P-991

EL DIAGRAMA DE MARLO, UNA ALTERNATIVA PARA TRABAJAR LA INTELIGENCIA LÓGICO MATEMÁTICA

Marcos Bautista López Aznar
Pensamosdistintorazonamosigual@gmail.com
Universidad de Huelva. España

Núcleo temático: II La Resolución de Problemas en Matemáticas.
Modalidad: P
Nivel educativo: terciario o bachillerato (16 a 18 años).
Palabras clave: Inteligencia lógica, lógica, competencia matemática, pensamiento crítico.

Resumen

El Diagrama de Marlo supone una nueva perspectiva en la didáctica del razonamiento que, siendo formalizable, integra la incertidumbre como parte de los procesos argumentativos. Es producto de años de investigación teórica y aplicación práctica en el aula con muy buenos resultados, porque se basa en los procesos naturales de análisis y síntesis que emplean los sistemas cognitivos para generar inferencias. Así reconcilia la lógica con el sentido común.

Se presentan los fundamentos del Diagrama de Marlo, una herramienta alternativa en la didáctica del razonamiento que puede ser utilizada progresivamente desde edades tempranas en el desarrollo de la inteligencia lógico matemática. Se pretende dar difusión entre la comunidad docente al resultado de años de investigación colaboradora con el alumnado y profesorado de mi centro, especialmente de matemáticas, con grupos de trabajo encaminados a dar soporte visual y tangible a las inferencias.

Formalizar el grado de certeza y la información implícita

Para poder anticipar y comunicar sus expectativas los sistemas cognitivos codifican las relaciones entre variables estableciendo si parte o la totalidad de una variable se relaciona con parte o la totalidad de otra. Así pueden determinar en qué medida es razonable esperar la presencia o ausencia de una variable a partir de otras. En el diagrama, se llama variable a cada una de las divisiones con las que una escala nos permite clasificar estímulos respecto a su grado de ajuste a un criterio. Por economía, emplearemos sistemas dicotómicos de clasificación: ser o justarse a un criterio y no ser o no ajustarse a un criterio.

Las proposiciones expresan de forma explícita en qué medida es razonable esperar B a partir de A. Pero también de forma implícita expresan en qué medida es razonable esperar A a partir de B. Además, las relaciones entre A y B pueden ser expresadas con distintos grados de certeza subjetiva:

ISBN 978-84-945722-3-4

1. Suposiciones, conjeturas o hipótesis: cualquier combinación bayesiana de variables es posible *a priori. Se trata de* infinitas posibilidades no confirmada ni refutadas por los hechos y se expresarán gráficamente en el diagrama con una interrogación. Ej.: b¬a?= es posible suponer que parte de b se asocie con ¬a.

2. Hechos: señalan presencias y ausencias con las que contar durante una situación en curso. Son interpretaciones de la experiencia socialmente compartidas. Se expresarán en mayúscula. Ejemplo: B¬A= podemos afirmar que está presente B¬A.

3. Teoría: combinación de variables basada en hechos. Señalan expectativas razonables. Pueden tener más o menos evidencias a su favor. Requieren creer en la regularidad del devenir. Las teorías se expresan con minúscula. Ejemplo: b¬a= hemos comprobado que parte de lo que es b se asocia con parte de lo que no es a.

4. Implicaciones teóricas: postulan qué es imposible en base a las teorías aceptadas.

Los hechos se imponen a las teorías y obligan a su actualización permanente. Las teorías se imponen a las suposiciones.

Al expresar gráficamente una proposición en el diagrama, la variable que ejerce la función de sujeto, S, se toma como figura y es situada en el centro de un círculo que representa al conjunto definido por ella. Si la proposición solo asocia al predicado con una parte del sujeto, dividiremos el círculo. Pero si se relaciona a todo el sujeto con el predicado no lo dividimos. Por otra parte, si la variable predicada, P, no se agota necesariamente en el sujeto, la expresaremos gráficamente al margen del círculo de S como posibilidad P?. Sujeto y predicado son funciones intercambiables.

En la figura 1 podemos observar cómo interpretar modelos proposicionales.

ISBN 978-84-945722-3-4

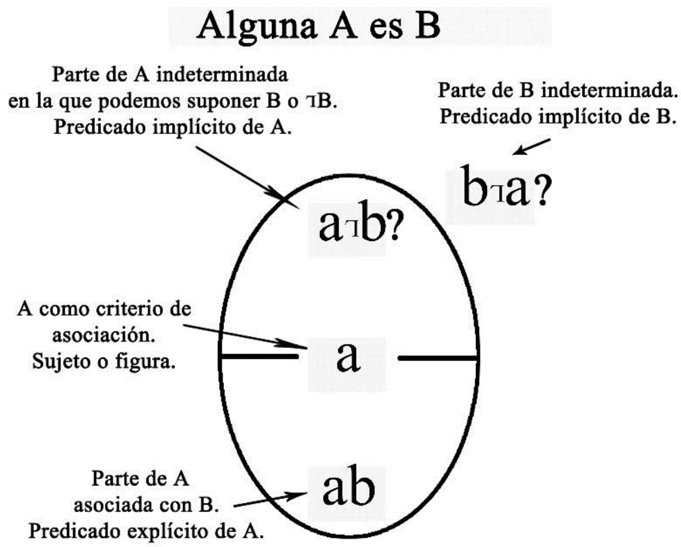


Fig.1. Detalle de un modelo particular-particular

Supongamos que un niño descubre por primera vez que el número 10 es divisible por cinco. *a* =Ser par; *b*= ser divisible por cinco. En ese momento sabe seguro que parte de los números pares es divisible por cinco. Por eso puede escribir ab como teoría confirmada por la evidencia, pero solo en una parte del conjunto A*:* "*Algunos pares son divisibles por cinco*". Sin embargo, no puede afirmar ni negar que el resto de pares sea divisible por cinco. Hay una parte de los pares desconocida e incierta para él respecto a su divisibilidad por cinco. Por eso mantiene la incertidumbre de poder ser no divisible por cinco en la parte superior del modelo de par: a¬b?. Debemos notar que a nivel de conjeturas ab?= a¬b?. Por otra parte, en la mente del niño es posible aún suponer que al margen de los números pares haya números divisibles por cinco. Por eso se expresa el margen del círculo de A que b¬a?.

Insistimos en que a¬b? y b¬a? son conjeturas sin confirmar ni refutar en su sistema de creencias y por ello se mantienen con la interrogación. No importa que en la mente del profesor dichas interrogaciones ya no existan. Hay que advertir que durante la fase de descubrimiento las proposiciones lógicas están abiertas a la incertidumbre. Luego si se afirma que parte de A se asocia con B, la otra parte de A queda incierta: podría ser finalmente A o bien ¬A. Esto no es lo que establecen las reglas de la comunicación cotidiana, conforme a las cuales al afirmar que alguna A es B, afirmamos implícitamente que la otra no lo es.

Los casos de la figura 2 expresan primero las cuatro relaciones elementales que puede comunicar una proposición entre una variable que ejerce de sujeto, S, y una variable que ejerce de predicado, P: 1 bicondicional, 2 condicional, 3 condicional inversa y 4 conjunción. Si luego sustituimos S y

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

P por variables de un sistema dicotómico obtenemos las dieciséis estructuras básicas de la figura 2.

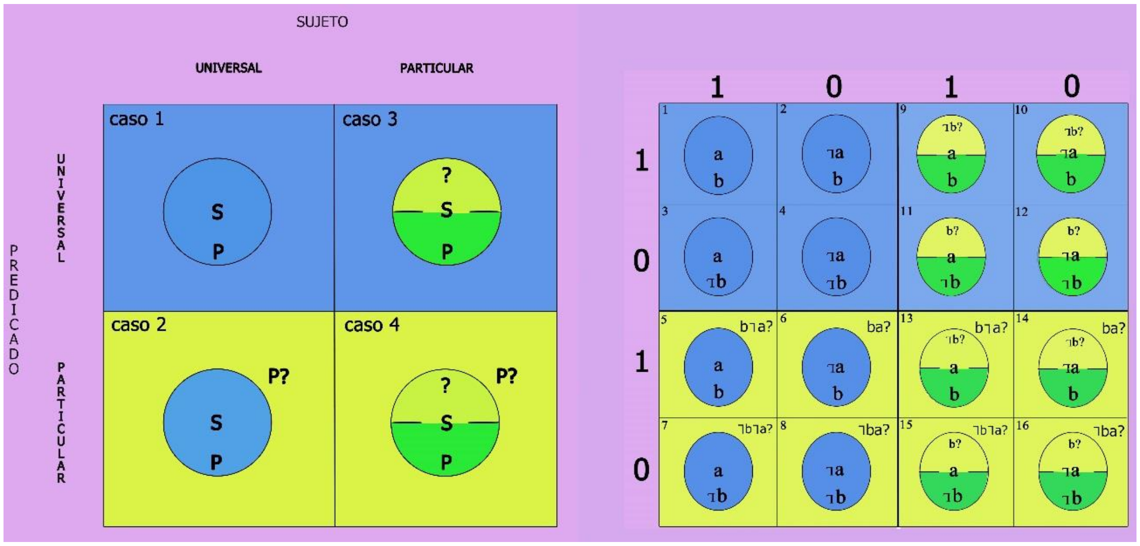


Fig.2. Estructura formal de las proposiciones descriptivas

En los diagramas, azul expresa seguridad, el verde probabilidad y el amarillo incertidumbre.

Caso 1. Bicondicional: *padecer esquizofrenia (S) equivale a tener alucinaciones auditivas imperativas (P*). Al margen de la esquizofrenia no aceptamos la posibilidad de dichas alucinaciones, ni aceptamos dentro de la esquizofrenia la posibilidad de no padecerlas.

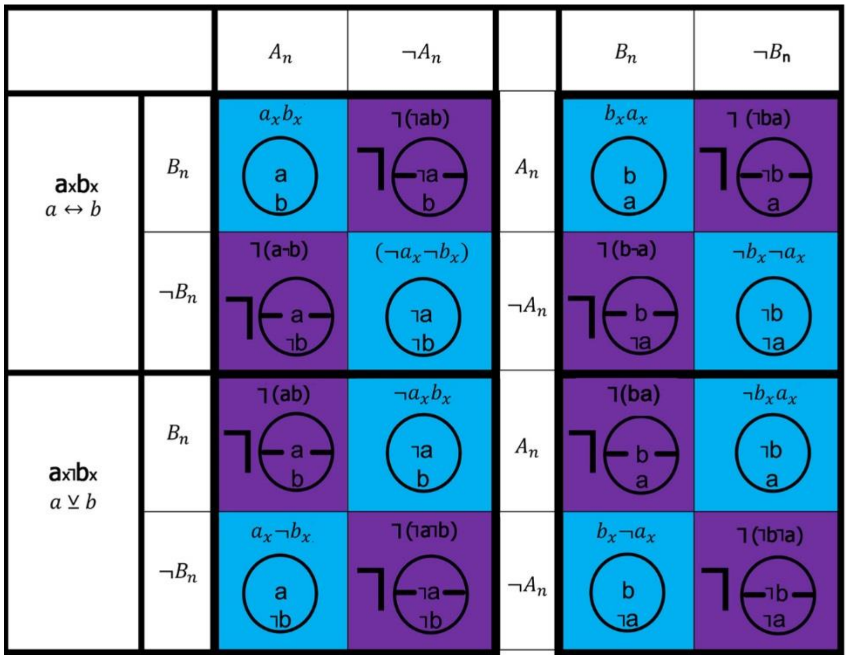
Caso 2. Condicional: Si *padeces esquizofrenia (S) tienes alucinaciones auditivas imperativas (P)*. Ahora podemos suponer alucinaciones auditivas imperativas sin padecer esquizofrenia, posibilidad representada por la P? al margen de S.

Caso 3. Solo: *solo los que padecen esquizofrenia (S) escuchan voces imperativas (P)*. Explícitamente se niega que sea posible escuchar voces sin padecer esquizofrenia, por lo que no hay P al margen del sujeto. También se afirma que es seguro que parte de los que padecen esquizofrenia escuchan voces. Implícitamente se deja abierta la posibilidad de padecer esquizofrenia sin escuchar voces (?).

Caso 4. Conjunción: *Los pacientes con esquizofrenia que conozco (S) escuchan voces imperativas (P)*. Explícitamente expresa que tenemos base para afirmar que alguien con esquizofrenia probablemente escuchará voces y que probablemente alguien que escucha voces padecerá esquizofrenia. No obstante, no eliminamos otras posibilidades, siendo posible la existencia al mismo tiempo de objetos ab y objetos a¬b en el conjunto. De la consideración global de una conjunción surge la disyunción.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Representación y conversión de los conectores



VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

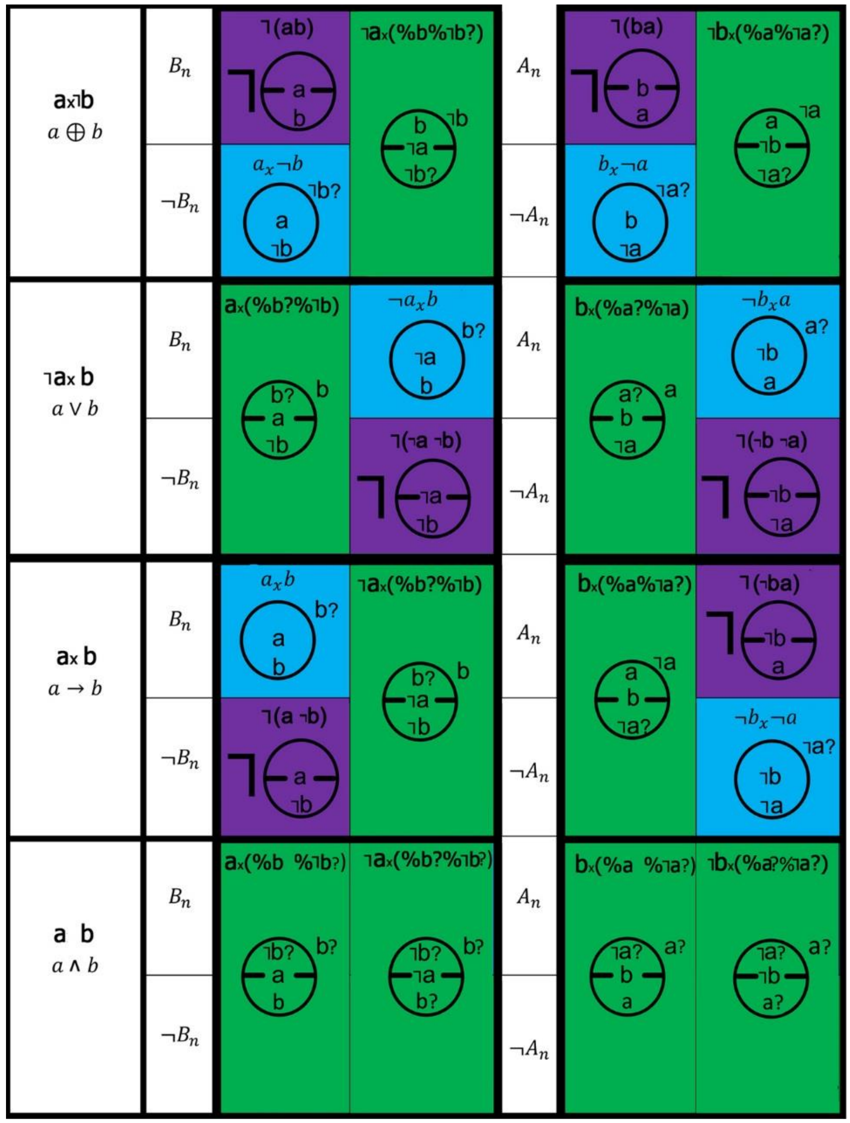


Fig.3. Relaciones expresadas por los conectores. Morado expresa imposibilidad teórica.

Reglas de la síntesis de modelos por identidad.

Las proposiciones que comparten la misma variable sujeto pueden sintetizarse en un único modelo proposicional. Al sintetizar nos encontraremos con dos modelos universales, con dos particulares, o con uno universal y otro particular. Para no incurrir en falacias durante la síntesis tendremos que aplicar los principios elementales de identidad, incertidumbre y distinción, que son la base de las leyes expresadas en la figura 4.

Según el principio de identidad, dos cosas iguales a una tercera son iguales entre sí. Se aprecia claramente en el ejemplo de la identidad total de la citada figura 4.

ISBN 978-84-945722-3-4

Según el principio de incertidumbre, lo que es incierto en las premisas debe permanecer incierto en las conclusiones. Se aprecia en el ejemplo de identidad parcial propuesto en la figura 4: cuando afirmamos en la primera premisa que si tenemos A tenemos B, dejamos abierta la posibilidad incierta de tener B al margen de A. Por eso, al concluir recogimos esa b? que solo permite afirmar como seguro que parte de B se asocia con C. No obstante, puede haber incertidumbre también en la síntesis total y probable.

El principio de distinción nos obliga a separar provisionalmente en un mismo modelo las variables cuando no existe una razón suficiente para asociarlas como unidad. Por ello al sintetizar, si no es necesario unir las variables, éstas ocuparán lados distintos del modelo. Pero si no se expresa explícitamente que esas variables señalan objetos incompatibles, su combinación es probable. Por ejemplo, si nos informan de un primate que caza pequeños monos en Borneo y nos informan de un primate que limpia la fruta en Borneo, es probable, que se trate de una única especie que caza y limpia fruta. Es una creencia más que posible, pero no llega a ser necesaria. En los modelos complejos, cualquier combinación de sus partes es probable, mientras no se incurra en asociaciones imposibles.

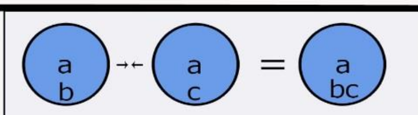
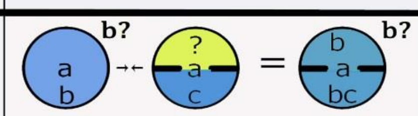
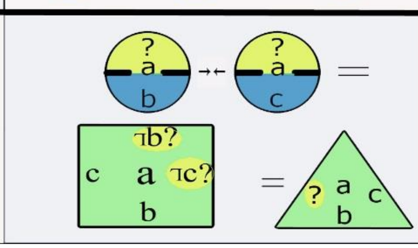
Leyes de la síntesis		Ejemplos
TOTAL		A equivale a B. A es igual que C. Luego A equivale a BC. Vemos en A que B, la única que hay, se asocia necesariamente con el único tipo de C posible. Por tanto, B equivale a C.
PARCIAL		Si tengo A, tengo B. Solo en parte de A hay C (c→a). Luego es seguro que en parte de A se asocia la parte verificada de B con la única C teóricamente posible. Luego toda toda C es B, pero solo es seguro de momento que parte de b es C. Luego c→b
PROBABLE		Es seguro que parte de A contiene todo B, y es seguro que parte de A contiene todo C. Luego teóricamente hay hasta cuatro posibles variables asociadas con A, dos seguras y dos inciertas en base al enunciado. Si condensamos lo incierto en un lado de A obtenemos que es seguro que parte se asocia con todo c y parte con todo b, siendo probable, que no necesaria ni imposible, la relación entre C y B. Luego si C es probable B y viceversa.

Fig.4. Leyes en la síntesis de modelos proposicionales

Reglas del análisis de modelos por contradicción.

Si dos variables mantienen respectivamente relaciones con variables incompatibles entre sí, la relación entre ellas es imposible. Luego si A_1 es B y C_2 es ¬B, entonces es imposible que A_1 se asocie con C_2. Aunque en este caso quedan inciertas las relaciones de otros tipos de A con otros tipos de C. Al enfrentar dos conjuntos definidos con alguna variable excluyente, obtenemos tres tipos de inferencia: 1ª: Ninguna parte de A es C y ninguna parte de C es A; 2ª: Una parte de C no

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

es A, aunque toda A podría asociarse con una posible parte de C compatible. 3º: Determinados tipos de A y C se excluyen, aunque toda A podría asociarse con algún tipo de C, o bien, toda C podría asociarse con un tipo de A no excluyente. La figura 5 evidencia las asociaciones imposibles, considerando que cada división representa un objeto. Así obtenemos la conclusión del ejemplo de los bípedos: solo es seguro, en base a las premisas, que parte de los primates no pueden ser homínidos, y eso a pesar de que todos los homínidos podrían ser primates.

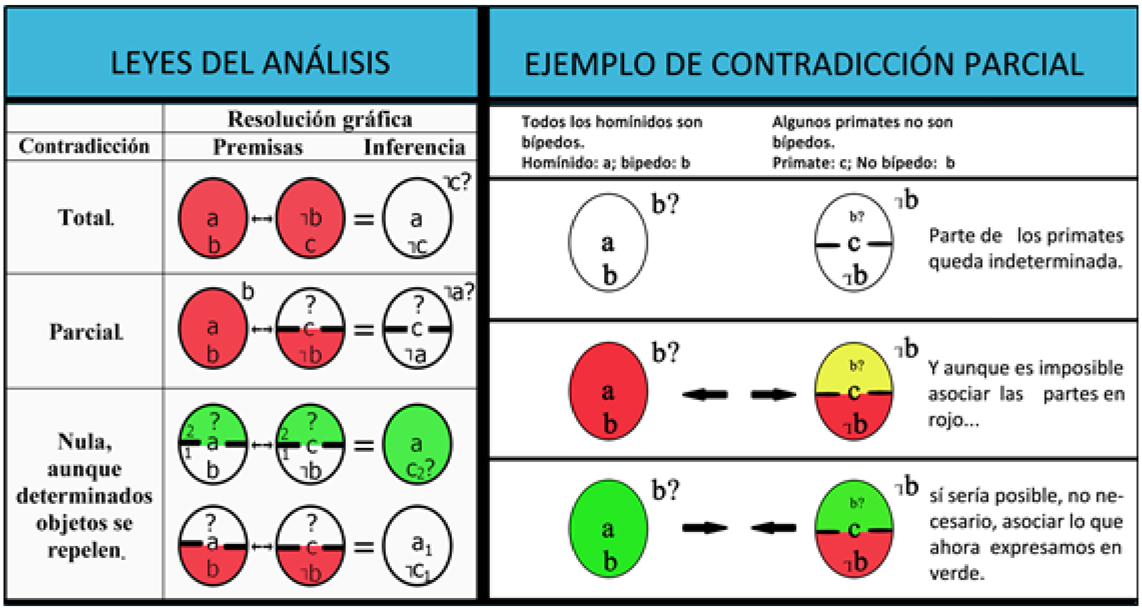
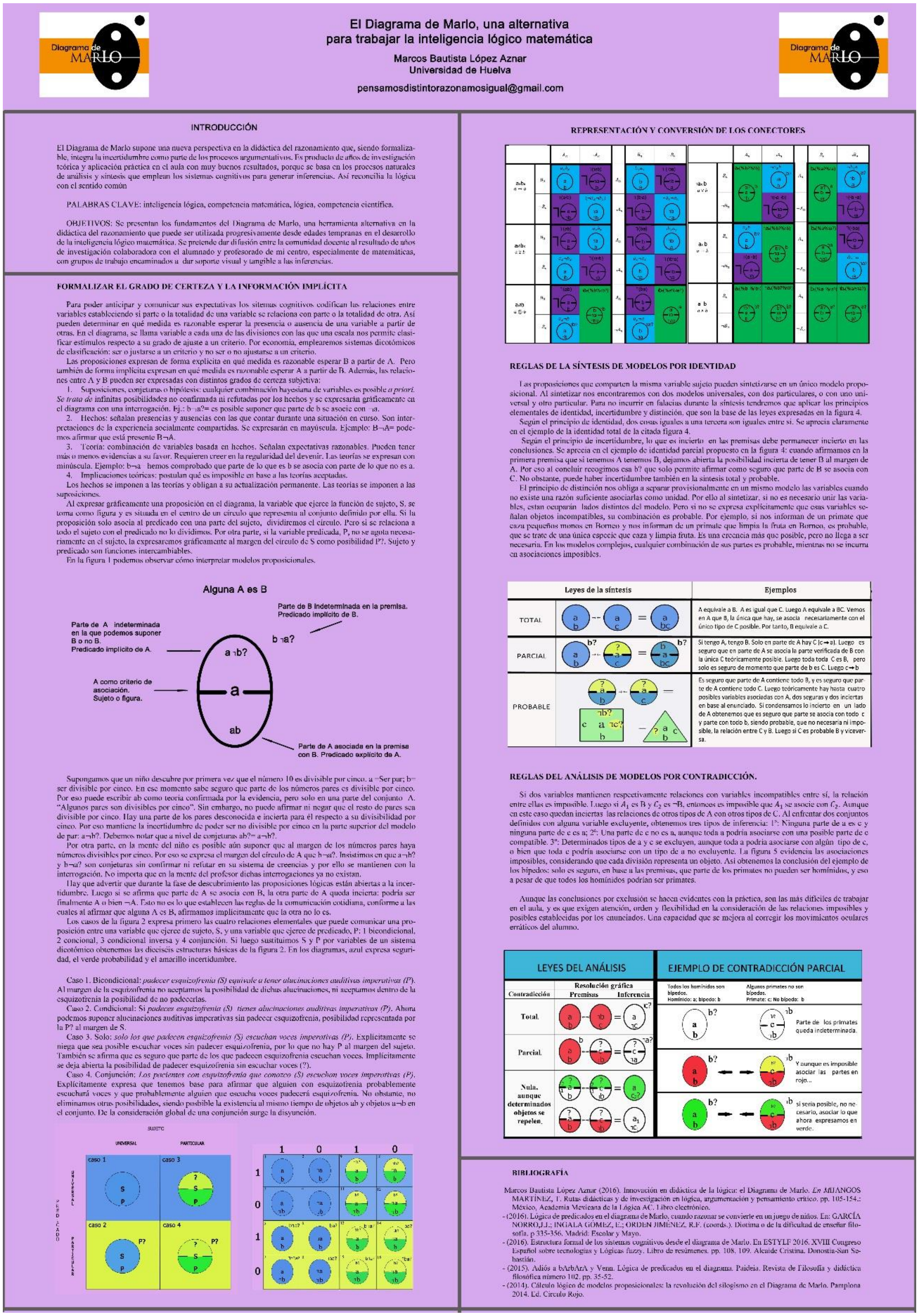


Fig. 5. Leyes del análisis.

Aunque las conclusiones por exclusión se hacen evidentes con la práctica, son las más difíciles de trabajar en el aula, y es que exigen atención, orden y flexibilidad en la consideración de las relaciones imposibles y posibles establecidas por los enunciados. Una capacidad que se mejora al corregir los movimientos oculares erráticos del alumno.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4



Referencias bibliográficas

López Aznar, M. B. (2016). Innovación en didáctica de la lógica: el Diagrama de Marlo. En Rutas didácticas y de investigación en lógica, argumentación y pensamiento crítico. pp. 105-154. Mijangos Martínez, T.; México: Academia Mexicana de la Lógica AC. Libro electrónico.

ISBN 978-84-945722-3-4