ESTUDIO DE INECUACIONES DE DOS VARIABLES

Nora Gatica,
Universidad Nacional de San Luis (Argentina)
Alexander Maz Machado,
Universidad de Córdoba (España)

RESUMEN.

Diversas investigaciones muestran que los alumnos tienen grandes dificultades al realizar representaciones geométricas en las soluciones de una inecuación de dos variables. En el presente trabajo, mediante una clase realizada en la escuela secundaria, se investigó cómo este concepto, fue construido por los estudiantes y de cómo ellos realizaron los cambios de registros. Además fueron analizados los procedimientos y el contenido cognitivo de sus intercambios en situación de comunicación. Los alumnos encuentran recursos para lograr establecer que la solución está formada por un conjunto infinito de puntos. Ello depende de una buena elección del problema, de lograr que el alumno se haga cargo del mismo y de una intervención apropiada del profesor.

Nivel educativo: Secundaria.

1. INTRODUCCIÓN

Las inecuaciones lineales, como parte integrantes de las Matemáticas, adquieren relevancia y significado a través de su aporte en la estructuración de los más disímiles temas. A modo enunciativo puede mencionarse su participación en álgebra, trigonometría, investigación de funciones, programación lineal, etc.

Sin embargo, es un tema que normalmente despierta poco interés en cuanto a su enseñanza, tanto de los profesores de la escuela secundaria como en la Universidad.

La importancia de este tema radica en que muchos fenómenos físicos y de otro tipo son modelizados mediante ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones e inecuaciones, y por ello la solución de estos problemas se implica la solución de ecuaciones, inecuaciones y sus sistemas.

En el sistema educativo de la República Argentina, específicamente en segundo año del nivel secundario, se encuentra dentro del currículo el tema de las inecuaciones lineales con dos variables.

Los alumnos logran aprender a resolver inecuaciones, a través de procedimientos y de reglas previamente establecidas, pero no enlazan aspectos conceptuales, por lo que el desarrollo de este conocimiento es principalmente de carácter procedimental.

Su enseñanza se reduce a establecer algunas nociones acerca de este concepto y a su representación gráfica, pero en muchas ocasiones, debido a la extensión de los planes de estudio, al momento de reducir algunos temas, los profesores eligen comprimirlo. La situación es más crítica aún en los casos en que prácticamente no se enseña.

Notamos así deficiencias en la comprensión de este concepto; si bien esta tarea no es nada fácil puesto que se encuentran grandes dificultades para hacer que los alumnos alcancen una comprensión satisfactoria en dicho campo. Esto da lugar a que los estudiantes tengan una idea muy limitada sobre el tema, lo cual repercute en materias posteriores (en la mayoría de los casos universitarias), pues en éstas, las inecuaciones que se utilizan requieren conversiones geométricas, algebraicas y de lenguaje natural, y articular las diferentes representaciones en estos tres registros.

Diversas investigaciones (Duval, 1998; Acuña, 1998; Tapia, 1998; Diez, 1995; Garrote, Hidalgo y Blanco, 2004; Alvarenga. 2006) dan cuenta de las dificultades de los alumnos para encontrar el intervalo correspondiente al conjunto solución de las inecuaciones. El estudio de Filloy (1999) nos muestra que existen dificultades intrínsecas en el aprendizaje del álgebra: errores usuales de sintaxis cuando se trabaja operatoriamente con las expresiones algebraicas, errores de traducción cuando se utiliza el álgebra para resolver problemas escritos en el lenguaje usual, interpretaciones erróneas del significado de expresiones algebraicas, imposibilidad de la utilización del álgebra para resolver problemas usuales, etc. Sin embargo, estos trabajos, no abordan las dificultades de los alumnos al momento de introducirlos en el tema.

El propósito del presente trabajo, surge como una respuesta a la problemática señalada anteriormente, considerando que la Didáctica de la Matemática juega un papel primordial en estas circunstancias. Desde este enfoque, nos interesa determinar cómo los estudiantes realizan la construcción de este concepto y qué relaciones establecen con conocimientos anteriores.

2. REGISTROS Y REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS

Los objetos matemáticos no son directamente accesibles a la percepción como son los objetos físicos. Para ello son necesarias las representaciones. Entender un concepto significa tener una imagen del concepto (Pluvinage,1998).

Las representaciones y los sistemas de representación se han convertido en elementos importantes en el estudio de la comprensión en matemáticas y se han consolidado como herramienta útil a tal efecto. Duval (1993), analiza y enfatiza la importancia de la "representación" en matemáticas. Establece que no es posible estudiar los fenómenos relativos al conocimiento sin recurrir a la noción de representación. Solamente por medio de las representaciones semióticas es posible una actividad sobre los objetos matemáticos.

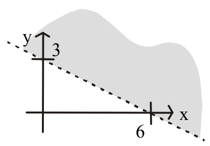
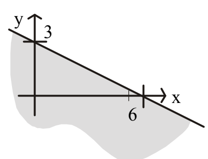
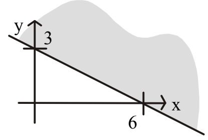
Este autor caracteriza un sistema semiótico como un sistema de representación de la manera siguiente. Un sistema semiótico puede ser un registro de representación, si permite tres actividades cognitivas:

1. La presencia de una representación identificable como una representación de un registro dado: enunciado de una frase, dibujo de una figura geométrica, escritura de una fórmula...Por ejemplo, en nuestro caso, $6x + 2y < 8$ representa una inecuación lineal con dos variables en el registro algebraico.

2. El tratamiento de una representación que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formada. El tratamiento es una transformación interna a un registro. Existen reglas de tratamiento propias de cada registro. Por ejemplo, aplicando propiedades que se cumplen en las inecuaciones lineales, $6x + 2y < 8$ se puede transformar en $y < -3x + 4$ que representa la misma inecuación en el mismo registro.
3. La conversión de una representación que es la transformación de la representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial. La conversión es una transformación externa al registro de partida (el registro de la representación por convertir). Por ejemplo, expresar en el lenguaje natural el siguiente problema: "*Si el duplo de un número mas seis veces otro es menor que 8...*", significa convertir en otro registro la inecuación planteada en el registro algebraico.

Duval considera asimismo, que la comprensión integral de un contenido conceptual está basada en la coordinación de al menos dos registros de representación y esta coordinación queda de manifiesto por medio del uso rápido y la espontaneidad de la conversión cognitiva. Aunque la naturaleza y diversidad que desempeñan el papel de representación es un tema abierto (Font y otros, 2007)

Dada que los problemas que se les presentan a los alumnos en materias posteriores, requiere de la conversión entre los registros: lenguaje natural, simbólico, gráfico y tabular para poder resolverlos, investigamos cuales son las conversiones entre los registros de representación que los estudiantes necesitan efectuar al momento de estudiar el tema, los que se encuentran expuestos en la siguiente tabla:

<table>
<tr><th rowspan="2">REGISTRO LENGUAJE NATURAL</th><th rowspan="2">REGISTRO SIMBÓLICO</th><th rowspan="2">REGISTRO GRÁFICO</th><th colspan="2">REGISTRO TABULAR</th></tr>
<tr><th>A</th><th>B</th></tr>
<tr><td>La suma de un número mas la mitad de otro excede a tres</td><td>$y+(1/2)x>3$</td><td>Semiplano abierto
</td><td><table><tr><td>x</td><td>y ></td></tr><tr><td>0</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>2</td></tr></table></td><td><table><tr><td>x</td><td>y</td><td>$y+(1/2)x>3$</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>$1>3$ F</td></tr><tr><td>3</td><td>4</td><td>$11/2>3$ V</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>La suma de un número más la mitad de otro es a lo sumo tres</td><td>$y+(1/2)x \leq 3$</td><td>Semiplano
</td><td><table><tr><td>x</td><td>y ≤</td></tr><tr><td>0</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>2</td></tr></table></td><td><table><tr><td>x</td><td>y</td><td>$Y+(1/2)X\leq3$</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>$1\leq3$ V</td></tr><tr><td>3</td><td>4</td><td>$11/2\leq3$ F</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>La suma de un número más la mitad de otro es por lo menos tres</td><td>$y+(1/2)x \geq 3$</td><td>Semiplano
</td><td><table><tr><td>x</td><td>y ≥</td></tr><tr><td>0</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>2</td></tr></table></td><td><table><tr><td>x</td><td>y</td><td>$y+1/2x\geq3$</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>$1\geq3$ F</td></tr><tr><td>3</td><td>4</td><td>$11/2\geq3$ V</td></tr></table></td></tr>
</table>

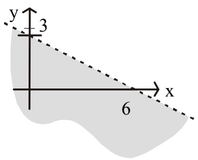
La suma de un número más la mitad de otro no excede a tres	y+(1/2)x <3	Semiplano abierto 	x | y < 0 | 3 2 | 2	x | y | y+1/2x<3 0 | 1 | 1<3 V 3 | 4 | 11/2<3 F

TABLA 1: Registros de representación del concepto inecuación de dos variables

3. SIGNIFICADOS INSTITUCIONALES Y PERSONALES

Godino y Batanero están desarrollando en diversas publicaciones un modelo teórico para la investigación en Didáctica de la Matemática que atiende a las tres dimensiones o facetas principales implicadas en la misma: las dimensiones epistemológica, cognitiva e instruccional, las cuales son articuladas mediante una aproximación lingüística y semiótica. En los primeros trabajos publicados sobre esta problemática teórica proponen una noción de significado institucional y personal de los objetos matemáticos de carácter pragmático y antropológico (Godino y Batanero, 1994; 1998). La faceta cognitiva-semiótica es afrontada mediante la "teoría de las funciones semióticas" (Godino y Batanero, 1999), y la instruccional es esbozada en Godino (1999). Todos estos trabajos son recuperables en internet en la página web del grupo de investigación "Teoría y Métodos de Investigación en Didáctica de la Matemática" de la Universidad de Granada: http://www.ugr.es/local/jgodino

Este modelo teórico lo vamos a tener en cuenta como referente para el análisis y caracterización de elementos que pretendemos destacar en nuestra investigación, por lo que consideramos necesario describir brevemente las principales nociones que introducen.

Desde un punto de vista epistemológico, consideramos útil distinguir en los objetos matemáticos una doble dimensión: institucional y personal. En nuestro caso este modelo nos permitirá analizar el objeto “inecuaciones lineales con dos variables” y valorar el grado de acuerdo alcanzado entre este significado institucional pretendido y el personal adquirido por los alumnos.

De acuerdo con Godino y Batanero (1994), una práctica se considera significativa para una persona o una institución, si cumple una función para resolver el problema, para comunicar, validar o extender su solución. Una práctica significativa podría estar vinculada al análisis, en un problema determinado expresado en el registro del lenguaje natural, de resultados obtenidos que cumplen con una inecuación.

El objeto matemático (por ejemplo, el concepto de inecuación) se presenta como un ente abstracto que emerge progresivamente del sistema de prácticas socialmente compartidas, ligadas a la resolución de cierto campo o tipo de problemas matemáticos.

3.1. Elementos de los significados

En este enfoque teórico, a cada objeto matemático se asocia la entidad significado del objeto que se define como el sistema de prácticas (operatorias y discursivas) realizadas por el “agente” correspondiente para resolver y sistematizar la resolución de un campo de problemas específicos. En consonancia con los tipos de prácticas se considera útil tener en cuenta la siguiente categorización de entidades primarias puestas en juego en la actividad matemática:

- Ostensivos: representaciones materiales utilizadas en la actividad matemática (términos, expresiones, símbolos, tablas, gráficos), se incluyen en general, las entidades lingüísticas/notacionales. Por ejemplo, las notaciones de desigualdades ($<$, $>$, $\leq$, $\geq$), tablas de valores x e y.
- Extensivos: entidades fenomenológicas que inducen actividades matemáticas (situaciones – problemas, aplicaciones). Como por ejemplo, cuando se busca un punto (el cual es un vértice del polígono convexo) que maximiza o minimiza la función objetivo.
- Actuativos: Modos de actuar ante situaciones o tareas (procedimientos, algoritmos, operaciones). Estos se ponen de manifiesto por ejemplo, por medio de los diversos procedimientos que se realizan cuando se efectúa una representación gráfica.
- Validativos: tipos de argumentaciones para validar proposiciones (demostraciones, comprobaciones, justificaciones)
- Intensivos: ideas matemáticas, abstracciones, generalizaciones (conceptos, proposiciones). Por ejemplo, propiedades que se cumplen en las inecuaciones, como son: sumando a ambos miembros de una inecuación un mismo número, el sentido de la desigualdad no se altera.

La importancia de la noción de significado que hemos descrito se debe a que de ella se deduce una teoría de la comprensión (Godino, 1996). La comprensión personal de un concepto es, en este modelo, la "captación" del significado de dicho concepto.

3.2. Funciones semióticas

En Godino y Batanero (1998), se concibe la noción de función semiótica como una "correspondencia entre conjuntos", que pone en juego tres componentes:

- Un plano de expresión (objeto inicial, considerado frecuentemente como el signo)
- Un plano de contenido (objeto final, considerado como el significado del signo, esto es, lo representado, lo que se quiere decir a lo que se refiere un interlocutor).
- Un criterio o regla de correspondencia, esto es, un código interpretativo que regula la correlación entre los planos de expresión y contenido, estableciendo el aspecto o carácter del contenido referido a la expresión.

Los cinco tipos de entidades primarias consideradas (ostensivas, extensivas, intensivas, actuativas y validativas) pueden desempeñar el papel de expresión o de contenido en las funciones semióticas, resultando, por tanto, diferentes tipos de tales funciones, algunas de las cuales pueden interpretarse claramente como procesos cognitivos específicos (generalización, simbolización, etc.) . Atendiendo al plano del contenido (significado) estos tipos se reducen a los siguientes:

- Ostensiva: cuando el objeto final, o contenido de la misma, es un objeto ostensivo. Por ejemplo; el semiplano representa una inecuación lineal en dos variables.
- Extensiva: cuando el objeto final es una situación problema, como por ejemplo, en general, la descripción verbal o gráfica de una situación problema.

- Intensiva, cuando su contenido es un objeto intensivo. Por ejemplo, en la definición de un concepto: La inecuación lineal ax + by + c < 0 representa gráficamente un semiplano.
- Actuativa cuando su contenido es una acción del sujeto. En cualquier proceso de cálculo se establecen dependencias entre distintas partes de la secuencia que son de naturaleza actuativa.
- Validativa: cuando el contenido es una argumentación que valida una proposición.

4. ESTUDIOS PREVIOS

Con el objetivo de determinar las dificultades de los alumnos en el tema que nos ocupa, así como la modalidad de enseñanza instituida en los profesores, realizamos las siguientes exploraciones previas:

1. Entrevistas a profesores de la escuela secundaria con el propósito de detectar dificultades de comprensión verificadas en los alumnos y modo de enseñanza del tema.
2. Análisis de cuatro libros de texto de mayor circulación en nuestro país, ya que estos representan referencias importantes para los profesores, con el fin de establecer los distintos registros, prioritarios en los libros, en la enseñanza de las inecuaciones.
3. Observaciones de clases de profesores en el momento de introducir el tema.

Las conclusiones fueron:

1. El tiempo estipulado para el dictado del tema, prácticamente es mínimo. Inclusive manifestaron, en ocasiones, no dedicarle ninguna clase. No ocurre lo mismo con ecuaciones lineales con dos incógnitas donde tanto la ejercitación como el tiempo dedicado es extenso. Sobre la modalidad de enseñanza, manifestaron guiarse por las propuestas de los libros.
2. De la propuesta de los libros de textos (Camus, 1997; Englebert, y otros, 1995; Semino, y otros, 1997; Carione y otros, 2001) concluimos que las conversiones entre registros se reducen principalmente entre el registro algebraico y el registro gráfico. Es mínima la ejercitación del registro del lenguaje natural al algebraico.
3. Con el propósito de conocer las propuestas de enseñanza existentes, realizamos observaciones en clases introductorias al tema que nos ocupa. Los profesores al momento de introducir el tema, permanecen en la siguiente ruta lineal:
   - **Registro algebraico**: El profesor propone: *Vamos a encontrar el conjunto solución de la inecuación:* $y < 2x + 1$.
   - **Registro numérico**: El profesor reemplaza algunos puntos del plano en la inecuación propuesta, estableciendo con Verdadero o Falso, si cumple o no, con el signo de la desigualdad.
   - **Registro gráfico**: El profesor sombrea la zona del plano donde están ubicados los puntos con resultado Verdadero, estableciendo que esa región es el conjunto solución buscado.

Es decir, los profesores muestran cómo encontrar el conjunto solución de una inecuación lineal con dos variables, probando si cumple la desigualdad convenida con un punto del plano y extendiendo el conjunto solución a todo un semiplano.

Duval señala que el "instrumento" que posee el estudiante para enfrentar este tipo de problemas se reduce a una "regla de codificación" que no es suficiente para resolver la tarea, la cual establece:

- A un punto del plano le corresponde un par ordenado de números (una pareja de números).

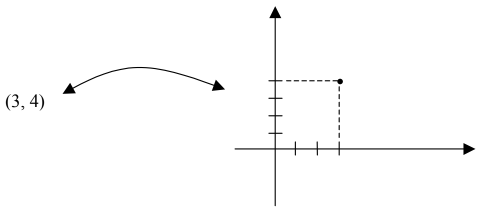


Figura 1: Regla de codificación

Esta regla de codificación no permite más que dos cosas: la lectura de una pareja de números sobre la gráfica a partir de un punto o la designación de un punto a partir de una pareja de números.

O sea que actúa como "verificador" de los puntos que cumplen la desigualdad. En efecto, por mas puntos que se localicen en una tarea de "sombreado" nunca podrá llevar a sombrear la zona completa sin una interpolación y aceptar la ley gestaltista de contigüidad....*"No se puede obtener la conversión mediante la aplicación de reglas de codificación"*.

En la escuela secundaria, la solución de una inecuación lineal en dos variables, se considera únicamente en el plano coordenado, planteándose el problema de la siguiente manera: Encontrar en el plano una figura geométrica (un conjunto de puntos), tal que las coordenadas de cada uno de dichos puntos satisfaga la desigualdad dada.

De esta manera, los alumnos son capaces de resolver inecuaciones, a través de procedimientos y de reglas previamente establecidas, pero no relacionan este concepto con sus aplicaciones.

5. METODOLOGÍA

Nuestra investigación consiste en el estudio del "descubrimiento" que deben realizar los alumnos sabiendo que desde el punto de vista gráfico, el conjunto solución de una ecuación son los infinitos puntos ubicados sobre la recta, al concepto de que en el caso de una inecuación es uno de los semiplanos determinado por la recta.

Los descubrimientos que debe hacer el alumno entran en contradicción con la concepción bien arraigada, reforzada por las actividades anteriores, según la cual, el conjunto solución de una ecuación son los infinitos puntos ubicados sobre la recta.

Esta es una investigación que analiza principalmente variables cualitativas, cuyo enfoque es necesariamente descriptivo y exploratorio en el inicio de la investigación y pasando a un enfoque interpretativo y explicativo en la última fase.

Objetivos de la experiencia:

1. Identificar las estrategias y dificultades de los alumnos en la iniciación del estudio de las inecuaciones lineales en dos variables mediante una experiencia de enseñanza basada en un enfoque constructivista.
2. Analizar la comprensión de este conocimiento frente a una situación de enseñanza sobre construcción del concepto.

Las siguientes preguntas orientaron el presente trabajo de investigación:

- ¿La inecuación lineal en dos variables, como objeto matemático, aparecería para los alumnos como un conocimiento totalmente nuevo, desvinculado con sus conocimientos anteriores?
- ¿O por el contrario, incidiría en ellos, el conocer el conjunto solución de una inecuación lineal en una variable para obtener el conjunto solución de una inecuación lineal en dos variables?
- ¿Serían capaces los alumnos de obtener gráficamente el conjunto solución de una inecuación lineal de dos variables?

Para responder algunas de estas preguntas, elaboramos una situación, que fue puesta en escena con alumnos de 2do. Año (14 años) de la escuela secundaria, quienes desconocen totalmente el concepto inecuación lineal en dos variables.

Se diseñó una tarea, la cuál fue puesta en práctica con 25 alumnos, usándose a estos efectos, la observación de la clase y posteriores entrevistas clínicas a algunos de ellos. Se dividió la clase en 6 grupos, cada uno de los cuales fue controlado por un profesor. Se estableció la siguiente consigna:

En la hoja Uds. tienen dibujada una recta de ecuación: y = -1/2 x + 3. El trabajo de Uds. consistirá en encontrar gráficamente los puntos que satisfacen la relación escrita en la parte inferior de la hoja y < -1/2 x + 3.

La actividad que se solicitó fue una tarea de descubrimiento del conjunto solución, pero también una tarea de cambio de registro, sin tener ninguna referencia al respecto. El objetivo es que construyan este nuevo concepto a través de una regla de correspondencia: a una inecuación lineal en dos variables le corresponde un semiplano.

En este trabajo solo exponemos el análisis efectuado al grupo 1:

- Este grupo logró identificar el conjunto de puntos del plano que cumplen la inecuación propuesta, describiéndolo como el haz de rectas paralelas a la ecuación y = -1/2x cuyas ordenadas en el origen son menores que 3. Sin embargo, debemos reconocer que las intervenciones del profesor han sido necesarias en dos momentos claves para llegar a la solución:
- Cuando el grupo da como solución un solo punto, (0,0*). PROFESOR: ¿Y ese es el único punto?; P: ¿Entonces, cuál es la solución?*
- Cuando el grupo da como solución los infinitos puntos de la recta de ecuación y = -1/2x*. PROFESOR: ¿Y los puntos sobre la recta son los únicos puntos?. PROFESOR: A ver, ... piensen, ¿no habrá más puntos? PROFESOR: Bueno, esa recta que dibujastes no, pero ... ¿No puede haber otra recta?; P: ¿Entonces cuántas rectas son?; PROFESOR: ¿Cuántas?*

Después de estas intervenciones el alumno A_1 concluye que *"muchísimas, infinitas, infinitas rectas paralelas".*

Sin duda el trabajo matemático realizado por los alumnos ha sido notable y ha concluido con éxito, excepto que no han logrado justificar adecuadamente la solución. Pero no podemos engañarnos sobre el papel crucial jugado por las intervenciones del profesor para comunicar, aunque no de manera directa, el significado institucional de la expresión "solución de una inecuación".

Este fenómeno es descrito en la Teoría de Situaciones como "efecto Topaze" (Brousseau, 1986): El profesor propone una tarea a sus alumnos cuya respuesta está generalmente más o menos predeterminada; el profesor negocia las condiciones en las que se producirá y que le darán un sentido. Inicialmente intenta que este sentido sea lo más rico y exacto posible y, para ello, propone preguntas lo más abiertas posibles. Pero en el caso frecuente de que los alumnos fracasen, comienza a dar informaciones suplementarias para hacer la respuesta más fácil.

Aparte del proceso de negociación de significados entre profesor y alumnos a propósito del objeto "solución de una inecuación con dos variables", los alumnos han tenido que realizar numerosos procesos interpretativos para progresar en la realización de la tarea, relacionados con la trama de objetos que se ponen en juego en actividad matemática solicitada. Por ejemplo, la ejecución de la técnica T1 requiere poner en juego por parte del sujeto un complejo de objetos y funciones semióticas, entre los que podemos señalar:

- La noción de par ordenado de números reales se pone en correspondencia biunívoca con los puntos del plano;
- El primer componente del par es el valor de la variable x usada en la inecuación y el segundo es el valor de la y;
- La verificación de si un par de números satisface la inecuación se supone que debe realizarse dando a x el valor de la abscisa y comprobar que el resultado de realizar los cálculos algebraicos es mayor que el valor asignado a la y; etc.

En estos casos, se trata de procesos de particularización, esto es, identificación de ejemplos (extensivos) que cumplen las definiciones de nociones abstractas (intensivos), como ecuación, inecuación, abscisa, ordenada, etc. En otros casos, se requiere realizar actos de generalización (correspondencia entre un objeto particular y una generalidad o abstracción), como ocurre cuando los alumnos reconocen que el conjunto de puntos de la recta r' se comportan igual que el punto (0,0) en relación a satisfacer la inecuación. O cuando reconocen que cualquier recta paralela a r' situada en el mismo semiplano también cumple dicha relación.

5. CONCLUSIONES

El objetivo principal del presente trabajo fue estudiar el proceso constructivo que desarrollan los alumnos en torno al concepto de inecuaciones lineales con dos variables en la situación escolar en que dicho proceso tiene lugar.

Realizamos un análisis del proceso de estudio, indagando sobre los objetos y significados puestos en juego en esta experiencia. Del estudio realizado concluimos que los alumnos no encontraron acabadamente el conjunto solución de una inecuación lineal con dos variables. Sin embargo, encontraron formas de generar conjuntos infinitos de puntos que son soluciones de la inecuación. Dieron así el primer paso de un proceso en el que surge un nuevo objeto matemático, aunque no es el proceso que le dio origen.

Los resultados obtenidos sugieren que los comportamientos de los estudiantes frente a la tarea de sombreado de un semiplano, como descubrimiento del conjunto solución de una inecuación lineal con dos variables, muestra un patrón de comportamiento en el que se observa que, con mayor frecuencia el conjunto solución son los infinitos puntos ubicados sobre una recta, posiblemente como herencia del último tema aprendido por ellos: ecuaciones. Aunque, del mismo modo, concluimos que no se usa esta estrategia de carácter gráfico para explorar o confirmar posibles soluciones. Esta afirmación la constatamos en la entrevista clínica.

No ha sido posible que los alumnos encuentren acabadamente el conjunto solución sin la intervención del profesor. Es decir, el profesor juega un papel decisivo para resolver la tarea encomendada.

Para favorecer el aprendizaje del tema por parte de los alumnos, es esencial que el profesor les proponga suficientes problemas de conversiones entre los diferentes registros de representaciones semióticas y que ellos interpreten los resultados obtenidos al articular satisfactoriamente entre estos registros. Estos tipos de problemas no son frecuentes en los manuales escolares ni en las clases de matemáticas.

REFERENCIAS.

ACUÑA, C. (1998). La ubicación espacial de conjuntos de puntos en el plano. En F. Hitt (Ed.), Investigaciones en Matemática Educativa II (p.203-223). Mexico: Dep. de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

ALVARENGA, K. (2006). Inecuaciones: Un análisis de las construcciones mentales de estudiantes universitarios. Tesis doctoral.

BROUSSEAU, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques. Recherches en didactique des Mathématiques, 7, 2: 33-115. (Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática. Traducción de Dilma Fregona y Facundo Ortega).

CAMUS N. (1997). Matemática 9ª E.G.B. Ed. Aique. Buenos Aires.

CARIONE N., CARRANZA S., DIÑEIRO M., LATORRE M. Y TRAMA E. (2001). *Matemática 3.* Ed. Santillana. Buenos Aires.

DÍEZ, M. (1995). Sobre la simbolización en el álgebra. Aplicación al proceso de aprendizajes de las desigualdades en educación secundaria. Tesis Doctoral. Madrid: Universidad Complutense.

DUVAL, R. (1994). Registres de reprësentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Science Cognitives 5 (p. 37 - 65). Traducción Departamento de Matemática Educativa – Cinvestav, 1997. Mexico.

DUVAL, R. (1998). Registros de Representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. Investigaciones en Matemática Educativa II. En F. Hitt (Ed.) (p.173 – 201). México: Departamento de Matemática Educativa – Cinvestav.

ENGLEBERT, S., PEDEMONTI S.,Y SEMINO S. (2005). Matemática A - Z 3. A-Z Editora. Argentina

FILLOY, E. (1999). Aspectos Teóricos del Algebra Educativa. México. Grupo Editorial Iberoamérica.

FONT, V., GODINO, J. D. Y D'AMORE, B. (2007). An onto-semiotic approach to representations in mathematics education. For the Learning of Mathematics, 27 (2): 2 -7

GARROTE, M.; HIDALGO, M. J. Y BLANCO, L. J (2004). Dificultades en el aprendizaje de las desigualdades e inecuaciones. Suma 46. 37 – 44

GODINO, J.D. Y BATANERO, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. Recherches en Didactique des Mathématiques, 14, 3,: 325-355.

GODINO, J. D. Y BATANERO, C. (1998). Funciones semióticas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En I. Vale y J. Portela (Eds.), Actas del IX Seminario de Investigación en Educación Matemática (SIEM) de la Sociedad Portuguesa de Investigación en Educación Matemática. Guimaraes (Portugal).

GODINO, J.D. (1999). Análisis epistémico, semiótico y didáctico de procesos de instrucción matemática. Trabajo presentado en el Grupo de Trabajo "La Didáctica de la Matemática como Disciplina Científica". III Simposio de la SEIEM, Valladolid, Septiembre de 1999.

PIUVINAGE, F. (1998). Los objetos matemáticos en la adquisición del razonamiento. En F. Hitt (Ed.), Investigaciones en Matemática Educativa II (p 1 - 17). Mexico: Dep. de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

SEMINO, S., ENGLEBERT, S., Y PEDEMONI, S. (1997). Matemática 9. 3er. Ciclo EGB. A-Z Editora. Argentina.

TAPIA, X. (1998). Pasaje de registros: Inecuaciones – Tesis para optar al grado de Magister en Enseñanza de las Ciencias, Mención en Didáctica de la Matemática. Valparaíso. Chile.