permite asegurarlo. Un asunto a trabajar con mayor cuidado es el enfoque con el que se traten estos contenidos, lo que conecta precisamente con la pedagogía específica de las matemáticas.
- La historia de las matemáticas y el uso de la tecnología son parte de todos los programas de las estatales, sin embargo no se observa mucha evidencia de un uso pedagógico de estos elementos en concordancia con la perspectiva de los programas del MEP, es decir en función de la construcción de aprendizajes de matemáticas (conocimientos y habilidades específicas).
- No todas las privadas incluyen la historia, y en las que lo hacen no se aprecia un uso pedagógico (orientado a la construcción de aprendizajes matemáticos).
- La tecnología se incluye en todas las privadas pero no parece que haya un uso de la misma para la construcción de aprendizajes de conocimientos y habilidades matemáticas. La ausencia de mayor documentación también impide saber si algo de eso se da en su gestión de aula.

Con base en las acciones y actitudes positivas que se perciben en la mayoría de las universidades estatales es posible suponer que, en los siguientes años, una colección de egresados de estas instituciones en la Enseñanza de las Matemáticas podría reforzar las acciones que despliega el país para que el nuevo currículo se desarrolle efectivamente en las aulas de la secundaria. Este es un punto de partida de gran importancia.

En cuanto a las universidades privadas estudiadas, no es posible valorar si han realizado, realizan o tienen en proyecto realizar acciones que empaten con los reclamos de los programas oficiales de matemáticas ni con aquellos hallazgos presentes en la experiencia e investigación en educación matemática tanto internacional como nacional. Y por eso mismo no se puede establecer si el país puede esperar que de sus aulas emerjan profesionales con la preparación adecuada para implementar este currículo.

La ausencia de información detallada y disponible sobre los quehaceres de las universidades privadas en cuanto a la enseñanza de las matemáticas, constituye una tremenda debilidad de la formación inicial que ofrece el país en esta disciplina. Con estas instituciones no solo se ha tenido la limitación de no poder contrastar en su práctica directa si se implementan los contenidos y objetivos declarados en sus planes de estudio, sino que no se ha podido disponer de documentación sobre los cursos que efectivamente imparten que permitiera correlacionar los mismos con esos planes de estudio y con las necesidades del currículo oficial de matemáticas para la educación secundaria.

Este asunto se torna más preocupante cuando se examinan los datos de bachilleres y sobre todo los de licenciados que ofrecen todas estas instituciones (no solo las

estudiadas en esta investigación), que superan en mucho el número de los graduados en las universidades estatales. Entre 2008 y 2012 las privadas graduaron 538 bachilleres y 491 licenciados. Las estatales respectivamente: 490 bachilleres y 122 licenciados.

Y existen evidencias de que la preparación aportada por algunas de estas instituciones es insuficiente, como consigna MEP, Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad Educativa (2011, p. 28). De los docentes con grado de licenciatura que hicieron una prueba diagnóstica para matemática que aplicó el MEP en el 2010, aquellos de las universidades estatales superaron el promedio obtenido por todos, docentes de 3 de las privadas superaron ligeramente ese promedio, y 7 de las privadas no lo superaron y algunas con variación incluso de una desviación estándar (pp. 18-19).

El país está ante una situación delicada: una masiva afluencia de graduados de instituciones de las cuales no se sabe la calidad de su preparación, y donde las evidencias que existen señalan debilidades. Mientras tanto, el sistema de contratación del MEP permite que no haya controles adecuados para asegurar calidad y pertinencia profesional. ¿Implicaciones? Estas condiciones de sostenerse aun por más años solo pueden asegurar serios obstáculos para el progreso educativo nacional.

Existen algunos mecanismos que le podrían permitir al país verificar y asegurar que la legión de profesionales que preparan las universidades, estatales y privadas, y aquellos ya en servicio, posea las condiciones de calidad y pertinencia que demanda el progreso de la enseñanza de las matemáticas. En ese sentido:

- Los procesos de acreditación universitaria han sido importantes pero hasta ahora han resultado insuficientes. Se podría explorar la experiencia de hacer obligatoria la acreditación de carreras en educación.
- También podrían explorarse mecanismos universitarios y nacionales que permitan una selección de los postulantes a las carreras educativas.
- Finalmente: resultaría conveniente el debate nacional sobre las pruebas de idoneidad profesional para la contratación de docentes en el MEP, especialmente para ingresar en propiedad. Para esto último, es importante que el MEP establezca un perfil del docente de matemáticas, pues es el empleador. Todavía hay tiempo para apoyarse en instrumentos que permitan apuntalar la calidad profesional dentro de la legión de docentes de que dispone el país, pues más de un 58,8% por ciento de los docentes en secundaria son aun interinos (Estado de la Educación, CONARE, 2014, p.19). En la ruta de elaborar una estrategia pertinente y razonable que desemboque en pruebas para la contratación profesional, se podría pensar en un nuevo diagnóstico (en el 2016) como el que se hizo en el 2010 a los docentes de matemáticas, pero en esta oportunidad con base en los nuevos programas (y donde no sean evaluados solo contenidos matemáticos).
- De igual manera, de una forma estratégica, resultaría conveniente explorar un sistema que mejore la evaluación del desempeño profesional en el sistema educativo. Este tema sin duda atizaría la polémica nacional, pero es un debate crucial para el desarrollo de la educación nacional.

Estos temas son del sistema educativo en general, pero afectan de una manera especial la enseñanza de las matemáticas y la implementación curricular.

Aun si se materializan las acciones correctas en las universidades estatales, que son las instituciones de las que tenemos información, surge la pregunta: ¿cuándo entrarán en las aulas de la secundaria costarricense nuevos profesionales formados adecuadamente? Los ritmos en que se desarrollan cambios y acciones en estas instituciones de educación superior no parecen corresponder enteramente a aquellos de las necesidades nacionales. Si bien los frutos de la reforma de la educación matemática que se realiza se obtendrían en el mediano y largo plazo, existe un reclamo nacional para que la acción de aula mejore con mayor prontitud. Será necesario mostrar avances que permitan al país no retroceder en lo que constituye el cambio más significativo en la historia reciente de la enseñanza de las matemáticas en el país y que podría servir de pivote para otros cambios en la educación en su conjunto.

Esto posee implicaciones muy claras para el país: durante un periodo de varios años todo apunta a que el país se concentre especialmente en procesos de capacitación a docentes en servicio, así como a brindar múltiples recursos para la práctica educativa y dar continuidad a las acciones desplegadas hasta ahora. Aquí el MEP posee la mayor responsabilidad pero las universidades, sobre todo estatales, como se ha señalado ya, pueden colaborar en esos procesos.

6. Referencias y bibliografía

- An, S., Kulm, G. & Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school, mathematics teachers in China and the US. *Journal of Mathematics Teacher Education*, Springer.
- Araya, J. A. (2014). Entrevista por escrito al Encargado del Programa de Enseñanza de la Matemática de la Universidad Estatal a Distancia, para el V Informe del Estado de la Educación. Programa Estado de la Nación: Costa Rica.
- Ball, D., Thames, M. & Phelps, G. (2008, Nov.-Dec.). Content Knowledge for Teaching, What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, vol. 59 no. 5 389-407.
- Barber, M. & Mourshed, M. (2007). How the Worlds Best-Performing School Systems Come Out On Top, McKinsey & Company, Social Sector Office. Recuperado de http://www.mckinsey.com/client-service/social_sector/our_practices/education/knowledge_highlights/best_performing_school.aspx
- Boaler, J. (Ed.) (2000). *Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning*. Ed.: Praeger.
- Doerr, H. M. & Wood, T. (2004). International perspectives on the nature of mathematical knowledge for secondary teaching: progress and dilemmas. En *Proceedings of the 28th Conference of the International group for the Psychology of Mathematics Education*.
- Estado de la Educación, CONARE (2014). *Exploración de diferencias territoriales y determinación de oportunidades para mejorar el rendimiento educativo en secundaria. Documento de Avance*. Costa Rica: autor.
- Espeleta, H. y Zamora, W. (2014). Entrevista por escrito al Departamento de Secundaria de Formación Docente UCR, para el V Informe del Estado de la Educación. Programa Estado de la Nación: Costa Rica.
- Even, R. (2004). Contribución escrita, en Doerr y Wood, International perspectives on the nature of mathematical knowledge for secondary teaching: progress and dilemmas. *Proceedings of the 28th Conference of the International group for the Psychology of Mathematics Education*.
- Gamboa, R. (2014a). Entrevista por escrito al Director de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional, para el V Informe del Estado de la Educación. Programa Estado de la Nación: Costa Rica.
- Gamboa, R. (2014b). Documentación adicional aportada por el Director de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional para el V Informe del Estado de la Educación. Programa Estado de la Nación: Costa Rica.
- Grossman, P. L., Wilson, S. M., & Shulman, L. S. (1989). Teachers of substance: subject matter knowledge for teaching. En M. C. Reynolds (Ed.), *Knowledge Base for the beginning Teacher* (pp. 23-36). Oxford: Pergamon Press.
- Hill, H., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371.
- Instituto Tecnológico de Costa Rica (2013). Malla curricular actualizada. Cartago: autor.

- Instituto Tecnológico de Costa Rica (2014). Programa de los cursos (cartas al estudiantes): Taller de multimedia, Taller de Software de aplicaciones, Taller de Software didáctico, Psicología del desarrollo, Teorías psicopedagógicas del aprendizaje, Aprendizaje y didáctica de la matemática, Evaluación del aprendizaje, Introducción a la pedagogía, Metodología de la Enseñanza de la Matemática, Necesidades Educativas Especiales en la enseñanza de la Matemática, Planeamiento didáctico, Práctica Docente, Álgebra Lineal, Álgebra, Cálculo y Análisis I, Cálculo y Análisis II, Cálculo y Análisis III, Ecuaciones diferenciales, Fundamentos de Matemática I, Fundamentos de Matemática II, Geometría I, Geometría II, Matemática Discreta, Métodos estadísticos, Métodos numéricos, Didáctica de las Matemáticas I, Didáctica de las Matemáticas II, Investigación educativa, Teoría de números. Cartago: autor.
- Instituto Tecnológico de Costa Rica (s. f.). Descripción de los cursos: Programación I, Programación II, Taller de multimedia, Taller de Software de aplicaciones, Taller de Software didáctico, Psicología del desarrollo, Teorías psicopedagógicas del aprendizaje, Aprendizaje y didáctica de la matemática, Evaluación del aprendizaje, Introducción a la pedagogía, Metodología de la Enseñanza de la Matemática, Necesidades Educativas Especiales en la enseñanza de la Matemática, Planeamiento didáctico, Práctica Docente, Álgebra Lineal, Álgebra, Cálculo y Análisis I, Cálculo y Análisis II, Cálculo y Análisis III, Ecuaciones diferenciales, Fundamentos de Matemática I, Fundamentos de Matemática II, Geometría I, Geometría II, Matemática Discreta, Métodos estadísticos, Métodos numéricos, Didáctica de las Matemáticas I, Didáctica de las Matemáticas II, Historia de la Matemática, Introducción al Análisis Funcional, Investigación educativa, Taller I programación y algoritmos, Taller II multimedia en matemáticas, Teoría de números. Cartago: autor.
- Instituto Tecnológico de Costa Rica (s. f.). Fundamentación de la carrera. Cartago: autor.
- Isoda, M. & Katagiri, S. (2012). *Mathematical thinking. How to Develop in the Classroom*. Singapore: World Scientific Publishing Co.
- Isoda, M., Stephens, M., Ohara, Y. & Miyakawa, T. (2007). *Japanese Lesson Study in Mathematics. Its impact, diversity and potential for educational improvement*. Singapore: World Scientific.
- Krauss, S., Brunner, M., Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M. & Jordan, A. (2008, August). Pedagogical content knowledge and content knowledge of secondary mathematics teachers. *Journal of Educational Psychology*, Vol 100(3), 716-725. doi: <http://psycnet.apa.org/doi/10.1037/0022-0663.100.3.716>
- Meza, L. G. (2014). Entrevista por escrito al Director de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional, para el V Informe del Estado de la Educación. Programa Estado de la Nación: Costa Rica.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP) (1995a). *Programa de estudios. Primer ciclo. Matemáticas*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (1995b). *Programa de estudios. Segundo ciclo. Matemáticas*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (1995c). *Programa de estudios. Tercer ciclo. Matemáticas*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (1996). *Programa de estudios. Educación Diversificada. Matemáticas*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2001a). *Programa de estudios. Educación Diversificada. Matemáticas*. Costa Rica: autor.

- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2001b). *Programa de estudios. Tercer ciclo. Matemática*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2005a). *Programa de estudios. Educación Diversificada. Matemáticas*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2005b). *Programa de estudios. Tercer ciclo. Matemáticas*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2011a). *Curso bimodal para el Tercer Ciclo: Enfoque de Resolución de problemas. Estadística*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2011b). *Curso bimodal para el Tercer Ciclo: Enfoque de Resolución de problemas. Geometría*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2011c). *Curso bimodal para el Tercer Ciclo: Enfoque de Resolución de problemas.. Números*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP) (2011d). *Curso bimodal para el Tercer Ciclo: Enfoque de Resolución de problemas.. Probabilidad*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2011e). *Curso bimodal para el Tercer Ciclo: Enfoque de Resolución de problemas.. Relaciones y álgebra*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2011f). *Curso bimodal para el Primer Ciclo: Enfoque de Resolución de problemas. Estadística y Probabilidad*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2011g). *Curso bimodal para el Primer Ciclo: Enfoque de Resolución de problemas. Geometría*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP) (2011h). *Curso bimodal para el Primer Ciclo: Enfoque de Resolución de problemas. Números*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP) (2011i). *Curso bimodal para el Primer Ciclo: Enfoque de Resolución de problemas. Relaciones y álgebra*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). *Programas de Estudio Matemáticas. Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. Costa Rica: autor. Recuperado de <http://www.reformamatematica.net/proyecto/docs/programas.pdf>
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Departamento de Evaluación (2009). *Reglamento de Evaluación de los aprendizajes*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Dirección de Gestión y Evaluación de la calidad (2010). Primer informe sobre los resultados de la prueba para los docentes de Matemática. Secundaria. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Dirección de Gestión y Evaluación de la calidad (2011). Factores asociados al rendimiento en la prueba para docentes de Matemática. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013a). *Al-Biruni y la medida del diámetro de la Tierra*. San José, Costa Rica: autor.

- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013b). *Cinco sólidos con una historia interesante*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013c). *¿Cómo se repartían los bienes en el antiguo Egipto?* San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013d). *Ecuaciones de segundo grado en la antigüedad*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013e). *Escher*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013f). *Historia del metro*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013g). *Importancia de la equiprobabilidad*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013h). *Modelación matemática con hoja de cálculo*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013i). *Origen de la teoría de Probabilidades*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013j). *René Descartes y la Geometría Analítica*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013k). *Sitios web*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013l). *Software de geometría dinámica para la Educación Primaria*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013m). *Software de geometría dinámica para la Educación Secundaria*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013n). *Uso de la calculadora en la clase de Matemáticas en la Educación Primaria*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013o). *Uso de calculadora científica para la Educación Secundaria*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013p). *Uso de Microsoft Excel en los análisis estadísticos*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013q). *Uso de Microsoft Excel en los análisis estadísticos para Educación Secundaria*. San José, Costa Rica: autor.

- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013r). *Uso de Sitios Web en la Enseñanza Secundaria*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2014m). *Informe técnico sobre la implementación de los programas oficiales de Matemáticas. Con base en acciones desarrolladas por el Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica en la educación primaria y secundaria 2013-2014*. San José, Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2014n). *Resumen ejecutivo del Informe técnico sobre la implementación de los programas oficiales de Matemáticas. Con base en acciones desarrolladas por el Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica en la educación primaria y secundaria 2013-2014*. San José, Costa Rica: autor.
- Morales, L. C. (2014). Entrevista por escrito al Director del Departamento de Educación Secundaria de la Escuela de Formación Docente de la Facultad de Educación de la Universidad de Costa Rica, para el V Informe del Estado de la Educación. Programa Estado de la Nación: Costa Rica
- Murillo, J., García, M., & Ramírez, H. (2014). Entrevista por escrito a la División de Educología de la Universidad Nacional, para el V Informe del Estado de la Educación. Programa Estado de la Nación: Costa Rica.
- OECD (2010). *Pisa 2009 results: What Students Know and Can Do – student performance in reading, mathematics and science* [Vol. I]. Recuperado de <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/48852548.pdf>
- OECD (2014), *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science* (Volume I, Revised edition, February 2014), PISA, OECD Publishing. Recuperado de <http://dx.doi.org/10.1787/9789264201118-en>
- Programa Estado de la Nación (2005). *Decimoprimer informe Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible..* San José, Programa Estado de la Nación.
- Programa Estado de la Nación (2008). *Segundo Informe Estado de la Educación*. San José, Programa Estado de la Nación.
- Programa Estado de la Nación (2013). *Cuarto Informe Estado de la Educación*. San José, Programa Estado de la Nación.
- Protti, O. & Murillo, S. (2014). Entrevista por escrito a O. Protti, Directora de la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica, y a S. Murillo, Directora del Departamento de Enseñanza de la Matemática, para el V Informe del Estado de la Educación, DEM-529-14, 26 de agosto del 2014. Programa Estado de la Nación: Costa Rica.
- Ruiz, A. (2006). *Universalización de la Educación Secundaria y Reforma Educativa*, San José, Costa Rica: EUCR-CONARE.
- Ruiz, A. (2010). Conocimientos y currículo en la Educación Matemática. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 6. Recuperado de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6925/6611>
- Ruiz, A. (2011). La lección de matemáticas a través de estudios internacionales con videos. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8. Recuperado de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6950/6636>

- Ruiz, A. (2013). Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica y perspectiva de la praxis. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, Número especial. Recuperado de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/issue/view/1186>
- Ruiz, A., Barrantes, H. & Gamboa, R. (2009). *Encrucijada en la enseñanza de las Matemáticas: la formación de educadores*. Cartago, Costa Rica: Editorial Tecnológica de Costa Rica.
- Salazar, C. (2014). Entrevista por escrito al encargado de la carrera de la Universidad Americana, para el V Informe del Estado de la Educación. Programa Estado de la Nación: Costa Rica.
- Schleicher, A. (2012), Ed., *Preparing Teachers and Developing School Leaders for the 21st Century: Lessons from around the World*, OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264xxxxx-en>
- Segall, A. (2004). Revisiting pedagogical content knowledge: The pedagogy of content/the content of pedagogy. *Teaching and Teacher Education*, 20(5), 489-504.
- Shulman, L. S. (1986, Feb.). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, Vol. 15, No. 2, pp. 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review* (1), 163-196). La versión que usamos es una traducción española en *Profesorado. Revista de currículo y formación del profesorado*, 9, 2 (2005).
- Shulman, L. S. (2004). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. En L. S. Shulman (Ed.), *The wisdom of practice: Essays on teaching, learning, and learning to teach*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Superfine, A. & Li, W. (2014). Exploring the Mathematical Knowledge Needed for Teaching Teachers *Journal of Teacher Education* September 1, 2014 65: 303-314
- Universidad Americana (1997). *Resumen ejecutivo de la solicitud de autorización para impartir la carrera de Bachillerato en Ciencias de la Educación con énfasis en la Enseñanza de la Matemática*. San José: autor.
- Universidad Americana (2001). *Solicitud de autorización para impartir la carrera de Licenciatura en Ciencias de la Educación con énfasis en la Enseñanza de la Matemática*. San José: autor.
- Universidad de Costa Rica (2013). Cartas al estudiante de los siguientes cursos: Fundamentos de Didáctica, Metodología de la Enseñanza de la Matemática, Experiencia docente en Matemática, Teoría de la Educación, Investigación para el mejoramiento del aprendizaje, Introducción a la pedagogía, Seminario en Enseñanza de la Matemática, Principios de Currículum, Métodos de Investigación educativa, Lenguaje matemático, Currículum en Matemática, Investigación en la enseñanza de la Matemática, Seminario en la Enseñanza de la Matemática, Análisis cuantitativo paramétrico en educación, Planeamiento y desarrollo curricular, Laboratorio de Matemática I, Álgebra y Análisis I, Álgebra y Análisis II, Ecuaciones diferenciales para la enseñanza, Introducción al Análisis II, Computación y Métodos Numéricos, Introducción a la Variable compleja, Historia de la matemática. San José: autor.
- Universidad de Costa Rica (2014). Cartas al estudiante de los siguientes cursos: Matemática de Ingreso, Principios de Matemática I, Álgebra y Análisis I, Geometría I, Laboratorio de Matemática II, Seminario Resolución de Problemas, Álgebra y Análisis II, Geometría y Álgebra lineal, Álgebra para la enseñanza, Principios de Estadística Matemática, Teoría de los Números, Geometría Analítica, Principios de Análisis I, Introducción a la Topología. San José: autor.

- Universidad de San José (1999). *Bachillerato en ciencias de la educación con concentración en la Enseñanza de la Matemática en el III ciclo y Diversificado*. San José: autor.
- Universidad Estatal a Distancia (2012a). *Plan de estudios. Profesorado y Bachillerato en Enseñanza de la Matemática*. San José: autor.
- Universidad Estatal a Distancia (2012b). *Propuesta. Licenciatura en Enseñanza de la Matemática*. San José: autor.
- Universidad Estatal a Distancia (2014). Orientaciones de los cursos: Geometría Euclídea I, Álgebra Lineal, Cálculo superior, Elementos básicos de psicología del adolescente, Álgebra y funciones, Cálculo diferencial, Geometría Euclídea II, Análisis Real, Ecuaciones diferenciales, Didáctica específica de la Matemática I, Didáctica específica de la Matemática II, Métodos numéricos, Probabilidad y estadística matemática, Historia y Filosofía de las Matemáticas, Currículo para la Educación Matemática, Recursos didácticos para la enseñanza de la Matemática, Herramientas básicas de investigación, Variable compleja, Fundamentos filosóficos para la educación matemática, Psicopedagogía en la enseñanza de las Matemáticas, Lógica y teoría de conjuntos, Álgebra moderna, Topología, Cálculo Integral, Matemáticas discretas, Matemáticas a través de la historia, Herramientas multimediales I. San José: autor.
- Universidad Internacional San Isidro Labrador (2007). *Respuesta audiencia solicitud de autorización para impartir la carrera de Bachillerato y Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática*. San José: autor.
- Universidad Metropolitana Castro Carazo (2005). *Solicitud de autorización para impartir el bachillerato en la Enseñanza de la Matemática con énfasis en el III ciclo y Educación Diversificada*. San José: autor.
- Universidad Nacional (2005). *Plan de estudios carrera de bachillerato y licenciatura en la enseñanza de la Matemática con salida lateral al profesorado*. Heredia: autor.
- Universidad Nacional (2014). Cartas al estudiante de los siguientes cursos: Geometría Euclídea I, Matemática fundamental II, Lógica y teoría de conjuntos, Álgebra lineal, Cálculo I, Estadística y probabilidades, Álgebra abstracta, Ecuaciones diferenciales, Métodos numéricos, Investigación cuantitativa, Teoría de números, Currículo y planeamiento didáctico para el aprendizaje de la matemática, Desafíos didácticos en la práctica docente, Didáctica crítica para la enseñanza de la Matemática, Didáctica para el aprendizaje de las Matemáticas, Evaluación de los aprendizajes para la enseñanza de la Matemática, Investigación cualitativa innovación y producción educativa, Recursos didácticos para el aprendizaje de la Matemática. Heredia: autor.

7. Anexo

Comparación de contenidos entre los programas de matemáticas del 2005 y del 2012 (educación secundaria)

A continuación se proporcionan tablas comparativa entre el programa anterior de Matemáticas (2005) y el nuevo programa (2012). Se presenta una tabla para cada uno de los años lectivos de séptimo undécimo. En cada caso se incluye los conocimientos que se desarrollan en ambos programas y por área. En la primera columna aparecen las áreas, en la segunda se dan los conocimientos comunes a ambos programas en el nivel y área correspondiente, en la tercera los que están en el programa anterior y no en el nuevo en dicho nivel y área y en la cuarta columna los que están en el programa nuevo en el nivel correspondiente y no aparecen ahí en el anterior (aunque no necesariamente son conocimientos distintos a los que incluía el programa 2005, pues se trata en muchas ocasiones de traslados).

Sétimo año

Áreas	Comunes	Conocimientos ⁷	
		Anterior (2005)	Nuevo (2012)
Números ⁸	Números enteros: operaciones, orden, potencias (propiedades), simplificación. ⁹	Números racionales: operaciones, orden, potencias (propiedades), simplificación.	Operaciones con números naturales. Teoría de números. Raíces de enteros con resultado entero.
Geometría	Conceptos básicos. Ángulos determinados por dos rectas paralelas y una transversal. Desigualdad triangular. Teorema de la suma de las medidas de los ángulos de un triángulo. Cuadriláteros (suma de ángulos internos).	Rectas notables de un triángulo. Alturas, medianas, mediatrices, bisectrices. Incentro, circuncentro, baricentro.	Elementos de las figuras tridimensionales. Geometría analítica: sistema de coordenadas, puntos, punto medio, puntos interiores y exteriores de una figura cerrada.
Relaciones y álgebra		Cálculo de un término desconocido de una expresión dada.	Ley de formación de una sucesión. Proporcionalidad directa, inversa. Diversas representaciones. ¹⁰
Estadística y probabilidad			Cuadros, gráficas y otras representaciones. Unidad estadística, variables, población, muestra. Dato cuantitativo, cualitativo. Experimentación e interrogación. Tablas. Moda, media aritmética, máximo, mínimo, recorrido

⁷El esquema de objetivos en el que se basaban los programas 2005 obligaba a que éstos fueran estudiados en clase uno por uno. Por el contrario, la propuesta metodológica de los programas 2012 mediante habilidades, promueven que éstas se desarrollen de manera integrada; es decir, varias habilidades pueden ser introducidas mediante una sola actividad. Esto implica que hay mayores posibilidades con el nuevo programa de optimizar el tiempo efectivo de clase.

⁸El tema de Teoría de Números que aparece en el programa 2012 es introductorio y aparecía en sexto de primaria en el programa anterior.

⁹Aunque se incluye las propiedades, en el nuevo programa no se estudian las caracterizaciones de estos números mediante conjuntos.

¹⁰Algunos de estos conceptos han sido estudiados poco a poco desde la primaria.

Octavo año

Áreas	Comunes	Conocimientos	
		Anterior (2005)	Nuevo (2012)
Números ¹¹			\mathbb{Q} : operaciones (propiedades), orden, simplificación. Raíces n -ésimas de un número racional.
Geometría ¹²	Congruencia y semejanza de triángulos. Teorema de Thales. Teorema de la paralela media.	Simetría axial.	Homotecias. Pirámide: base, caras laterales, altura, apotema, ápice o cúspide, secciones planas. Prisma recto: caras laterales, bases, altura, secciones planas.
Relaciones y álgebra ¹³	Variables ¹⁴ , expresiones algebraicas, monomios, binomio, trinomio, polinomio. Operaciones. Productos notables. Ecuación de primer grado una incógnita en \mathbb{Q} .		Función lineal. Relación función lineal – ecuación lineal.
Estadística y probabilidad	Población, muestra, variable y datos estadísticos. Distribuciones de frecuencia absoluta y frecuencia relativa. Tablas y gráficas. Media aritmética. Mediana. Moda.		Máximo, mínimo, recorrido. Situaciones aleatorias y deterministas. Espacio muestral, puntos muestrales. Eventos simples, compuestos, seguros, probables e imposibles. Probabilidad de un evento (cálculo).

¹¹El área de Números no aparece en forma explícita en el programa 2005, el tema de números racionales que introduce el programa 2012 en ese nivel, aparece en sétimo en el programa 2005, de modo que aquí no se agrega en realidad nada nuevo.

¹²El programa nuevo propone la introducción de la congruencia y semejanza a partir de la homotecia, metodológicamente esto implica una comprensión global de los conceptos involucrados y se requiere de menos tiempo que el utilizado al introducir tales conceptos de la manera tradicional en que aparecían en los programas 2005.

¹³En cuanto a la operatoria con expresiones algebraicas, el programa 2005 proponía la realización de largas cadenas de operaciones; en contraposición, el programa 2012 propone más la comprensión conceptual y establece que no es necesario trabajar con operaciones muy complejas para lograr este cometido.

¹⁴Estas nociones ya han sido trabajadas desde la primaria, por lo que resultan más fáciles de enseñar en este nivel.

Noveno año

Áreas	Comunes	Conocimientos	
		Anterior (2005)	Nuevo (2012)
Números	\mathbb{I} , \mathbb{R} : relación de orden, representación en la recta numérica.	Valor absoluto. Completitud de \mathbb{R} . Infinitud, continuidad. Intervalos. Potencias. Radicales.	Estimar el valor de una raíz de un número entero. Representación de cantidades muy grandes y muy pequeñas usando los prefijos del SIM.
Geometría	Teorema de Pitágoras. Trigonometría en el triángulo rectángulo. Seno, coseno, tangente, ángulos complementarios. Ángulo de elevación y depresión. Ley de senos.	Triángulos rectángulos especiales. Fórmula de Herón.	Distancia entre dos puntos en el plano cartesiano. Pirámide: apotema, área lateral, área total. Área lateral y total de un prisma recto.
Relaciones y álgebra ¹⁵	Expresiones algebraicas, operaciones. Potencias y radicales, racionalización.	Inecuaciones lineales con una incógnita.	Función y ecuación cuadrática.
Estadística y probabilidad	Frecuencia absoluta y relativa. Histogramas. Polígono de frecuencias absolutas y relativas.		Propiedades de las probabilidades. Frecuencia relativa como una aproximación al concepto de probabilidad, en eventos en los cuales el espacio muestral es infinito o indeterminado.

¹⁵La misma observación de la nota anterior.

Décimo año

Áreas	Comunes	Conocimientos	
		Anterior (2005)	Nuevo (2012)
Geometría	Rectas paralelas y perpendiculares (en forma analítica).		Circunferencia (representación algebraica): puntos interiores y exteriores, rectas secantes, tangentes y exteriores. Polígonos: perímetro, área, ángulos internos y externos, apotema, radio. Esfera: radio y diámetro. Cilindro circular recto: superficie lateral, bases, altura, radio y diámetro. Secciones planas. Elipses (reconocimiento).
Relaciones y álgebra	Funciones. Función lineal. Función cuadrática. Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.	Ecuaciones cuadráticas. Polinomios. Factorización. Simplificación de expresiones algebraicas fraccionarias. Operaciones. Concepto de función. Función inversa y ecuaciones exponenciales. Funciones y ecuaciones logarítmicas.	Conjuntos numéricos: unión, intersección, intervalos, complemento. Composición de funciones.
Estadística y probabilidad			Gráficas, tablas, moda, media aritmética, mediana, cuartiles, máximo y mínimo. Ubicación aproximada de las medidas de posición de acuerdo con el tipo de asimetría de la distribución de los datos. Media aritmética ponderada. Unión, intersección, complemento en un experimento aleatorio. Eventos mutuamente excluyentes. Reglas básicas (axiomas) de las probabilidades.

Undécimo año

Áreas	Comunes	Conocimientos	
		Anterior (2005)	Nuevo (2012)
Geometría		<p>Círculo y circunferencia: circunferencias concéntricas, circunferencias tangentes interiores, circunferencias tangentes exteriores, circunferencias secantes. Relaciones entre radios y tangentes, entre cuerdas. Relaciones métricas entre ángulos del círculo y el arco que respectivamente intersecan. Áreas y perímetros del anillo o corona circular, del sector circular y del segmento circular. Polígonos regulares: ángulo central, ángulo interno, ángulo externo, apotema, radio diagonales. Cubo, cilindro circular recto, prisma recto, pirámide regular, cono circular recto, esfera. Área y volumen. Fórmulas para el cálculo del volumen de un cuerpo geométrico o de la unión o complemento de dos o más de ellos. Simetría. Traslaciones.</p>	<p>Homotecias. Reflexiones. Rotaciones. Elementos de un cono, secciones planas de un cono. Elipses, parábolas, hipérbolas.</p>
Relaciones y álgebra		<p>Funciones trigonométricas. Ángulos, arcos, radianes, grados. Ángulos en posición standard, ángulos positivos y negativos. Circunferencia trigonométrica. Seno, Coseno, Tangente, Cotangente Secante, Cosecante. Variación de los signos de las funciones trigonométricas. Gráficas. Identidades trigonométricas. Ecuaciones trigonométricas.</p>	<p>Función inversa. Funciones y ecuaciones exponenciales.¹⁶ Funciones y ecuaciones logarítmicas. Modelación.</p>
Estadística y probabilidad			<p>Variabilidad. Recorrido intercuartílico, variancia, desviación estándar. Diagramas de cajas. Estandarización, coeficiente de variación.</p>

¹⁶Estas funciones exponenciales y logarítmicas estaban en el programa 2005 en décimo año. Es decir, en el programa 2012 no constituyen conocimientos nuevos.