LEYENDO MATEMÁTICAS

Marta Macho Stadler,
Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea

RESUMEN.

En la formación de cualquier persona, las ciencias y las letras deben compartir espacio de manera incuestionable, sin antagonismos ni prejuicios. Comprender lo que se lee, saber a razonar, desarrollar la creatividad y adquirir un pensamiento crítico son objetivos esenciales en la enseñanza, y en esta tarea, las ciencias y las letras deben aportar conjuntamente sus especiales singularidades.

En esta conferencia propongo un viaje para demostrar que las ciencias y las letras armonizan: os invito a pasear desde las páginas de algunos textos literarios hasta conocidos problemas matemáticos. Pero, ¿es esto posible? Por supuesto, nuestro día a día está impregnado de matemáticas... la literatura no podía escapar de esta influencia.

Nivel educativo: Educación primaria y secundaria.

1. INTRODUCCIÓN.

¿Matemáticas? ¿Literatura? ¿Geometría? ¿Gramática? ¿Están tan alejadas las unas de las otras? Para ver que realmente no es así, vamos a leer algunas definiciones en el diccionario de la Real Academia Española (http://www.rae.es):

Elipse (del lat. *ellipsis,* y este del gr. □λλειψις).
f. *Geom.* Lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a otros dos fijos llamados focos es constante. Resulta de cortar un cono circular por un plano que encuentra a todas las generatrices del mismo lado del vértice (ver Figura 1).

Elipsis (Del lat. *ellipsis,* y este del gr. □λλειψις, falta).
f. *Gram.* Figura de construcción, que consiste en omitir en la oración una o más palabras, necesarias para la recta construcción gramatical, pero no para que resulte claro el sentido.
Con estas y con otras leyes y estatutos nos conservamos y vivimos alegres; somos señores de los campos, de los sembrados, de la selvas, de los montes, de las fuentes, de los ríos; los montes nos ofrecen leña de balde; los árboles, frutos; las viñas, uvas. Miguel de Cervantes

Hipérbola (del lat. *hyperbŏla,* y este del gr. □περβολ□).
f. *Geom.* Lugar geométrico de los puntos de un plano cuya diferencia de distancias a dos puntos fijos llamados focos es constante. Resulta de cortar un cono circular por un plano que encuentra a todas las generatrices a ambos lados del vértice (ver Figura 1).
Hipérbole (del lat. *hyperbŏle,* y este del gr. □περβολ□).

1. f. *Ret.* Figura que consiste en aumentar o disminuir excesivamente aquello de que se habla.
2. f. Exageración de una circunstancia, relato o noticia.
Porque te miro y muero. Mario Benedetti

Parábola (del lat. *parabŏla,* y este del gr. παραβολ□).
2. f. *Geom.* Lugar geométrico de los puntos del plano equidistantes de una recta y de un punto fijos, que resulta de cortar un cono circular recto por un plano paralelo a una generatriz (ver Figura 1).
1. f. Narración de un suceso fingido, de que se deduce, por comparación o semejanza, una verdad importante o una enseñanza moral.
Un cachorro, perdido en la selva, vio un tigre corriendo en su dirección. Comenzó a pensar rápido para salvarse, vio unos huesos en el suelo y comenzó a morderlos. Cuando el tigre estaba casi para atacarle, el cachorro dijo en alto: - ¡Ah, este tigre que acabo de comer estaba delicioso! El tigre, muerto de miedo, huyó mientras pensaba para sí: - ¡Menudo cachorro feroz! ¡Por poco me come también! Un mono que había visto todo, fue detrás del tigre y le contó cómo había sido engañado. El tigre se puso furioso... El cachorro vio que el tigre regresaba con el mono y pensó: - ¡Ah, mono traidor! ¿Y qué hago ahora? Se puso de espaldas al tigre y cuando éste llegó y estaba preparado para darle el primer zarpazo, el cachorro dijo: - ¡Será perezoso el mono! ¡Hace una hora que le mandé para que me trajese otro tigre y todavía no ha vuelto!

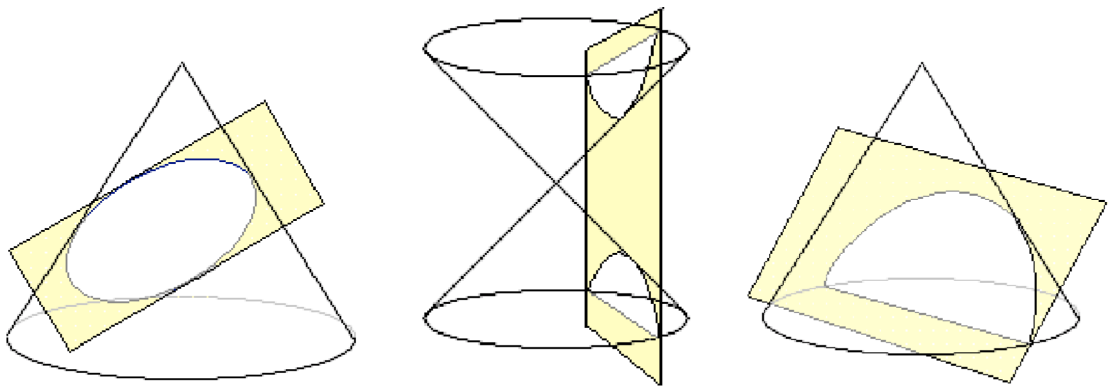


Figura 1. Las tres cónicas: elipse, hipérbola y parábola.

¡Qué sorpresa! ¡Cada cónica tiene una figura retórica que le corresponde de manera natural! Sigamos viendo otros ejemplos en los que las ciencias y las letras se mezclan...

2. MATEMÁTICA ¿LENGUAJE UNIVERSAL?

En *El planeta de los simios* de Pierre Boulle (1912-1994), el protagonista utiliza el teorema de Pitágoras y las cónicas para demostrar a la mona que es un ser inteligente:

¿Cómo no se me había ocurrido utilizar este medio tan sencillo? Tratando de recordar mis estudios escolares, tracé sobre el carné la figura geométrica que ilustra el ***teorema de Pitágoras****. No escogí este tema por casualidad. Recordé que, en mi juventud, había leído un libro sobre empresas del futuro en el que se*

decía que un sabio había empleado este procedimiento para entrar en contacto con inteligencias de otros mundos. […]

Ahora era ella la que se mostraba ávida de establecer contacto. Di las gracias mentalmente a ***Pitágoras*** *y me atreví un poco más por la* ***vía geométrica****. Sobre una hoja de carné dibujé lo mejor que supe las tres* ***cónicas*** *con sus ejes y sus focos; una* ***elipse****, una* ***parábola*** *y una* ***hipérbola****. Después, sobre la hoja de enfrente, dibujé un* ***cono de revolución****. Debo recordar que la intersección de un cuerpo de esta naturaleza con un plano es una de las tres cónicas que siguen el ángulo de intersección. Hice la figura en el caso de la elipse y, volviendo mi primer dibujo, indiqué con el dedo a la maravillada mona la curva correspondiente.*

La obra *Mario* de Marcel Pagnol (1895-1974) tiene lugar en Marsella (Francia). César es el dueño de un bar y ha enviado a su hijo Mario a estudiar a la capital. Con una paciencia infinita, César intenta explicar a su *torpe* hijo como preparar uno de sus combinados estrella:

CÉSAR: *Pones primero* ***un tercio*** *de curaçao. Pero ten cuidado: un* ***tercio pequeñito****. Bueno. Ahora* ***un tercio*** *de limón. Un poco más grande. Bueno. Ahora* ***un BUEN tercio*** *de Amer Picón. Mira el color. Fíjate que bonito es. Y al final,* ***un GRAN tercio*** *de agua. Ya está.*[…]

MARIO: *En un vaso, no hay más que tres tercios.*

CÉSAR: *Pero imbécil, ¡eso depende del* ***tamaño de los tercios****!*

¡Pobre César! ¿Para qué tanto estudio, si su hijo es incapaz de entender algo tan elemental? Si Mario hubiera ido a esta escuela de matemáticas descrita en *Los viajes de Gulliver* de Jonathan Swift (1667-1745), su formación sería mucho mejor:

Fui a una ***escuela de matemática****, donde el profesor instruía a sus discípulos siguiendo un método difícilmente imaginable entre nosotros en Europa. La* ***proposición*** *y la* ***demostración*** *parecían escritas claramente en una oblea fina con tinta hecha de un colorante cefálico. Esto tenía que tragárselo el estudiante con el estómago en ayunas y no comer nada sino pan y agua durante los tres días que seguían. Al digerir la oblea, el colorante se le subía al cerebro llevándose la proposición al mismo tiempo. Pero hasta ahora el resultado ha defraudado, ya por algún error de* ***dosis*** *o de composición, ya por la picardía de los mozalbetes, a quienes da tanto asco esa píldora que por lo general se escabullen subrepticiamente y la expulsan por arriba antes de que pueda hacer efecto; y tampoco se les ha persuadido todavía para que guarden una abstinencia tan larga como exige la receta.*

3. JUGANDO CON LA LÓGICA.

Comenzamos con una cita de *El Quijote* de Miguel de Cervantes (1547-1616): en el tiempo en el que Sancho fue gobernador de la ínsula Barataria, tuvo que resolver complicadas situaciones que le planteaban sus súbditos para que impartiera justicia; asombró a todos con las atinadas decisiones. Una de las más conocidas, es la siguiente paradoja:

– Señor, un caudaloso río dividía dos términos de un mismo señorío (y esté vuestra merced atento, porque el caso es de importancia y algo dificultoso). Digo, pues, que sobre este río estaba una puente, y al cabo della, una horca y

una como casa de audiencia, en la cual de ordinario había cuatro jueces que juzgaban la ley que puso el dueño del río, de la puente y del señorío, que era en esta forma: "Si alguno pasare por esta puente de una parte a otra, ha de jurar primero adónde y a qué va; y si jurare verdad, déjenle pasar, y si dijere mentira, muera por ello ahorcado en la horca que allí se muestra, sin remisión alguna". […]

Sucedió, pues, que tomando juramento a un hombre, juró y dijo que para el juramento que hacía, que iba a morir en aquella horca que allí estaba, y no a otra cosa. *Repararon los jueces en el juramento y dijeron:* "Si a este hombre le dejamos pasar libremente, mintió en su juramento, y, conforme a la ley, debe morir; y si le ahorcamos, él juró que iba a morir en aquella horca, y, habiendo jurado verdad, por la misma ley debe ser libre".

Pídese a vuesa merced, señor gobernador, qué harán los jueces con tal hombre.

Sancho, buen gobernador –y por lo tanto justo–, decide que dejarle pasar...

El teatro del absurdo proporciona deliciosas lecciones de lógica. En este fragmento de *El Rinoceronte* de Eugène Ionesco (1909-1994) vamos a ver una demostración –muy lógica– de que Sócrates era un gato. Con el símbolo [...] se indica en este caso que hay otras conversaciones mezcladas con ésta entre el Lógico y el Caballero:

EL LÓGICO*: ¡He aquí, pues, un **silogismo** ejemplar! El gato tiene cuatro patas. Isidoro y Fricot tienen cada uno cuatro patas. Ergo Isidoro y Fricot son gatos.*

EL CABALLERO: *Mi perro también tiene cuatro patas.*

L: *Entonces, es un gato.* […]

C (después de haber reflexionado largamente)*: Así, pues, lógicamente, mi perro sería un gato.*

L: *Lógicamente sí. Pero lo contrario también es verdad.* […]

C*: Es hermosa la **lógica**.*

L: *A condición de no abusar de ella.* [...] *Otro silogismo: todos los gatos son mortales. Sócrates es mortal. Ergo, Sócrates es un gato.*

C*: Y tiene cuatro patas. Es verdad. Yo tengo un gato que se llama Sócrates.*

L: *Ya lo ve usted… […]*

C*: ¿Sócrates, entonces, era un gato?*

L: *La **lógica** acaba de revelárnoslo. […] El gato Isidoro tiene cuatro patas.*

C: *¿Y usted como lo sabe?*

L: *Resulta de la **hipótesis**.* […]

C*: ¡Ah, por hipótesis!* […]

L: *Fricot también tiene cuatro patas. ¿Cuántas patas tendrán Fricot e Isidoro?*

C*: ¿Juntos o separados?* […]

L: *Juntos o separados, es según.* […]

C (después de haber reflexionado trabajosamente)*: Ocho, ocho patas.*

L: *La **lógica** lleva al **cálculo mental**.*

C: *Tiene muchas facetas.*

L: *¡La **lógica** no tiene límites!* […]

Alicia en el País de las maravillas de Lewis Carroll es un libro en el que la lógica está muy presente. Quiero traerla a estas páginas a través de *Alicia volátil* de Sofía Rhei (1978-):

Alicia, ya adulta, y el reverendo Dodson, casi anciano, intercambian una serie de cartas, en las que lo que no está escrito es más importante que lo visible. La última de esas cartas, que no llega a ser enviada, sino que es deslizada por el reverendo por detrás del azogue de un espejo, provoca que la Alicia del pasado y la del presente se fundan en una sola, y reconstruyan el viaje a un país de las maravillas que no son sólo las de la mente, sino también las del laberinto del cuerpo.

Cada vez que Alicia tiene que escoger entre comer de un lado o de otro de la seta, o beberse un líquido con un letrero sospechoso, lo que está en juego no es su tamaño físico, sino su edad. El regreso al país de las maravillas es un paseo en el que la Alicia anciana dialoga con la que sólo es una niña, y la mujer con la adolescente. Todas se asombran de cosas diferentes.

Su mente ha ido cambiando a la medida de su cuerpo, de los encuentros que se han producido en su vida. El camino que Alicia está recorriendo es el de sus propias venas, entrando y saliendo de su corazón.

Con ilustraciones de Sofía Rhei, Ignacio Vleming y Lewis Carroll, *Alicia Volátil* se revela en la contraportada como *poesía en tres dimensiones*, con precisas instrucciones de uso:

1: Abra el libro. Recorte y póngase las gafas.
2: Cierre uno de sus ojos. Lea un poema.
3: Cierre el ojo contrario. Vuelva a leer el mismo poema.
4: Abra los dos ojos. Lea el poema en su tercera dimensión.

En efecto, el libro contiene el material necesario para construir unas gafas 3D –el texto está escrito en azul y rojo– que una misma debe recortar y construir. 64 *Alicias* componen este libro, en el que las referencias científicas abundan: la biología, la física, las matemáticas, la química, dibujan las facetas y las singularidades de cada una de ellas.

Alicia Moebius
Si a los adultos sólo les muestro una cara, siempre la misma,
me veré obligada a curvarme de maneras
cada vez más osadas, porque los adultos están por todas partes.
Desgarrada por lo que imagino que piensan,
por la torsión de las opiniones,
vuelvo a encontrarme, yo misma después del bucle,
y comprendo que ha sido necesario.

4. ¡A CALCULAR!

En la escena XII del primer acto de *Don Juan Tenorio* de José Zorrilla (1817-1893) don Luis y don Juan apuestan sobre sus muertes en desafíos y sobre mujeres conquistadas:

DON LUIS: *Razón tenéis en verdad. Aquí está el mío: mirad, por una línea apartados traigo los nombres sentados para mayor claridad.*

DON JUAN: *Del mismo modo arregladas mis cuentas traigo en el mío: en dos líneas separadas los muertos en desafío y las mujeres burladas. Contad.*

L: *Contad.*
J: *Veinte y tres.*
L: *Son los muertos. A ver vos. ¡Por la cruz de San Andrés! Aquí sumo treinta y dos.*
J: *Son los muertos.*
L: *Matar es.*
J: *Nueve os llevo.*
L: *Me vencéis. Pasemos a las conquistas.*
J: *Sumo aquí cincuenta y seis.*
L: *Y yo sumo en vuestras listas setenta y dos.*
J: *Pues perdéis.*
L: *¡Es increíble, don Juan!*
J: *Si lo dudáis, apuntados los testigos ahí están, que si fueren preguntados os lo testificarán.*
L: *¡Oh! y vuestra lista es cabal.*
J: *Desde una princesa real a la hija de un pescador, ¡oh! ha recorrido mi amor toda la escala social. ¿Tenéis algo que tachar?*
L: *Sólo una os falta en justicia.*
J: *¿Me la podéis señalar?*
L: *Sí, por cierto, una novicia que esté para profesar.*
J: *¡Bah! pues yo os complaceré doblemente, porque os digo que a la novicia uniré la dama de algún amigo que para casarse esté.*
L: *¡Pardiez que sois atrevido!*
J: *Yo os lo apuesto si queréis.*
L: *Digo que acepto el partido. ¿Para darlo por perdido queréis veinte días?*
J: *Seis.*
L: *¡Por Dios que sois hombre extraño! ¿Cuántos días empleáis en cada mujer que amáis?*
J: *Partid los días del año entre las que ahí encontráis. <u>Uno</u> para enamorarlas, <u>otro</u> para conseguirlas, <u>otro</u> para abandonarlas, <u>dos</u> para sustituirlas, y <u>una hora</u> para olvidarlas. Pero, la verdad a hablaros, pedir más no se me antoja porque, pues vais a casaros, mañana pienso quitaros a doña Ana de Pantoja.*

Según sus cuentas, don Juan necesita 363 días (72 mujeres x 5 días = 360 y 72 mujeres x 1 hora = 3 días) al año para sus conquistas. ¿En que utiliza los dos días del año sobrantes? ¿Serán unas "merecidas" vacaciones amorosas?

En *Gulliver en Liliput,* Jonathan Swift (1667-1745) describe con detalle la manera en la que los liliputienses transportan a Gulliver:

Estas gentes son excelentísimos ***matemáticos****, y han llegado a una gran perfección en las artes mecánicas con el amparo y el estímulo del emperador, que es un famoso protector de la ciencia.* [...]

Quinientos carpinteros e ingenieros se pusieron inmediatamente a la obra para disponer la mayor de las máquinas hasta entonces construida. Consistía en un tablero levantado tres pulgadas del suelo, de unos siete pies de largo y cuatro de ancho, y que se movía sobre veintidós ruedas. Los gritos que oí eran ocasionados por la llegada de esta máquina, que, según parece, emprendió la marcha cuatro horas después de haber pisado yo tierra. La colocaron paralela a mí; pero la principal dificultad era alzarme y colocarme en este vehículo. Ochenta vigas, de *un pie de alto cada una, fueron erigidas para este fin, y cuerdas muy fuertes, del grueso de bramantes, fueron sujetas con garfios a numerosas fajas con que los trabajadores me habían rodeado el cuello, las manos, el cuerpo y las piernas.* ***Novecientos*** *hombres de los más robustos tiraron de estas cuerdas por medio de poleas fijadas en las vigas, y así, en menos de tres horas, fui levantado, puesto sobre la máquina y en ella atado fuertemente. Todo esto me lo contaron, porque mientras se hizo esta operación yacía yo en profundo sueño, debido a la fuerza de aquel medicamento soporífero echado en el vino.*

¿Lo que cuenta Jonathan Swift es creíble? ¿Hacen falta realmente **900** liliputieneses para instalar a Gulliver en un carro situado a 3 pulgadas del suelo? ¿No harán falta más? Un liliputiense mide **6 pulgadas** (15 cm) y Gulliver unos **6 pies** (180 cm), es decir 12 veces más. Así, un liliputiense pesa $\mathbf{12^3}$ = 1.728 veces menos que un hombre –es una cuestión de volumen–. Swift habla de 900 liliputienses (más o menos la mitad de 1.728), cada uno debe desplazar el equivalente a dos veces él mismo, lo que parece posible para liliputienses fuertes ayudados por un sistema de cuerdas y poleas. Este cálculo se ratifica un poco más adelante en el texto al hablar de la comida de Gulliver:

El lector puede tener el gusto de observar que en la última de las normas necesarias para recobrar la libertad, el Emperador estipula que se me conceda una cantidad de comida y bebida suficiente para mantener a ***1.728*** *liliputienses. Algún tiempo después, habiendo preguntado a un amigo de la Corte cómo se las arreglaron para fijar una cifra tan concreta, me dijo que los* ***matemáticos*** *de su Majestad, tras medir la altura de mi cuerpo usando un cuadrante y descubrir que era más grande que el suyo en la proporción de doce a uno, concluyeron por la semejanza de sus cuerpos que el mío debía contener, al menos,* ***1.728*** *de los suyos y consecuentemente requeriría tanto alimento como se necesitaba para mantener el mismo número de liliputienses. Con esto puede el lector hacerse una idea del ingenio de aquella gente, así como de la prudente y escrupulosa administración de soberano tan grande.*

5. ¡GEOMETRÍA AL RESCATE!

En *La isla misteriosa* de Julio Verne (1828-1905) el teorema de Thales ayuda a realizar un cálculo complicado:

La salida del sol, en un horizonte puro, anunció un día magnífico, uno de esos hermosos días otoñales con los que se despide la estación calurosa. Había que completar los elementos de las observaciones de la víspera, mediante la medición de la altitud de la meseta panorámica sobre el nivel del mar.

- ¿No va a necesitar un instrumento análogo al de ayer? –preguntó Harbert al ingeniero.

- No, hijo mío –respondió éste-. Vamos a proceder de otro modo y casi con la misma precisión. […]

Cyrus Smith se había provisto de una vara recta, de unos 3,60 metros de longitud. Esta longitud la había medido a partir de su propia estatura. Harbert llevaba una plomada que le había dado Cyrus Smith, consistente en una simple piedra atada con el extremo de una fibra flexible. Llegado a unos sesenta centímetros de la orilla de la playa y a unos ciento cincuenta metros de la muralla granítica, que se erguía perpendicularmente, Cyrus Smith clavó la vara en la arena, a unos sesenta centímetros de profundidad, y, tras sujetarla bien, *logró mantenerla perpendicular al plano del horizonte, gracias a la plomada. Hecho esto, se apartó a la distancia necesaria para que, tumbado sobre la arena, su mirada pusiera en línea el extremo de la vara y la cresta de la muralla. Después, señaló el punto con una estaca.*

- Harbert, ¿conoces los principios elementales de la ***geometría****?*

- Un poco, señor Cyrus –respondió Harbert, que no quería comprometerse demasiado.

- ¿Recuerdas las propiedades de los ***triángulos semejantes****?*

- Sí –respondió Harbert–. Sus lados homólogos son proporcionales.

- Bien, hijo mío. Acabo de construir dos triángulos semejantes, ambos ***rectángulos****. El primero, el más pequeño, tiene por lados la vara perpendicular y la línea entre la estaca y la base de la vara, y por* ***hipotenusa****, mi radio visual. El segundo, tiene por lado la muralla perpendicular cuya altura queremos medir y la distancia de su base a la vara, y por* ***hipotenusa****, también mi radio visual, que prolonga la del primer triángulo.*

- ¡Ah, señor Cyrus, ya comprendo! –exclamó Harbert-. Al igual que la distancia de la estaca a la base de la muralla, la altura de la vara es proporcional a la altura de la muralla.

- Así es, Harbert, de modo que cuando hayamos medido las dos primeras distancias conociendo la altura de la vara, no tendremos más que hacer un cálculo de proporción para saber la altura de la muralla, sin tener que medirla directamente.

En *La muy horrible vida del gran Gargantúa, padre de Pantagruel* de François Rabelais (1494-1553), Gargantúa funda la abadía de Thelema para su amigo el monje, *edificio que no tiene muros para evitar murmullos, envidias y conspiraciones*. La abadía está inscrita en un hexágono formado por seis torres:

La construcción se realizó a base de ***figuras hexagonales****, de modo que en cada ángulo se levantó una gran torre redonda de* ***sesenta pasos de diámetro****, siendo en grosor y aspecto iguales las unas a las otras. El río Loira corría del lado del septentrión y, al borde de su ribera, se asentaba una de las torres, llamada* ***Ártica****; en dirección al Oriente había otra, llamada de* ***Calaire****; la siguiente,* ***Anatolia****; la siguiente,* ***Mesembrina****; la siguiente,* ***Hesperia****; y la última,* ***Cryera****. Entre cada torre había un espacio de* ***trescientos doce pasos****.* [...] *Entre las torres, y en medio de cada cuerpo, había una escalera de caracol con sus rellanos, cuyos escalones eran: unos, de pórfido, otros, de piedra numídica, y otros de mármol veteado, teniendo* ***veintidós pies*** *de ancho cada uno;* [...]. *Desde la torre Ártica hasta Cryera se alineaban hermosas y grandes estanterías, con libros en griego, latín, hebreo, francés, toscano y español, situados en los distintos pisos según las lenguas. En el centro había otra maravillosa escalera de caracol, a la que se accedía por la parte exterior del edificio, atravesando un arco de* ***seis toesas*** *de ancho; estando construida con tal capacidad y* ***simetría*** *que podían subir por ella hasta el piso más alto seis caballeros, uno al lado del otro, armados con sus lanzas.* [...] *Los alojamientos de las damas iban desde la torre Ártica hasta la puerta Mesembrina, ocupando los hombres todo el resto.* [...]

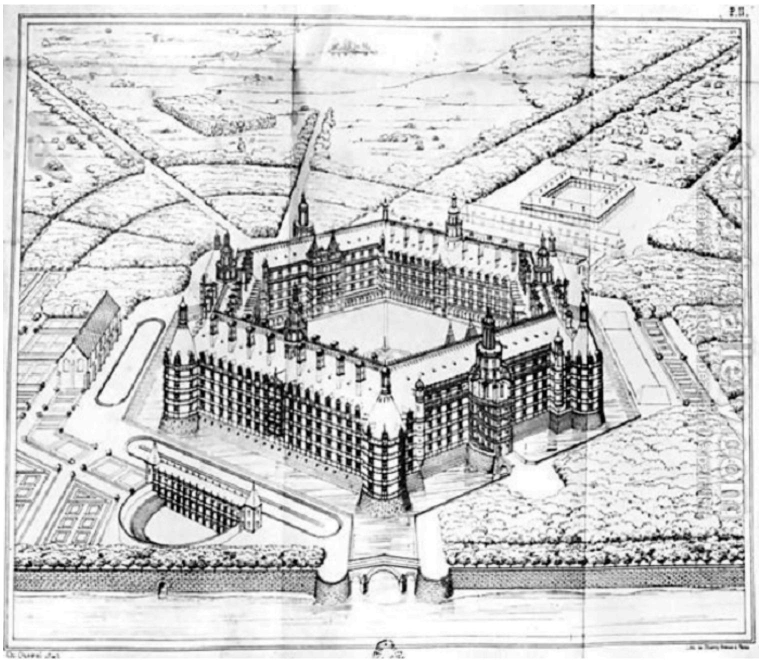


Figura 2. Reconstruction of Theleme Abbey, ilustración de « Rabelais et l'architecture de la Renaissance », Charles Lenormant.

¿Qué distancia separa –a vuelo de pájaro– la torre Ártica de la Mesembrina? La distancia **AB** (ver Figura 3 para las notaciones) es la suma del radio de la torre Ártica, de la distancia entre ambas torres y del radio de la torre Calaire, es decir, **372** pasos (30 + 312 + 30 pasos). Según el texto, todas las torres son similares y distan lo mismo entre dos consecutivas, con lo que el hexágono que forman es regular y se puede inscribir en un círculo de centro **O,** de radio **OA** de longitud **AB** –el lado de un hexágono regular coincide con el radio del círculo en el que está inscrito–. Así las torres Ártica y Mesembrina distan:

684 pasos = **744** (diámetro del círculo) – **2 x 30** pasos (radio de cada torre).

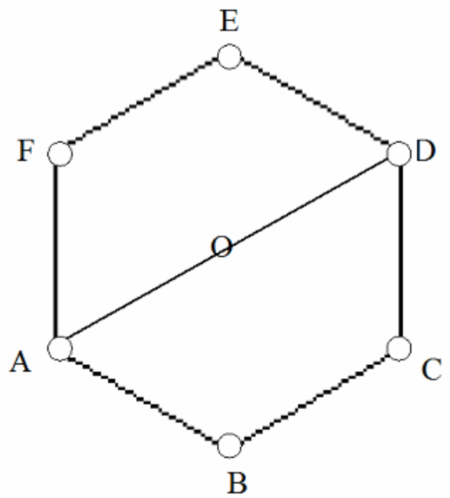


Figura 3. La situación de las torres : **A** es la torre Ártica, **B** Calaire, **C** Anatolia*,* **D** Mesembrina*,* **E** Hesperia y **F** Cryera.

.

En *El ritual de Musgrave* de Arthur Conan Doyle (1859-1930), Sherlock Holmes se enfrenta a un caso escondido tras un misterioso ritual:

Me entregó este mismo papel que tengo aquí, Watson, y tal es el extraño catecismo al que cada Musgrave había de someterse al hacerse cargo de la propiedad. Voy a leerle las preguntas y respuestas tal como aparecen aquí:

¿De quién era?
Del que se ha marchado.
¿Quién la tendrá?
El que vendrá.
¿Dónde estaba el sol?
Sobre el roble.
¿Dónde estaba la sombra?
Bajo el olmo.
¿Con qué pasos se medía?
Al norte por diez y por diez, al este por cinco y por cinco, al sur por dos y por dos, al oeste por uno y por uno, y por debajo.
¿Qué daremos por ella?
Todo lo que poseemos.
¿Por qué deberíamos darlo?
Para responder a la confianza.

El original no lleva fecha, pero corresponde a mediados del siglo diecisiete –observó Musgrave–. Temo, sin embargo, que en poco puede ayudarte esto a resolver el misterio. […] *Fue perfectamente obvio para mí, al leer el Ritual de los Musgrave, que las medidas habían de referirse sin duda a algún punto al que aludía el resto del documento, y que si podíamos encontrar ese punto estaríamos en buen camino para saber cuál era aquel secreto que los antiguos Musgrave habían juzgado necesario enmascarar de un modo tan curioso y peculiar. Para comenzar se nos daban dos guías: un roble y un olmo. En cuanto al roble, no podía haber la menor duda. Directamente ante la casa, a la izquierda del camino que llevaba a la misma, se alzaba un patriarca entre los robles, uno de los árboles más magníficos que yo haya visto jamás.*

- ¿Ya estaba aquí cuando se redactó vuestro Ritual? –pregunté al pasar delante de él.

- Según todas las probabilidades, ya lo estaba cuando se produjo la conquista normanda –me respondió–. Tiene una circunferencia de veintitrés pies.

Así quedaba asegurado uno de mis puntos de partida.

- ¿Tenéis algún olmo viejo? –inquirí.

- Antes había uno muy viejo, pero hace diez años cayó sobre él un rayo y sólo quedó el tocón.

- ¿Puedes enseñarme dónde estaba?

- Ya lo creo.

¿Y no hay más olmos?

- Viejos no, pero abundan las hayas.

- Me gustaría ver dónde crecía.

Habíamos llegado en un dog-cart, y mi cliente me condujo en seguida, sin entrar en la casa, a una cicatriz en la hierba que marcaba donde se había alzado el olmo. Estaba casi a mitad de camino entre el roble y la casa. Mi investigación parecía progresar.

- Supongo que es imposible averiguar qué altura tenía el olmo? –quise saber.

- Puedo decírtelo en seguida. Medía sesenta y cuatro pies.
- ¿Cómo lo sabes? –pregunté sorprendido.
- Cuando mi viejo profesor me planteaba un ***problema de trigonometría****, siempre consistía en una medición de alturas. Cuando era un mozalbete calculé las de todos los árboles y edificios de la propiedad. Había sido un inesperado golpe de suerte y mis datos acudían a mí con mayor rapidez de la que yo hubiera podido esperar razonablemente.* […]

Ésta era una excelente noticia, Watson, pues indicaba que me encontraba en el buen camino. Miré el sol. Estaba bajo en el cielo, y calculé que en menos de una hora se situaría exactamente sobre las ramas más altas del viejo roble, y se cumpliría entonces una condición mencionada en el Ritual. Y la sombra del olmo había de referirse al extremo distante de la sombra, pues de lo contrario se habría elegido como guía el tronco. Por consiguiente, había de averiguar dónde se encontraba el extremo distante de la sombra cuando el sol estuviera exactamente fuera del árbol.
– Esto debió de ser difícil, Holmes, dado que el olmo ya no estaba allí. […]

Pero al menos sabía que, si Brunton pudo hacerlo, yo también podría. Además, de hecho no había dificultad. Fui con Musgrave a su estudio y me confeccioné esta clavija, a la que até este largo cordel, con un nudo en cada yarda. Cogí después dos tramos de caña de pescar, que representaban exactamente seis pies, y volví con mi cliente allí donde había estado el olmo. El sol rozaba ya la copa del roble. Aseguré la caña de pescar en el suelo, marqué la dirección de la sombra y la medí. Su longitud era de nueve pies. Desde luego, el cálculo era ahora de lo más sencillo. Si una caña de seis pies proyectaba una sombra de nueve, un árbol de sesenta y cuatro pies proyectaría una de noventa y seis, y ambas tendrían la misma dirección. Medí la distancia, lo que me llevó casi hasta la pared de la casa, y fijé una clavija en aquel punto.

Gracias al teorema de Thales, Holmes pudo seguir el resto de las indicaciones del ritual y descubrió en una cava secreta la antigua corona de los reyes de Inglaterra... junto al cadáver del mayordomo Brunton.

6. DESCIFRANDO CÓDIGOS.

En *El escarabajo de oro*, Edgar Alan Poe (1809-1849) da una magnífica lección de criptografía a través de una historia de piratas:

Y al llegar aquí, Legrand, habiendo calentado de nuevo el pergamino, lo sometió a mi examen. Los caracteres siguientes aparecían de manera toscamente trazada, en color rojo, entre la calavera y la cabra:

53+++305))6*;4826)4+.)4+);806*:48+8¶60))85;1+(;:+*8+83(88)
5*+;46(;88*96*';8)*+(;485);5*+2:*+(;4956*2(5*—4)8¶8*;406
9285);)6+8)4++;1(+9;48081;8:+1;48+85;4)485+528806*81(+9;
48;(88;4(+?34;48)4+;161;:188;+?; […]

- Y el caso—dijo Legrand—que la solución no resulta tan difícil como cabe imaginarla tras del primer examen apresurado de los caracteres. Estos caracteres, según pueden todos adivinarlo fácilmente forman una cifra, es decir, contienen un significado pero por lo que sabemos de Kidd, no podía suponerle capaz de construir una de las más abstrusas ***criptografías****. Pensé, pues, lo primero, que ésta era de una clase sencilla, aunque tal, sin embargo, que*

pareciese absolutamente indescifrable para la tosca inteligencia del marinero, sin la clave.

- ¿Y la resolvió usted, en verdad?

- Fácilmente; había yo resuelto otras diez mil veces más complicadas. Las circunstancias y cierta predisposición mental me han llevado a interesarme por tales acertijos, y es, en realidad, dudoso que el genio humano pueda crear un enigma de ese género que el mismo ingenio humano no resuelva con una aplicación adecuada. […]

- En general, no hay otro medio para conseguir la solución que ensayar (guiándose por las ***probabilidades****) todas las lenguas que os sean conocidas, hasta encontrar la verdadera. Pero en la cifra de este caso toda dificultad quedaba resuelta por la firma. El retruécano sobre la palabra Kidd sólo es posible en lengua inglesa. Sin esa circunstancia hubiese yo comenzado mis ensayos por el español y el francés, por ser las lenguas en las cuales un pirata de mares españoles hubiera debido, con más naturalidad, escribir un secreto de ese género. Tal como se presentaba, presumí que el criptograma era inglés. Fíjese usted en que no hay espacios entre las palabras. Si los hubiese habido, la tarea habría sido fácil en comparación. En tal caso hubiera yo comenzado por hacer una colación y un análisis de las palabras cortas, y de haber encontrado, como es muy probable, una palabra de una sola letra (a o I-uno, yo, por ejemplo), habría estimado la solución asegurada. Pero como no había espacios allí, mi primera medida era averiguar las letras predominantes así como las que se encontraban con menor frecuencia. Las conté todas y formé la siguiente tabla:*

El signo 8	aparece 33 veces
— ;	— 26 —
— 4	— 19 —
+ — y) +	— 16 —
— *	— 13 —
— 5	— 12 —
— 6	— 11 —
— +1	— 10 —
— 0	— 8 —
— 9 y 2	— 5 —
— : y 3	— 4 —
— ?	— 3 —
— (signo pi)	— 2 —
— — y	— 1 vez

Ahora bien: la letra que se encuentra con mayor frecuencia en inglés es la ***e****. Después, la serie es la siguiente:* ***a o y d h n r s t u y c f g l m w b k p q x z****. La* ***e*** *predomina de un modo tan notable, que es raro encontrar una frase sola de cierta longitud de la que no sea el carácter principal.* […]*. Puesto que nuestro signo predominante es el* ***8,*** *empezaremos por ajustarlo a la* ***e*** *del alfabeto* *natural.* […] *Ahora, de todas las palabras de la lengua,* ***the*** *es la más usual; por tanto, debemos ver si no está repetida la combinación de tres signos, siendo el último de ellos el* ***8****.* […] *Podemos, pues, suponer que* ***;*** *representa* ***t****,* ***4*** *representa* ***h****, y* ***8*** *representa* ***e****, quedando este último así comprobado. Hemos dado ya un gran paso.* […]

- Sería tiempo ya de disponer nuestra clave, conforme a lo descubierto, en forma de tabla, para evitar confusiones. Nos dará lo siguiente:

5	representa	a
+	—	d
8	—	e
3	—	g
4	—	h
6	—	i
*	—	n
+ +	—	o
(	—	r
:	—	t
?	—	u

- Tenemos así no menos de diez de las letras más importantes representadas, y es inútil buscar la solución con esos detalles. Ya le he dicho lo suficiente para convencerle de que cifras de ese género son de fácil solución, y para darle algún conocimiento de su desarrollo razonado. Pero tenga la seguridad de que la muestra que tenemos delante pertenece al tipo más sencillo de la criptografía. Sólo me queda darle la traducción entera de los signos escritos sobre el pergamino, ya descifrados. Hela aquí:

A good glass in the Bishop's Hostel in the devil´s seat forty-one degrees and thirteen minutes northeast and by north main branch seventh, limb east side shoot from the left eye of the death's head a bee-line from the tree through the shot fifty feet out. [*Un buen vaso en la hostería del obispo en la silla del diablo cuarenta un grados y trece minutos Nordeste cuarto de Norte rama principal séptimo vástago, lado Este soltar desde el ojo izquierdo de la cabeza de muerto una línea de abeja desde el árbol a través de la bala cincuenta pies hacia fuera*.]

¿Qué significa este galimatías? No dejes de leer la historia si quieres saberlo... pero te adelanto que encuentran un tesoro y algo más.

7. TRABAJANDO CON FUNCIONES.

En *Guerra y Paz* de León Tolstoi (1828-1910) se demuestra matemáticamente que Napoleón es el diablo:

Cierto hermano masón le había revelado la siguiente profecía, relativa a Napoleón, sacada del Apocalipsis de San Juan Evangelista. Dicha profecía se encuentra en el capítulo XIII, versículo 18 y dice así: "Aquí está la sabiduría;

quien tenga inteligencia, cuente el número de las bestias, porque es un número de hombre y su número es seiscientos sesenta y seis". *Y en el mismo capítulo, el versículo 5 dice:* "Y se le dio una boca que profería palabras llenas de orgullo y de blasfemia; y se le confirió el poder de hacer la guerra durante 42 meses."

Las letras del alfabeto francés, como los caracteres hebraicos, pueden expresarse por medio de cifras, y atribuyendo a las diez primeras letras el valor de las unidades y a las siguientes el de las decenas, ofrecen el significado siguiente:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160
a	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z

Escribiendo con este alfabeto en cifras las palabras **l'empereur Napoléon***, la suma de los números correspondientes daba por resultado* ***666****, de lo que resultaba que Napoleón era la bestia de que hablaba el Apocalipsis. Además, al escribir con ese mismo alfabeto cifrado la palabra francesa* **quarante deux***, es decir, el límite de* ***42*** *meses asignados a la bestia para pronunciar sus palabras orgullosas y blasfemas, la suma de las cifras correspondientes a la palabra última era también* ***666****, de lo que se infería que el poder napoleónico terminaba en 1812, fecha en que el emperador cumplía los cuarenta y dos años.*

Tolstoi define una función φ: Alfabeto → Números naturales, dada por φ(a)=1, φ(b)=2, ..., φ(k)=10, φ(l)=20, ..., φ(y)=150 y φ(z)=160. Y reemplaza cada letra por el número que corresponde. Así ***Le empereur*** es:

20+5+5+30+60+5+80+5+110+80 (=400),

y ***Napoléon*** es:

40+1+60+50+20+5+50+40 (=266),

y la suma da 666… Y más aún ***quarante*** es:

79+110+1+80+1+40+100+5 (=407)

y ***deux*** es:

4+5+110+140 (=259),

y la suma también da 666… no hay duda posible.

8. COMBINANDO, COMBINANDO.

Una sextina es un poema formado por seis estrofas de seis versos cada una de ellas, seguidas de un párrafo de tres versos. Cada línea pertenece a uno de los seis grupos de *rimas identidad* de acuerdo con el esquema*:*

ABCDEF - FAEBDC - CFDABE - ECBFAD - DEACFB - BDFECA - ECA

En términos matemáticos, se trata de una *permutación* **σ**, que se escribe:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 6 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Es una permutación de orden 6, es decir, cuando se hacen 6 iteraciones –y no antes– se reencuentran las palabras de rima en su forma original: en términos matemáticos, es $\boldsymbol{\sigma}^6$=Id (pero $\boldsymbol{\sigma}^2$≠Id, $\boldsymbol{\sigma}^3$≠Id, $\boldsymbol{\sigma}^4$≠Id y $\boldsymbol{\sigma}^5$≠Id).

La primera sextina de la historia de la literatura es *Lo ferm voler qu'el cor m'intra* del trovador Arnaut Daniel; como ejemplo de su gran belleza y dificultad, os dejo la *Sextina de mis muertos* de Ana Nuño (1957-):

Ya no los cuento. O, mejor dicho, cuento
los años. Y van cinco. Uno tras otro,
disciplinados y llevando el paso,
desfilaron hasta hundirse del todo
en el reverso blando de las cosas,
donde se alivian de peso los huesos.

Cierro los ojos, pero veo el hueso
del recuerdo, no la carne. El descuento
final comienza entre indistintas cosas
(hierbas, como piedras, quietas), y el otro
saldo, el del pasado, cesa del todo:
sin apremio, el tiempo embarga tus pasos.

¡Y qué largo el tiempo entre paso y paso,
ahora que los tuyos quieren ser hueso!
En las calles, sobre los muros, todo
sigue igual : el tráfico inmóvil, el cuento
infantil de los graffiti, sin otro
alarde que el acopio de las cosas.

Y peor si he de sortear tus cosas
de madrugada, cuando oigo en mis pasos
los tuyos desde otra orilla. Desde otro
vacío que el de mi corazón, tus huesos
quieren volver al desorden, al cuento
de cada día, a vuelta a empezar todo.

Pero te detienes, lejos de todo.
Nada distrae tu ausencia, las cosas,
como el sueño o tu silla, eran un cuento
de antes de dormir, nada, ni los pasos
que doy sobre la hierba de tus huesos
en la mañana vacía, ni el otro

ramo, dejado siempre porqué otro,
qué otra, sobre tu cabeza, sobre todo
eso que fue tu cabeza, ni huesos
ahora, sólo una cosa entre cosas.
Nada te devolverá al tiempo, al paso
ligero de las horas, y tu cuento

es de otros ahora, de éste, de todos.
Pero sigo viendo el hueso, la cosa
sin nombre, un pasillo desierto de pasos.

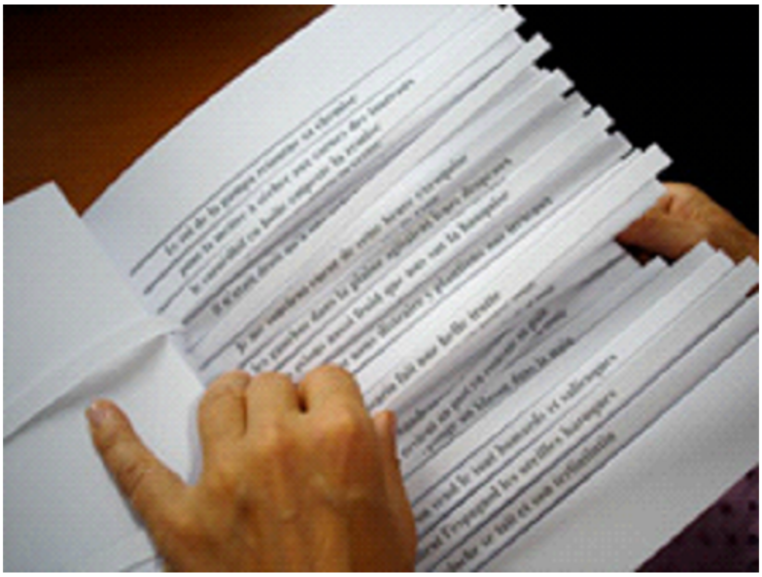


Figura 4. Cent mille milliards de poèmes.

En *Cent mille milliards de poèmes,* Raymond Queneau (1903-1976) elabora un texto a partir de 10 sonetos –dos cuartetos y dos tercetos, es decir 14 versos– que se imprimen sobre 10 páginas –uno por página–, que se recortan en 14 trozos, cada uno correspondiente a un verso (ver la Figura 4). De manera, que se puede hojear el libro y encontrarse leyendo el primer verso del séptimo poema, seguido del segundo verso del décimo, del tercero del primero, etc. Esto hace 100 mil millardos de poemas, porque hay 10 elecciones para el primer verso, 10 para el segundo y así hasta el 14, por lo tanto $10^{14} = 100\ 000 \times 10^9$ (cien mil millardos = 100 billones de poemas) de posibilidades.

Queneau hace un cálculo del tiempo que se precisaría para leer todos los poemas posibles: 45 segundos para leer un poema, 15 para cambiar las tiras, 8 horas de lectura al día, 200 días de lectura al año… 1 millón de siglos de lectura… Como homenaje a este texto de Raymond Queneau en el cincuenta aniversario de su publicación, la editorial Demipage editó en 2011 el libro *Cien mil millones de poemas* –en el interior se explica la razón del título–: el escritor Jordi Doce creó el modelo de rima –un soneto en alejandrinos de 14 sílabas con cesura en medio, cada verso dividido por lo tanto en dos hemistiquios de siete sílabas–, y las y los demás sonetistas respetaron esa rima para crear los 10^{14} poemas.

9. GRANDES NÚMEROS, ENORMES…

En *La biblioteca de Babel* de Jorge Luis Borges (1899-1986) se puede leer:

A cada uno de los muros de cada hexágono corresponden cinco anaqueles; cada anaquel encierra treinta y dos libros de formato uniforme; cada libro es de cuatrocientas diez páginas; cada página de cuarenta renglones; cada renglón de unas ochenta letras. [...]

La biblioteca es total y en sus anaqueles se registran todas las posibles combinaciones de los veintitantos símbolos ortográficos, o sea, todo lo que es dable expresar. [...]

Todo: la historia minuciosa del porvenir, las autobiografías de los arcángeles, el catálogo fiel de la biblioteca, miles y miles de catálogos falsos, la demostración *de la falacia de esos catálogos, el evangelio gnóstico de Basílides, el comentario de ese evangelio, el comentario del comentario, la relación verídica de tu muerte...*

Como bien dice Borges, la biblioteca es enorme, aunque no infinita: si todos los libros se limitan a 410 páginas, tenemos 410x40x80 = 1.312.000 caracteres por libro. Cada carácter puede tomar 25 valores, con lo que hay más de 251.312.000 libros diferentes. Escribir esta cantidad de libros requiere unas 1.834.100 cifras (aproximadamente 1.312.000 log(25)). Para haceros una idea de lo grande que es este número, 10^p se escribe con p+1 cifras…

En *El libro de arena* Borges habla sobre el infinito:
Me pidió que buscara la primera hoja. Apoyé la mano izquierda sobre la portada y abrí con el dedo pulgar casi pegado al índice. Todo fue inútil: siempre se interponían varias hojas entre la portada la mano. Era como si brotaran del libro.
- Ahora busque el final.
También fracasé; apenas logré balbucear con una voz que no era mía:
- Esto no puede ser.
Siempre en voz baja el vendedor de biblias me dijo:
*- No puede ser, pero **es**. El número de páginas de este libro es **infinito**. Ninguna es la primera; ninguna, la última. No sé por qué están numeradas de ese modo arbitrario. Acaso para dar a entender que los términos de una serie infinita admiten cualquier número.*

10. DEFORMANDO CON CUIDADO.

Si se toma una tira de papel y se pegan dos extremos opuestos, se obtiene un *cilindro*, es decir, una superficie que tiene como bordes dos circunferencias disjuntas y dos lados.
Si se hace lo mismo, pero antes de pegar los extremos se gira uno de ellos 180 grados, el objeto que se obtiene es una *banda de Möbius,* que posee un solo borde y una única cara. La banda de Möbius es además *no orientable*: dibuja por ejemplo una flecha sobre la banda, y muévela a lo largo de su única cara… observa que cuando regresas al punto de partida, ¡la flecha ha cambiado de sentido!

El *Poema sobre banda de Möbius* de Luc Étienne (1908-1984) se construye del modo siguiente: en la primera cara de una banda de papel rectangular –por ejemplo 10 veces más larga que ancha, para manipularla mejor– se escribe la mitad de la poesía de una persona muy trabajadora:

Trabajar, trabajar sin cesar,
para mi es obligación
no puedo flaquear
pues amo mi profesión…

Se gira esta tira de papel sobre su lado más largo –es esencial–, y se escribe la segunda mitad del poema:
Es realmente un tostón

perder el tiempo,
y grande es mi sufrimiento,
cuando estoy de vacación.

Se pega la tira para obtener una banda de Möbius: tenemos un poema sobre una única cara –no ya sobre dos– y su sentido es totalmente diferente:

Trabajar, trabajar sin cesar, es realmente un tostón
para mi es obligación perder el tiempo
no puedo flaquear y grande es mi sufrimiento,
pues amo mi profesión… cuando estoy de vacación.

Ahora tenemos una poesía de una persona un poco perezosa... estaba claro ¡la banda de Möbius es no orientable!... ¡cambia el sentido de cualquier objeto que viva sobre ella!

Algo parecido sucede con a canción *Serenata mariachi* de Les Luthiers: Bernardo y Porfirio se disputan a su amada María Lucrecia y cantan a turnos. Empieza Bernardo:

Siento que me atan a ti
tu sonrisa y esos dientes
el perfil de tu nariz
y tus pechos inocentes

Sigue Porfirio:
Tus adorados cabellos,
oscuros, desordenados
clara imagen de un anzuelo
que yo mordí fascinado

En su disputa por llamar la atención de María Lucrecia, comienzan a interrumpirse cantando cada verso por turnos... el resultado es el mismo que si hubieran escrito su canción sobre una banda de Möbius, con resultados fatales para ambos:

Siento que me atan a ti tus adorados cabellos,
tu sonrisa y esos dientes oscuros, desordenados
El perfil de tu nariz clara imagen de un anzuelo
y tus pechos inocentes que yo mordí fascinado.

11. POÉTICO BINARIO.

Jacques Roubaud (1932-) escribió este precioso *Poema binario* en homenaje a su amigo Pierre Lusson:

@ 13. 4

La Vie : sonnet.

à Pierre Lusson

000000 0000 01
011010 111 001
101011 101 001
110011 0011 01

000101 0001 01
010101 011 001
010101 011 001
010101 0001 01

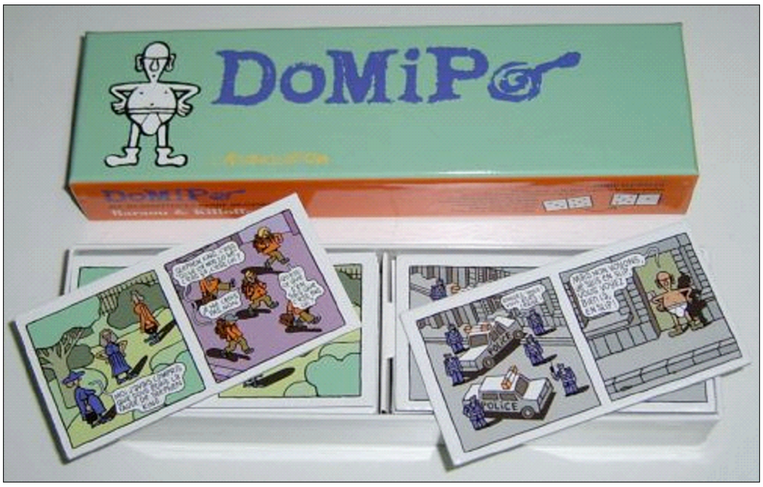
01 01 01 0010 11
01 01 01 01 01 11
001 001 010 101

000 1 0 1 001 00 0
0 00 0 0 11 0 0 0 0 101
0 0 0 0 01 0 0 0 0 0 00

@14, Jacques Roubaud, compositeur de mathématique et de poésie.

12. AZAR Y PROBABILIDAD.

DoMiPo es el título de un tebeo-dominó de la guionista Anne Baraou en colaboración con el dibujante Patrice Killoffer (L'Association, 2009).



Es un juego de dominó normal, pero las fichas con números se han sustituido por otras con las viñetas de un tebeo. El juego contiene 28 fichas impresas por el anverso-reverso, de 11cm x 5cm. En cada ficha aparecen entre 0 y 6 personajes y –como en el dominó clásico– los jugadores y jugadoras deben unir sólo los lados que contienen al mismo número de personas, es decir, fichas con dibujos iguales. Al final de una partida resultará una larga cinta, que será de hecho una historia diferente dependiendo de la suerte y de las elecciones realizadas.

Coquetèle de Anne Baraou y Vicent Sardon es también un cómic de lectura aleatoria. Para crear las historias, deben tirarse los tres dados y aparece la aventura en cuestión ante nuestros ojos.

REFERENCIAS.

GACHE, B. (2004). *Escrituras nómades. Del libro perdido al hipertexto*, Limbo.

GONZÁLEZ FERNÁNDEZ, F. (2012). *Esperando a Gödel. Literatura y Matemáticas*, Nivola.

MARTINEZ, G. (2003). *Borges y la matemática*, Eudeba.

ODIFREDDI, P. (2007). *Juegos matemáticos ocultos en la literatura*, Octaedro.

SERRA, M. (2000). *Verbalia: juegos de palabras y esfuerzos de ingenio literario*, Península.

VARIOS (2011). *πoetas*. *Primera antología de poesía con matemáticas.* Amargord.

Sección de *Literatura y Matemáticas* en el portal Divulgamat (http://www.divulgamat.net).

Transparencias: http://www.ehu.es/~mtwmastm/CEAM_Malaga2012.pdf