FUNCIONES DE CRECIMIENTO - UNA EXPERIENCIA DE APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA DE APRENDIZAJE BASADO EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON GEOGEBRA.

José Manuel Dos Santos Dos Santos,
Escola Secundária D. Afonso Sanches*, Vila do Conde- Portugal*

RESUMEN.

En este trabajo se presenta el resultado de una experiencia de aplicación del Aprendizaje Basado en Resolución de Problemas (ABRP) en la disciplina de matemática de la formación profesional de nivel secundario. La modalidad de ABRP utilizada se basa en la propuesta de Ann Lambros (2004) de aplicación del Problem Based Learning. Aquí se presenta resumidamente esta metodología y se describe su aplicación, en una clase de formación profesional, en el último año de educación secundaria. La experiencia decore en el Modulo 9 – Funciones de Crecimiento y pretende responder a dos cuestiones: i) Puede el ABRP ser una mas-valía para el aprendizaje de las matemáticas de los alumnos en los cursos de formación profesional? ii) El uso del GeoGebra puede ser un facilitador para la ejecución de las tareas propuestas en el aula?

Nivel educativo: Cursos Profesionales de Educación Secundaria, Módulo 9 - Funciones de Crecimiento, 12º año de escolaridad.

1. CUADRO TEÓRICO.

El ABRP aparece en 1969, por John Evans, en la Escuela de Medicina de la Universidad McMaster en Ontario, Canadá (Haslett, 2001).

ABRP es una metodología de enseñanza, centrada en el estudiante, parte de un problema para el aprendizaje autónomo y coherente de los alumnos, en colaboración con sus colegas. Esta estrategia visa la autonomía del estudiante, el desarrollo de su creatividad y su sentido crítico, en un entorno colaborativo. El ABRP es compatible con las teorías del aprendizaje cognitivo, constructivismo de Piaget y el Constructivismo Social de Vygotsky. El aprendizaje implica un papel activo del individuo, asistido por sus compañeros y mediado por el profesor.

En esta metodología, el profesor tiene una visión racionalista de la ciencia contemporánea, de manera similar a lo que ocurre en la enseñanza de la investigación como una manera de construir teorías para comprender mejor el mundo (Lucas citado por Clara Vasconcelos, 2010), ser un facilitador y un amigo-crítico del trabajo de los estudiantes.

Los problemas deben promover el pensamiento flexible y la interdisciplinariedad. Algunos de los problemas deben ser poco estructurados y abiertos, de modo a apoyar la motivación intrínseca, tener un carácter realista y de acuerdo con las experiencias de los estudiantes. Un problema que promueva el feedback permite a los estudiantes: evaluar los conocimientos que poseen; promover la formulación de nuevos problemas; el razonamiento y estrategias de aprendizaje. Los problemas también deben promover la conjetura y la argumentación. La formulación del problema debe ser lo suficientemente compleja para requerir la interrelación de varios conocimientos y debe motivar a los estudiantes conocer y aprender más. (Hmelo-Plata, 2004)

Uno de los axiomas de esta metodología de trabajo y de colaboración es el cuidado que se debe tomar en el seguimiento del trabajo de los grupos, fomentando las preguntas, compartiendo opiniones, formulando hipótesis y la capacidad para defenderlas o de confirmarlas. La comunicación y el trabajo en el grupo es esencial, tanto para compartir los resultados con los compañeros de grupo o en las sesiones plenarias en la clase, por lo que las conclusiones suelen validar el conocimiento construido. Así, el debate en sesión plenaria es esencial para sistematizar lo que se ha aprendido (Savery, 2006).

Según Lambros (2002), citado por Vasconcelos 2010, el ABRP depende de una estructura propia, pasando por ciertas etapas, así, "después de que los alumnos han comprendido el problema, estos deben: (i) preparar una lista de los hechos proporcionada por el problema, (ii) preparar una lista de lo que necesitan saber para entender el problema, y (iii) definir una lista de lo que tienes que buscar para solucionar el problema. Después de esta secuencia, el proceso continúa con la lista de posibles soluciones. Esta lista traerá algunas posibles formas de resolver el problema y exigir el establecimiento de una nueva lista de contenidos a aprender. La última lista debe permitir a los estudiantes recoger información para defender o no, las posibles soluciones."

Esta metodología ha demostrado ser prometedora, han aparecido varios cambios tanto en la forma como en los contextos que es utilizada. Una profundización de esta metodología se basa en proyectos más amplios, a diferencia del problema más restringido, se están aplicando en los distintos niveles de la educación, proporcionando un enfoque interdisciplinar. Algunas investigaciones muestran que el éxito de este enfoque está estrechamente relacionado con la formación del profesorado y de sus propias concepciones (Hmelo-Plata, 2004, p. 261).

2. CUADRO CURRICULAR

En el desarrollo del Módulo 9 - Funciones de Crecimiento, de la asignatura de Matemáticas, en una clase del décimo segundo año, del curso profesional de Técnico de Gestión Ambiental, se pretende trabajar el tema de la resolución de problemas. Una de las tareas previstas para el trabajo en el aula, pasa por que los estudiantes elijan los modelos más adecuados para la descripción de una situación dada. En este contexto, se pensaran cuatro tareas que se presentaron a los grupos de trabajo con el fin de desarrollar las capacidades e contenidos matemáticos, previstos en el currículo de matemática de la educación secundaria de los cursos profesionales.

En relación a competencias, el currículo prescribe la necesidad de desenvolver, en los estudiantes, la capacidad de:

- hacer e investigar los modelos matemáticos con el recurso a la utilización de tecnologías;
- hacer e investigar los modelos matemáticos con el recurso a la utilización de tecnologías;
- diseñar, analizar y describir los modelos de los fenómenos reales utilizando modelos no lineales de crecimiento;
- representar las relaciones funcionales de diversas maneras y pasar unos pocos tipos de representación a otra, utilizando reglas verbales, tablas, gráficas y expresiones algebraicas, y entre otras cosas, la tecnología de gráficos;
- comunicarse oralmente y por escrito las situaciones problemáticas y sus resultados.

(Carvalho, 2005, p. 47-48)

Desde el punto de vista de las materias matemáticas, el currículo establece la intención de que el alumno pueda:

- reconocer y dar ejemplos de situaciones en las que los modelos exponenciales son buenos modelos, tanto para la lo que se observa como para lo que se espera;
- utilizar las reglas de las calculadoras gráficas o exponenciales y una computadora para encontrar los valores o gráficos que responden a los posibles cambios en los parámetros;
- interpretar una función de y predecir la forma de su gráfica;
- resolver problemas sencillos y funciones de aplicación que utilizan diferentes modelos de crecimiento.

(Carvalho, 2005, 48)

3. CUESTIONES Y METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

Planteando-se el cuadro teórico e curricular atrás referido, resumidamente explicado, en el desarrollo del Capítulo 9 – Funciones de Crecimiento, hemos seleccionado una secuencia de cuatro tareas (presentadas en la sección siguiente), que los estudiantes trabajaron en grupo, tratando encontrar la solución de los problemas propuestos. En el aula fueran utilizadas las tecnologías, calculadoras gráficas y el GeoGebra. Como metodología de enseñanza se uso el ABRP. Estas opciones fueran tomadas con la intención de responder a las dos preguntas siguientes:

i) Puede el ABRP ser una mas valía para el aprendizaje de las matemáticas de los alumnos en los cursos de formación profesional?
ii) El uso del GeoGebra puede ser un facilitador para la ejecución de las tareas propuestas en el aula?

Al tentar responder a estas cuestiones el profesor-investigador es el agente principal para la recopilación e interpretación de datos. Estos datos tienen un carácter descriptivo y detallado, que permiten al investigador analizar las acciones y los hechos en detalle (Bogdan e Biklen, 1994). Por otro lado, se hace la opción por un experimento educativo (teaching experiment), como metodología de investigación, ya que tiene como objetivo "investigar las posibilidades de mejora de la educación mediante la realización y posterior estudio de nuevas formas de aprendizaje" (Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer y Schauble, 2003, p.10).

4. SECUENCIA DE TAREAS

Cuatro tareas han sido elegidas para desarrollar un total de ocho aulas, todas ellas dirigidas a la creación de modelos exponenciales en diferentes contextos. Las tres primeras tareas fueron presentadas en un contexto "no matemático", la cuarta tarea es destinada a resolver una ecuación en un contexto puramente matemático. Hecho común a todas las tareas es que los estudiantes no sabían un método "estándar" para su resolución. En este sentido, las propuestas de trabajo son abiertas, las dos primeras, y cerradas, las dos últimas, todas ellas representaron un elevado grado de desafío para los estudiantes, como Ponte (2005) afirma tareas cerradas e complejas constituyen problemas reales para los alumnos, por otro lado tareas abiertas e complejas se figuran como investigaciones. La figura 1 muestra los cuatro problemas que se presentaran a los estudiantes.

Problema 1	Imaginemos que un hacker ha creado un virus que se propaga a los dos contactos al abrir un mensaje infectado, sólo una vez en cada equipo. Las estadísticas de la ciudad, donde el virus se había extendido, indican la apertura de dos mensaje de correo electrónico a cada minuto. El país donde fue liberado el virus tiene un total de diez millones de ordenadores. Se sabe que el final de 20 minutos todos los ordenadores se infestaron. Al final de que tiempo estará infestado todo los ordenadores del país? *Imagina que tienes de preparar el envío de un telegrama a las autoridades nacionales para alertar sobre el tiempo que le tomará a la infección total del país, presentando los argumentos que justifican tu mensaje.*
Problema 2	Vieron una colonia de bacterias en una placa de Petri con un radio de 5 cm, cada bacteria se encontraba en un área de 0,1 mm2. Además de comprobar que cada bacteria, cada minuto, dando lugar a diez otras bacterias. Su compañero de laboratorio, dijo que la cultura ha sido elaborado con una sola bacteria en cada placa de Petri. ¿En cuanto tiempo el sistema entra en entropía? *Usted debe preparar un informe que: describa cómo el cultivo de bacterias se desarrolla, presentar un modelo matemático adecuado, predecir el momento en que la colonia alcanza el punto de entropía del sistema; y presentar un resumen de los cálculos o razonamientos utilizados.*
Problema 3	Cuando se sirve una taza de café expreso, el café está demasiado caliente y tomará algún tiempo para que se pueda beber. La evolución de la temperatura, $T(°C)$, con el tiempo, $x\ (min)$ desde el momento en que el café se sirve, es una función definida por la expresión: $T(x) = 60\square 0{,}9^{x} + 20$ 1. ¿A qué temperatura el café se entrega al cliente? 2. ¿Cuánto tiempo tiene que esperar para tomar el café, el cliente que lo prefiere a 60ºC? 3. ¿Por cuánto tiempo el café se mantiene entre los 40º y 35º grados?
Problema 4	¿Cuáles son las soluciones de la ecuación $\left(x^2 - 5x + 5\right)^{\left(x^2 - 9x + 20\right)} = 1$?[1]

Figura 1. Problemas que se presentaran a los alumnos.

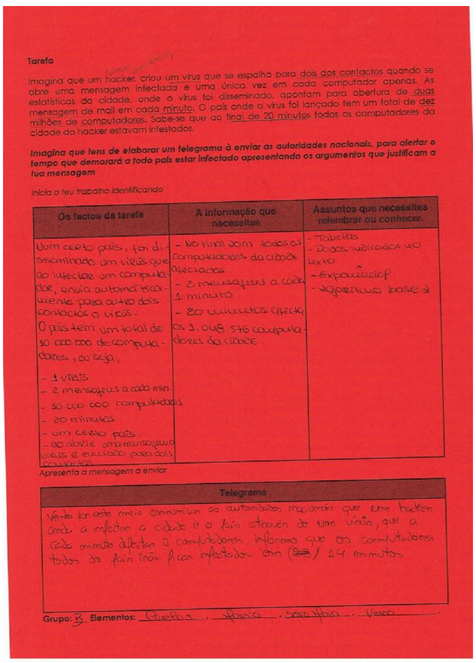
[1] Una descripción mas pormenorizada de la aplicación de esta tarea se encuentra en: www.fisem.org/web/union/images/stories/29/archivo14.pdf

4.1. APLICACIÓN DE LA SECUENCIA DE TAREAS EN AULA.

El experimento se llevó a cabo durante cuatro semanas de clases, en 135 minutos por semana, divididos en 90 minutos (1ª parte) y 45 minutos(2ª parte). Los diecisiete alumnos de la clase se dividieron en cuatro grupos, tres grupos con cuatro estudiantes y el cuarto grupo con cinco estudiantes. Los estudiantes tenían acceso al manual de texto escolar, la conexión con Web en un ordenador portátil, el GeoGebra (GGB) y dos calculadoras gráficas (MCG) por grupo, y, obviamente, la interacción con el profesor siempre que lo solicitaran.

Durante la clase el papel del profesor fue de ayudar a los estudiantes, disciplinando-se en no dar respuestas, pero si, por devolver la pregunta al grupo de trabajo, cuando este parecía capaz de encontrar las respuestas o formular mas preguntas. En otros casos el profesor indico lugares donde podían encontrar información que necesitaban, en el caso de la demanda inicial no se ha demostrado productiva, en pocas palabras el profesor asume un papel de "facilitador, mediador y organizador de la enseñanza y el aprendizaje, proporcionando orientación, que funciona como un recurso y la asistencia en los procesos de resolución cuando sea solicitado por los estudiantes" (Savery y Duffy, 1995; Jones et al, 1997; McInnis, 2000; Guerra, 2008; Guerra y Vasconcelos, 2008), citado en Guerra y Vasconcelos 2009.

En las sesiones de 90 minutos, primera parte de trabajo de cada tarea, los estudiantes trabajaran en grupo, tentando resolver el problema. Siempre tuvieran que hacer un informe donde indicaban: los hechos que integraba cada una de las tareas; la información necesaria; el contenido matemático necesario para resolver el problema; enumerando la información ya conocida y otra que, por casualidad, era necesario saber. Esta estructura es similar a la de trabajo propuesto por Ann Lambros (2002), citado por Vasconcelos 2010.



Tarefa

Imagina que um hacker, criou um vírus que se espalha para dois dos contactos quando se abre uma mensagem infectada e uma única vez em cada computador apenas. As estatísticas da cidade, onde o vírus foi disseminado, apontam para abertura de duas mensagem de mail em cada minuto. O país onde o vírus foi lançado tem um total de dez milhões de computadores. Sabe-se que ao final de 20 minutos todos os computadores da cidade do hacker estavam infestados.

Imagina que tens de elaborar um telegrama à enviar as autoridades nacionais, para alertar o tempo que demorará a todo país estar infectado apresentando os argumentos que justificam a tua mensagem

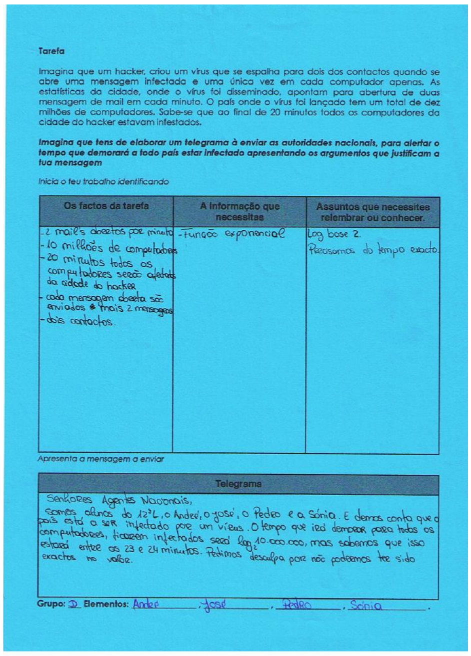
Inicia o teu trabalho identificando

Os factos da tarefa	A informação que necessitas	Assuntos que necessites relembrar ou conhecer.
Um certo país, foi disseminado um vírus que ao infectar um computador, envia automaticamente para outro dois contactos o vírus. O país tem um total de 10 000 000 de computadores, ou seja, - 1 vírus - 2 mensagens a cada min. - 10 000 000 computadores - 20 minutos - um certo país. - ao abrir uma mensagem vírus é enviado para dois contactos	- No final 20m todos os computadores da cidade afectados. - 2 mensagens a cada 1 minuto - 20 minutos afecta os 1.048.576 computadores da cidade.	- Tabelas - Dados indicados no texto - Exponencial - logaritmo base 2

Apresenta a mensagem a enviar

Telegrama
Venho por este meio comunicar as autoridades nacionais que um hacker anda a infectar a cidade e o país através de um vírus, que a cada minuto afecta 2 computadores, informo que os computadores todos do país irão ficar infectados em (~~23~~) 24 minutos

Grupo: B Elementos: Carlos, Maria, Sara Maria, Vera.



Tarefa

Imagina que um hacker, criou um vírus que se espalha para dois dos contactos quando se abre uma mensagem infectada e uma única vez em cada computador apenas. As estatísticas da cidade, onde o vírus foi disseminado, apontam para abertura de duas mensagem de mail em cada minuto. O país onde o vírus foi lançado tem um total de dez milhões de computadores. Sabe-se que ao final de 20 minutos todos os computadores da cidade do hacker estavam infestados.

Imagina que tens de elaborar um telegrama à enviar as autoridades nacionais, para alertar o tempo que demorará a todo país estar infectado apresentando os argumentos que justificam a tua mensagem

Inicia o teu trabalho identificando

Os factos da tarefa	A informação que necessitas	Assuntos que necessites relembrar ou conhecer.
- 2 mail's abertos por minuto - 10 milhões de computadores - 20 minutos todos os computadores serão afetados da cidade do hacker - cada mensagem aberta são enviados mais 2 mensagens - dois contactos.	- Função exponencial	Log base 2. Precisamos do tempo exacto.

Apresenta a mensagem a enviar

Telegrama
Senhores Agentes Nacionais, Somos alunos do 12ºL, o André, o José, o Pedro e a Sónia. E demos conta que o país está a ser infectado por um vírus. O tempo que irá demorar para todos os computadores, ficarem infectados será $\log_2 10.000.000$, mas sabemos que isso estará entre os 23 e 24 minutos. Pedimos desculpa por não podermos ter sido exactos no valor.

Grupo: D Elementos: André, José, Pedro, Sónia.

Figura 2. Hoja de registro del grupo B (izquierda) y D (derecha) para la primera tarea.

En la segunda parte, la sesión de 45 minutos, se uso para discutir los resultados y la preparación de resúmenes con los contenidos matemáticos utilizados. En las dos primeras tareas, *Problema 1* y *Problema 2*, los estudiantes recibieron las hojas de registro necesarios (fig. 2). En la tercera y cuarta tarea, los enunciados fueran proyectados en el aula y los estudiantes, en grupo, organizaron, ellos propios, sus registros. Cabe destacar que en la cuarta tarea, *Problema 4*, se ha hecho en un corto periodo de tiempo, la ejecución e la discusión de la cuarta tarea se hico en 90 minutos, por lo que los 45 minutos, de la segunda parte, se dedicó a una evaluación global de la labor realizada durante este experimento, conjuntamente, por los alumnos y el profesor. Cabe señalar que en la cuarta tarea, los grupos no realizaran cualquier registro más allá de la resolución de la tarea utilizando lenguaje matemático.

4.2. Resultados de la Aplicación de la Secuencia de Tareas en Aula.

El trabajo se llevó a cabo con la autonomía de los grupos y se obtuvieron resultados diferentes dependiendo de las estrategias utilizadas por los grupos y las tecnologías que se utilizan. Los resultados se registran sumariamente en la figura 3.

		Identifican en la tarea:			Presentan informe con:					Presentan solución del problema e un modelo		
		Hechos	información necesaria	asuntos a recordar o conocer	Resumen	Esquemas	Aproximación numérica o por tablas	Análisis gráfica o funcional	Evidencia de recurso a tecnología	inadecuado	adecuado	muy adecuado
P1	A	1	1	1	0	1	0	0	RA	1	0	0
	B	1	1	1	1	1	1	0	MCG	0	0	1
	C	1	1	1	1	1	0	1	MCG	0	1	0
	D	1	1	1	1	1	1	0	MCG	0	0	1
P2	A	1	1	1	1	1	1	0	MCG	1	0	0
	B	1	1	0	1	1	1	0	MCG	0	0	1
	C	1	1	1	1	1	1	0	MCG	0	1	0
	D	1	1	1	1	1	1	0	MCG	0	0	1
P3	A	1	1	1	1	1	0	1	MCG	0	0	1
	B	1	1	1	0	1	0	1	MCG	0	0	1
	C	1	1	1	0	0	0	1	MCG	0	0	1
	D	1	1	1	0	1	0	1	GGB	0	0	1
P4	A	0	0	0	0	1	0	1	GGB(R)	0	0	1
	B	0	0	0	0	1	0	1	GGB (R)	0	0	1
	C	0	0	0	0	0	0	1	RA	0	0	1
	D	0	0	0	0	1	0	1	GGB (R)	0	0	1
		12	12	11	8	14	6	9	MCG-10 GGB-1 GGB(R)-3	2	2	12

| MCG – Maquina calcular Gráfica | GGB - Uso exclusivo del GeoGebra | GGB (R) – GeoGebra como recurso | RA – Resolución algebraica |

Figura 3. Resumen de resultados por problema e por grupos.

De las tareas propuestas, las que tenían contextos inter-discilinares, fueron las que tuvieron más impacto en la motivación de los estudiantes, aunque en ellas, ha habido un grupo que no llegó a las soluciones adecuadas. A medida que las tareas se han realizado los estudiantes se adaptaron a la metodología, elaborando sus registros de forma autónoma, sin necesidad de un protocolo proporcionado por el profesor.

El carácter más abierto e interdisciplinar de las dos primeras tareas llevo a que los alumnos se concentraran en encontrar una estrategia de resolución, utilizando tablas e esquemas para solucionar el problema, privilegiando un abordaje más numérico. El uso de la máquina de calcular gráfica se limito a instrumento de cálculo, permitiendo a los estudiantes el cálculo de valores que necesitaban e testar funciones que podían representar las situaciones propuestas (fig. 4). Observe-se que estos estudiantes ya tenían usado, en el curso anterior

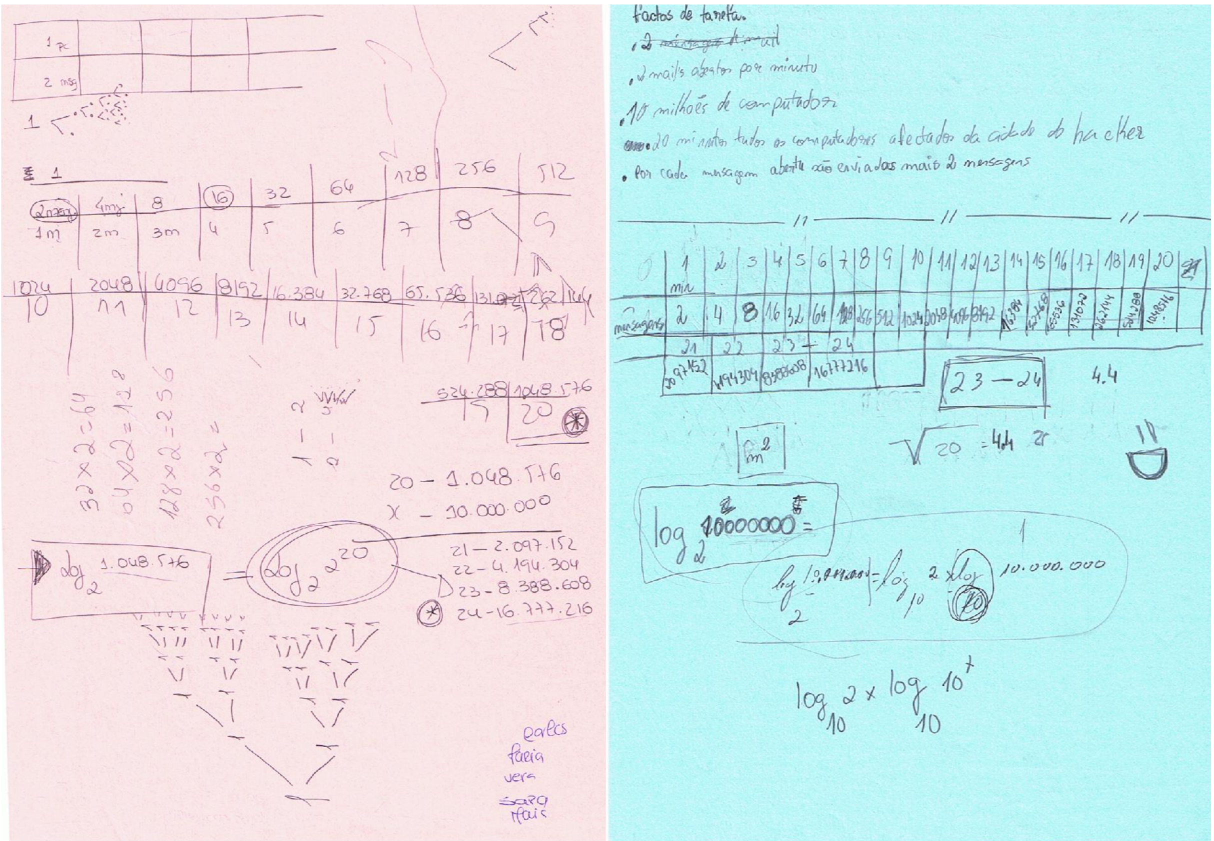


Figura 4. Hojas de trabajo del grupo B (izquierda) y D (derecha) para la primera tarea.

el GeoGebra en el Modulo A3 – Estadística, creando tablas e analizando variables estadísticas, a una e dos dimensiones. Sin embargo, en la primera e segunda tarea no usaran el GeoGebra para su trabajo optando por la calculadora.

En la tercera e cuarta tarea la mayoría de los grupos usaran el GeoGebra, lo que no seria de extrañar. En primer lugar, por que en estas dos tareas los estudiantes ya tenían el modelo matemático, en segundo, el GeoGebra permitía una mejor visualización para las funciones que integraban las tareas, por ultimo, en el módulo anterior, sobre derivadas, el GeoGebra fue muy utilizado.

4.3. Discusión de Resultados.

Considerando los resultados obtenidos en la solución de los problemas, el grupo de estudiantes que no completaron con éxito, las dos primeras tareas, presentan un rendimiento diferente, mejor si se compara con los métodos de enseñanza utilizados en el aula anteriormente. Aunque este grupo de estudiantes han trabajado duro no utilizaran modelos adecuados. Por otro lado, los estudiantes con un menor rendimiento en general, tuvieron un desempeño muy por encima de su rendimiento habitual.

Como regla general, todos los estudiantes reportaron un mayor compromiso y actividad, mejorando sustancialmente las actitudes hacia las matemáticas. Debe tenerse en cuenta que es el grupo A, de los alumnos muestran en general un mejor rendimiento, que tuvieron más dificultades en adaptarse a la nueva metodología.

Los problemas planteados no eran muy complejos, dado las características de los alumnos de los cursos profesionales, más también, por haber la intención de mejorar la comunicación y la presentación de las ideas matemáticas de los varios grupos en el plenario. Sin embargo, las tareas presentadas a los estudiantes, con la excepción del problema 4, los llevaron a la creación de múltiples conexiones entre los diferentes saberes, matemáticos o otros, motivándolos a conocer y aprender otros tópicos matemáticos relevantes.

En cuanto al uso de GeoGebra como un recurso (sigla GGB-R de la figura 3) fue utilizado por tres grupos, sólo uno de los cuatro grupos obtuvo la solución del problema usando apenas el GeoGebra de un modo muy adecuado. Siempre que el GeoGebra fue utilizado los grupos llegaran a soluciones muy adecuadas del problema. Observe-se que al contrario del uso del GeoGebra, la calculadora gráfica fue usada esencialmente como apoyo a la realización de cálculos, provocando una comunicación menos rica y diálogos menos interesantes. Esto se ve, con detalle, en la análisis de los diálogos sostenidos entre alumnos y el profesor (DOS SANTOS, 2012)

Considerando el rendimiento de los estudiantes en la secuencia de tareas, observe-se que los grupos de estudiantes que tuvieran antes de la aplicación de esta experiencia, mejor rendimiento y clasificaciones elevadas, grupos A y C, fueran aquellos que encontraran mas dificultades con la ABRP, presentando soluciones poco adecuadas o adecuadas, contrariamente a los dos otros dos grupos de alumnos.

Fue evidente que la secuencia de tareas y la metodología de enseñanza fomentaran el uso de esquemas, estrategias diversificadas de análisis y resolución de problemas, los alumnos comunicaran sus resultados tentando confirmar o refutar sus conjeturas. En este punto fue fundamental la posición del profesor como mediador, por veces, mas uno entre ellos, en particular en las dos primeras tareas, que fueron un problema, genuino, para el profesor en función de las opciones de trabajo tomadas por los grupos, tentando el profesor interpretar el razonamiento de los alumnos de modo a hacer las preguntas adecuadas y nunca dando respuestas.

5. CONCLUSIONES

La opción por este experimento educativo e por el análisis cualitativo de los resultados fue una mas-valía para la investigación. Analizar el proceso de trabajo de los estudiantes con minucia, valorizando los procesos en detrimento del producto, permitió al profesor-investigador ayudar a los estudiantes a mejorar el proceso de aprendizaje.

El ABRP como metodología de enseñanza se revelo muy positiva, en particular para los alumnos de menor rendimiento en matemáticas. De este modo el ABRP se adecua como método para la enseñanza de las matemáticas de los alumnos en los cursos de formación profesional que, en general, tienen bajas expectativas en esta asignatura.

El uso del GeoGebra fue un facilitador para la ejecución de las tareas mas cerradas. Observe-se que su utilización fue espontánea, los grupos lo usaran sin necesidad de ayuda del profesor. Puede afirmar-se que el software fue u facilitador para la cuarta tarea, donde el contexto matemático era evidente.

Entre las debilidades de esta experimento educativo se destaca: a) la necesidad de una mayor inversión de tiempo; b) de algunas dudas por parte de los estudiantes, especialmente en aquellos que revelaran mas rendimiento antes da aplicación de este experimento educativo, estos se cuestionaban si la inversión que estaban haciendo en el aula se traduciría en mas-valía de de su aprendizaje. Estas debilidades fueran ya apuntadas por Taplin e Chan (2001, p. 287) en experiencias anteriores de resolución de problemas en el aula.

REFERENCIAS.

BOGDAN, R., & BIKLEN, S. (1994). Investigação qualitativa em educação. Porto Editora.

CARVALHO, J. et al. (2005). Programas de Matemática do Ensino Profissional, Direcção-Geral de Formação Vocacional. Lisboa.

COBB, P., CONFREY, J., diSESSA, A., LEHRER, R., & SCHAUBLE, L. (2003). Design experiments in educational research. Educational Researcher, 32 (1), 9-13.

DOS SANTOS, J. (2010) . Estadística e GeoGebra, ventajas e dificultades – Una experiencia en un Curso Profesional de Educación Secundaria en Portugal. I Jornadas GeoGebra en Andalucía – Conferencia de Encerramiento – Universidad de Córdoba.

DOS SANTOS, J. (2012). Quais as soluções da equação $(x^2 - 5x + 5)^{(x^2 - 9x + 20)} = 1$?. In Unión – Revista Iberoamericana de Educación Matemática, nº 29, 161 – 172. ISSN: 1815-0640.

GUERRA, A. & VASCONCELOS, C. (2009). Aprendizagem baseada na resolução de problemas e construção de materiais didácticos na temática "Sustentabilidade na Terra". Revista CAPTAR: Ciência e Ambiente Para Todos. Vol.1, nº2, pp.147-165. Acedido a 10-01-2011, em: http://captar.web.ua.pt/media/%5B3%5D%20Guerra%20e%20Vasconcelos%20ED.pdf

HASLETT, L. (2001). 1969: McMaster University introduces problem-based learning in medical education. In Daniel Schugurensky (Ed.), History of Education: Selected Moments of the 20th Century [online]. disponible en: http://fcis.oise.utoronto.ca/~daniel_schugurensky/assignment1/1969mcmaster.html (en: 23-01-2011).

HMELO-SILVER CE (2004) Problem-based learning: What and how do students learn? Educational Psychology Review 16(3), 235–266.

LAMBROS, A. (2004). Problem-based Learning in Middle and High School Classroom: A teacher's guide implementation. California: Corwin Press.

LEBLANC, J. (1982) A model for elementary teacher training in probem solving. In: Lester FKJ, Garofalo J (eds) Mathematical Problem Solving. Issues in Research.

PONTE, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular, 11-34. Lisboa: APM.

Savery, J. R. (2006) Overview of Problem-based Learning: Definitions and Distinctions. The Interdisciplinary Journal of Problem- based Learning, v. 1, n. 1, 9–20.

TAPLIN, M. CHAN, C. (2001) Developing problem-solving practitioners. Journal of Mathematics Teacher Education 4, 285–304.

VASCONCELOS, C. (2010) Notas da Unidade Curricular de Ensino das Ciências. Programa Doutoral em Ensino e Divulgação das Ciências. FCUP, Porto.