



## DISFRUTANDO CON ALUMNOS DE ALTAS CAPACIDADES

**Irene Araujo Guijo**, *Universidad de Sevilla, irene\_7-91@hotmail.com*  
**María Teresa Fernández Reyes**, *Centro CADIS, centrocadis@hotmail.com*  
**Juan Núñez Valdés**, *Universidad de Sevilla, jnvaldes@us.es*  
**Francisco Javier Sanz Gil**, *Universidad de Sevilla, javi4\_8@hotmail.com*

### RESUMEN.

En esta comunicación, los autores muestran una serie de experiencias realizadas por ellos tanto en un centro dedicado especialmente a la enseñanza de alumnos con altas capacidades como en un campamento que organizaron con estos alumnos e indican sus reflexiones sobre la enseñanza de cualquier disciplina, en general, y de las Matemáticas en particular, que se puede llevar a cabo con estos alumnos en cualquiera de los niveles educativos.

**Nivel educativo:** Alumnos de edades comprendidas entre los 4 y los 15 años.

### 1. INTRODUCCIÓN.

Esta comunicación se puede considerar estructurada en dos partes bastante diferenciadas: una primera, breve, de tipo teórico, en la que se indican los fundamentos básicos de la enseñanza dirigida a alumnos de altas capacidades (vulgo superdotados, en general) y una segunda más extensa, de tipo práctico, experimental, en la que los autores muestran el desarrollo y resultados de algunas actividades llevadas a cabo por ellos mismos con algunos de estos alumnos.

Su objetivo principal es por tanto doble. Por una parte, mostrar brevemente los fundamentos teóricos modernos en los que se basa la enseñanza dirigida a alumnos de altas capacidades. El otro objetivo, ya de tipo práctico, es describir una serie de experiencias realizadas por los autores con estos alumnos, con el fin de que los profesores que tengan a alumnos de este tipo en sus clases puedan tener conocimiento de las mismas y emplearlas o programar otras parecidas en sus centros.

Estas experiencias que se muestran provienen de la realización de un taller de matemáticas de tres meses de duración con los alumnos del centro dedicado específicamente a estos alumnos con altas capacidades, que dirige una de ellos, así como también de la realización durante un fin de semana de un campamento familiar llevado a cabo en un espacio natural de Cazalla de la Sierra. De ambas actividades se han obtenido una serie de reflexiones de las que nos ocuparemos más adelante y que constituyen parte del contenido de esta comunicación.

### 2. ATENDIENDO AL ALUMNADO DE ALTAS CAPACIDADES

La atención al alumnado con altas capacidades intelectuales es desde hace unos años una prioridad para los diferentes sistemas educativos, tanto en nuestro país como en el resto del mundo. Así, en Andalucía (Comunidad Autónoma a la que pertenecen los autores de esta comunicación) se presentó el



XV CONGRESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS  
MATEMÁTICAS: EL SENTIDO DE LAS MATEMÁTICAS.  
MATEMÁTICAS CON SENTIDO



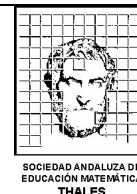
14 de febrero de 2011 el nuevo "Plan de actuación para la atención educativa al alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo por presentar altas capacidades intelectuales" (véase Doc1). En él se plantean unas nuevas definiciones para hacer referencia a estos conceptos. Así, se considera que *un/a alumno/a presenta altas capacidades intelectuales cuando maneja y relaciona múltiples recursos cognitivos de tipo lógico, numérico, espacial, de memoria, verbal y creativo, o bien destaca especialmente y de manera excepcional en el manejo de uno o varios de ellos.*

Se define al alumnado con sobredotación intelectual como *aquel cuyas características personales superan el percentil 75 en capacidades cognitivas y aptitudes intelectuales como razonamiento lógico, gestión perceptual, gestión de memoria, razonamiento verbal, razonamiento matemático y aptitud espacial, debiendo ir acompañado este perfil con un nivel alto de creatividad situado de igual modo por encima de un percentil 75.*

Además, una de las grandes aportaciones de este plan a la valoración de las altas capacidades ha sido la introducción del *concepto de talento*, aplicado ya en otras comunidades autónomas como Canarias. En concreto se habla de dos tipos de talento, el simple y el complejo. Simple, cuando el/la alumno/a destaca con percentiles por encima de 95 en un área concreta o específica (es el caso de los talentos matemático, verbal, lógico o creativo) y complejo cuando los percentiles se sitúan por encima de 80 (el académico, en las áreas verbal, razonamiento lógico y memoria; y el artístico, en las áreas de creatividad, percepción y espacial). Esto ha beneficiado directamente a un número de alumnos bastante más elevado que los que se evaluaban con este tipo de necesidades con anterioridad.

Por otra parte, una opción en la que se empezó a trabajar hace unos años en nuestro país son los programas de enriquecimiento extraescolares. Y en esta línea es en la que se realizó la experiencia que se presenta, que tuvo lugar en nuestro centro, en el que desde hace 15 años aproximadamente se realizan programas de enriquecimiento cognitivo, emocional y social, siendo la base de todos ellos el agrupamiento de estos alumnos. Estos programas, que surgieron como una necesidad ya que cada vez había más niños evaluados pero que no eran atendidos, sobre todo fuera de su ámbito educativo, supusieron un reto de información y formación en esta respuesta extraescolar y se pusieron en marcha estos talleres de enriquecimiento. Actualmente al centro acuden alrededor de 200 alumnos para recibir diferentes talleres relacionados con distintos ámbitos, ciencias, artes, matemáticas, robótica, etc. Los alumnos acuden de varias provincias, no sólo de Sevilla, para lo que se les da la oportunidad de acudir los sábados por la mañana. Normalmente la actividad se realiza una vez por semana en sesiones de una hora y media.

Uno de los talleres específicos entre otros, que se oferta es el de Matemáticas, que es el que se expone en este trabajo. La base metodológica parte de la respuesta del agrupamiento, que consiste en realizar pequeños grupos de alumnos/as con características y capacidades similares para los que se diseñan unos programas específicos. Suele resultar muy motivador para el alumno ya que se reúne con compañeros que tienen en común una serie de intereses y esto ayuda a que se relacionen de forma más positiva (puede obtenerse más información sobre todo estos aspectos en (Fernández y Sánchez, 2011)).



Pasamos entonces a continuación a comentar las actividades realizadas por nosotros mismos con alumnos de altas capacidades.

### **3. NUESTRAS ACTIVIDADES CON ALUMNOS DE ALTAS CAPACIDADES**

El trabajo de dos de los autores en el centro que dirige otra de ellos ha consistido en la realización de un taller de matemáticas, de tres meses de duración, con distintos contenidos según las edades de los alumnos (todos de altas capacidades), así como también la realización durante un fin de semana de un campamento familiar llevado a cabo en un espacio natural de Cazalla de la Sierra (localidad de la Sierra Norte de Sevilla). De ambas actividades se han obtenido una serie de reflexiones, que se mostrarán a lo largo de esta comunicación.

Vamos en primer lugar a explicar todo lo relativo al taller llevado a cabo en el propio centro y, posteriormente pasaremos a comentar la experiencia docente llevada a cabo en el campamento con los alumnos y sus familias.

#### **3.1. ACTIVIDADES DEL TALLER.**

Respecto al taller, debido a que los alumnos del centro se encuentran divididos en pequeños grupos, que pueden variar entre los 3 y los 9 alumnos, de edades comprendidas entre los 4 y los 15 años, se han desarrollado tres tipos de talleres con contenidos distintos. Cada uno de esos grupos ha recibido 2 sesiones de 1,5 horas de duración por sesión, repartidas en 2 semanas consecutivas.

Para los alumnos de edades entre 4 y 7 años se llevó a cabo una actividad basada en el libro "La Rebelión de los Números", de Antonio de la Fuente Arjona, que cuenta la historia de un profesor de matemáticas secuestrado por los números, que se encuentran enfadados ante el rechazo de los alumnos hacia las matemáticas. Para el rescate del profesor será necesaria la superación de una serie de retos propuestos a lo largo de la historia.

Las pruebas que se les propusieron a los alumnos estuvieron orientadas a relacionar las matemáticas con distintos ámbitos culturales, como pueden ser el arte o el teatro y los temas tratados abarcaban los números romanos, las formas geométricas (ayudándonos para ello del tangram, dibujos con formas geométricas, objetos reales en la Naturaleza), fractales y banda de Möbius.

Para los alumnos de edades entre 8 y 10 años el tema principal del taller era destacar la importancia de las matemáticas en otras culturas. Para ello, se explicaron distintos tipos de multiplicaciones en diferentes culturas: maya, egipcia, musulmana, turca y rusa y algunos trucos para las tablas de multiplicar. También se dieron nociones de fractales y unas breves pinceladas de criptografía en algunos casos.

Por último, para los alumnos mayores del centro, cuyas edades varían desde los 11 hasta los 15 años, el taller se basó en el tratamiento de códigos y criptografía, constituyendo en este caso los fractales la breve pincelada introducida.

#### **3.2. ACTIVIDADES EN EL CAMPAMENTO.**

En lo que se refiere al campamento, asistieron las familias de doce alumnos de edades entre 6 y 11 años y se hicieron dos tipos de actividades matemáticas,

aquéllas destinadas únicamente para los alumnos y las que consistían en pruebas de padres versus alumnos.

Las actividades desarrolladas con los alumnos fueron: la experimentación sobre maquetas de las principales propiedades de la cicloide y la recta (para visualizar las propiedades braquistócrona e isócrona de la cicloide y la de menor distancia entre dos puntos dados de la recta), la práctica del teorema de los cuatro colores también sirviéndonos de una maqueta que se llevaba preparada al efecto, la elaboración por parte de los alumnos de un cuaderno en el que plasmaron su imaginación matemática con elementos de la naturaleza, el trabajo de algunos de los contenidos de "El libro de las matemáticas" de Clifford A. Pickover, así como, finalmente la introducción de algunas situaciones resolubles mediante el uso de los grafos, como fueron los problemas de los puentes de Königsberg y el de los tres vecinos enemistados que desean dirigirse cada uno de ellos a tres lugares comunes pero sin que se crucen sus caminos, al objeto de no tener que dirigirse la palabra.

En lo que respecta a las actividades dirigidas a "enfrentar" (en el buen sentido de la palabra, naturalmente) a padres contra alumnos, se organizó una competición basada en el juego conocido como "la torre de Hanoi", así como la elaboración por ambas partes de un mosaico formado por rombos de distintos colores.

Indicamos a continuación algunas observaciones y anécdotas ocurridas durante el transcurso de las actividades en los talleres.

En cuanto a los alumnos más pequeños, decir que la inmensa mayoría ya conocía los números romanos, que habían aprendido de quien en nuestra opinión tendría que ser la gran aliada de los profesores en la educación: la familia. Lo que más dificultad les supuso fue el manejo del tangram, pues aunque muchos conocían su existencia, les era no obstante muy complicado formar figuras con todas las piezas, aunque aún así, algunos alumnos fueron capaces de construir figuras muy logradas, como se puede ver a continuación:

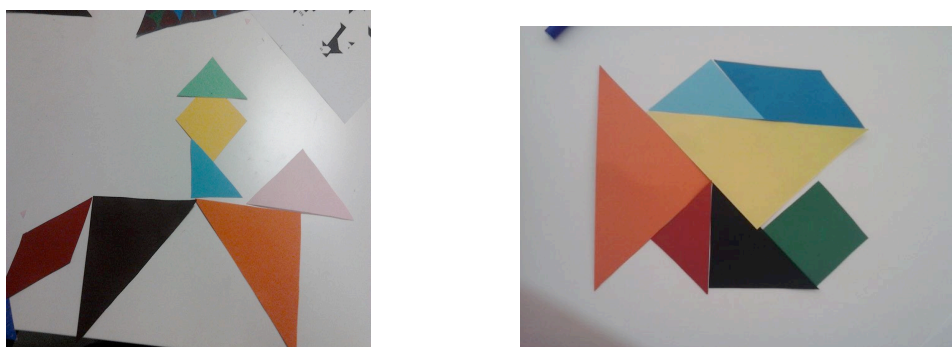


Figura 1: Piezas construidas con Tangram.

Los fractales constituyeron la estrella del taller. Fue la parte que más les gustó tanto a pequeños como a mayores. Los fractales que se vieron fueron la "curva de Koch", "el copo de nieve de Koch" y el "triángulo de Sierpinski". A los más pequeños, el triángulo de Sierpinski se le presentó en forma de careta, dejándolos así desarrollar toda su originalidad, como puede apreciarse en la siguiente imagen.



Figura 2: Utilizando el triángulo de Sierpinski para disfrazarse.

Los mayores realizaron el triángulo de Sierpinski con latas de refresco como puede verse a continuación.



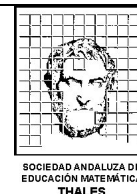
Figura 3: Construyendo el triángulo de Sierpinski con latas.

De hecho, este tema interesó tanto que uno de los alumnos llevó a la segunda sesión un fractal inventado por él, al que llamó "la cruz de A", pues dicho fractal estaba compuesto por cruces.

La banda de Möbius también impactó mucho a los alumnos y en cuanto a las multiplicaciones en otras culturas, fue la maya la que más dificultad les supuso y la musulmana la que menos. Se les indicaron también algunos trucos para la aplicación rápida de la tabla de multiplicar del 9, trucos que ya muchos de ellos conocían.

Respecto a criptografía, se les enseñó a cifrar con el método César, César generalizado y Vigenère. En este tema, nos llamó la atención que muchos de los alumnos conocían el significado de la palabra cifrar y ya habían leído algunos libros sobre el mismo y les interesaba bastante; de hecho, se pusieron rápidamente a cifrar y descifrar los textos propuestos en clase. En cuanto al método Vigenère, únicamente les enseñamos a cifrar debido a que descifrar conllevaba una mayor dificultad y nos faltaba tiempo para desarrollar su explicación. Por cierto, nos llamó la atención el que una alumna nos dijera a uno de nosotros: "Profe, ¿me puedes explicar cómo se descifra con el método Vigenère aunque no lo vayamos a ver en clase?", lo que demuestra las ganas que tenía de seguir profundizando en el tema. Otra anécdota divertida que ocurrió también en clase de criptografía fue que al proponerle a los alumnos cifrar el mensaje <<Estamos viendo la tele >> por el método César, un alumno





dijo: "Profe, pero si en la época de Julio César no existía la tele", detalle que incluso a muchos adultos se nos podría pasar por alto.

Como instrumento complementario para el cifrado de textos, cada alumno construyó un disco cifrador, basado en dos círculos concéntricos de cartulinas de distinto color, con las letras del abecedario, cuyo funcionamiento consistía en desplazar el disco interior sobre el exterior tantas posiciones como requiera el método usado.

Sobre códigos, se les explicó el método para hallar la letra del DNI, cuentas bancarias y códigos de barras (EAN-13 y EAN-8), para lo que practicamos con distintos productos con sus respectivos códigos de barras. Sin duda, lo que más les costó entender fueron las cuentas bancarias.

### 3.3. UNA ENCUESTA REALIZADA Y ALGUNAS OBSERVACIONES Y ANÉCDOTAS.

Al terminar el taller, se le pasó una encuesta de evaluación del mismo a cada grupo para conocer la opinión suscitada en nuestros alumnos, así como para saber qué partes del taller despertaron en ellos más interés y en cuáles tuvieron más dificultades, así como también dedicamos un espacio en la misma para conocer el análisis de sus conocimientos previos sobre las actividades realizadas y sobre propuestas de nuevas actividades.

Analizadas posteriormente esas encuestas, sobre una muestra de 140 alumnos, pudimos observar que 99% del alumnado les gustó el taller. En cuanto a las actividades específicas de cada etapa:

- a) En el taller de los más pequeños, las actividades que más gustaron fueron la careta del triángulo de Sierpinski y el reloj de los números romanos y la que más dificultad presentó fue el tangram, posiblemente porque para la realización de figuras con éste hace falta una serie de exigencias cognitivas y mentales, como son la atención, la concentración y la precisión, que en muchos de los casos estos alumnos aún no poseen.
- b) Eran ya conocidos para la mayoría de ellos los polígonos y los números romanos.
- c) En cuanto al taller de las multiplicaciones de otras culturas, las actividades que más gustaron fueron los fractales, con mucha diferencia, y la multiplicación egipcia. Por el contrario, la parte que más costó y también con gran diferencia fue la multiplicación maya, posiblemente debido a la escasa conexión de ésta con sus conocimientos previos relativos a la geometría que en ella interviene.
- d) Ya eran conocidos para ellos algunos trucos para la tabla de multiplicar del 9.
- e) Por último, en el taller hecho con los alumnos mayores, las actividades que más gustaron fueron el cifrado César (aunque debido al carácter autodidacta de estos alumnos, algunos de ellos ya lo conocían) y el código de barras. Por el contrario, la actividad que más les costó entender y dominar fue el cálculo del dígito de control de las cuentas bancarias.

Aparte de esto, sus propuestas de actividades para otros talleres fueron: aprender a integrar, derivar, el código Morse, aprender a "hackear" y conocer la teoría de la relatividad, todo lo cual demuestra el interés que despierta la ciencia en estos alumnos.



XV CONGRESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS  
MATEMÁTICAS: EL SENTIDO DE LAS MATEMÁTICAS.  
MATEMÁTICAS CON SENTIDO



Las actividades desarrolladas en el campamento ya se han comentado anteriormente. Al respecto, pudimos observar que todas ellas les parecieron muy interesantes a los alumnos (al igual que a los padres, que las contemplaban) y que se involucraron mucho en todas y cada una de ellas, pudiendo ver así la parte más práctica de las matemáticas.

En cuanto a la actividad realizada con la cicloide, hemos de decir que lo más sorprendente para ellos fue observar la propiedad isócrona y a nuestra pregunta de que por qué pensaban que ocurría esto varios alumnos respondieron: *"porque en el punto más lejano a la parte baja, la bola que se deja caer tiene más potencia que en el punto más cercano"*.

Para poner en práctica el teorema de los cuatro colores, les propusimos completar un mapa con piezas de distintas formas coloreadas cada una de ellas con 5 colores distintos, eligiendo un mapa que era imposible de completar con únicamente tres colores. Los alumnos comenzaron intentándolo con tres colores siguiendo nuestras indicaciones, pero pronto llegaron a una situación en la que era imposible continuar. La mayoría intentó entonces completarlo usando cinco colores y, tras comprobar que era posible, les propusimos completarlo con cuatro colores, lo cual hicieron sin ningún problema, llegando entonces a la conclusión de que eran suficientes cuatro colores.

En cuanto a los problemas de los puentes de Königsberg y los tres vecinos (grafo  $K_{3,3}$ ), tras explicarles el primero les dejamos unos diez minutos para que intentaran el segundo y tras varios intentos dedujeron que era imposible. Tras esto les propusimos un problema similar pero con solo dos vecinos (grafo  $K_{2,2}$ ), comprobaron entonces ellos que hora sí era posible.

Hemos de destacar la originalidad y creatividad desarrolladas por los alumnos en la elaboración del cuadernillo matemático, usando los elementos de la naturaleza para plasmar conceptos matemáticos como la simetría, los fractales, operaciones matemáticas, figuras geométricas, fracciones, etc. A uno de los cuadernillos le pusieron el título de "Maturaleza" (Matemáticas + Naturaleza).

Como anécdotas surgidas en su realización podemos indicar a continuación las respuestas, muy originales en casi todos los casos, de algunos alumnos a la pregunta que les hicimos sobre qué pensaban ellos que eran las matemáticas:

- P. (5 años): *"Las mates sirven para el espacio, para ver si hay otro sitio que también tenga vida"*.
- R. (6 años): *"las mates son sumas, restas, multiplicaciones y divisiones. Las mates sirven para muchas cosas, por ejemplo para repartir caramelos, así es como mi madre me enseñó a dividir. Es la asignatura que más me gusta"*.
- A y V. (5 años): *"las mates son ciencia, y la ciencia es experimento"*.

Respecto a las actividades familiares, los padres demostraron una gran originalidad en los mosaicos pero, sin duda alguna, los alumnos estuvieron a la altura, superándolos en algunos casos. En cuanto a la torre de Hanoi, usamos cuatro discos y, por lo tanto, el mínimo número de movimientos a realizar eran  $16-1=15$ . En la mayoría de las familias fueron los padres los primeros en conseguirlos salvo en uno de los grupos, donde los alumnos demostraron gran

rapidez. El mínimo número de movimientos en el que consiguieron realizarlo lo obtuvo únicamente una familia. Es de resaltar que todas las familias se involucraron con sus hijos y se consiguieron resultados inesperados para todos, mostrando gran habilidad y eficiencia en la torre de Hanoi y gran creatividad en los mosaicos.

#### 4. BREVES REFLEXIONES PERSONALES Y CONCLUSIONES

De las observaciones hechas de los alumnos tanto en el propio centro como en el campamento a los que nos hemos referido en esta comunicación, podemos deducir que la mayoría de los alumnos de altas capacidades tienen muy presentes en su vida diaria juegos electrónicos y usan bastante las nuevas tecnologías, teniendo un gran dominio sobre ellas. Asimismo, estudian música y tocan algún instrumento, alguno de ellos desde edades muy tempranas: 4 años.

Algunos dominan varios idiomas, incluso se encuentran estudiando en centros plurilingües donde se imparten varios de ellos, según la capacidad lingüística del alumno, como inglés, francés, alemán y portugués. Cabría destacar el caso de un alumno, H., que estudia inglés, francés y portugués y que muestra además un interés especial por las matemáticas, tanto es así, que les explicó en clase a los demás compañeros cómo contar en el sistema sexagesimal con los dedos de la mano, que consiste en contar con el dedo pulgar de la mano derecha (si se es diestro) cada una de las tres falanges de los restantes dedos de la misma mano, comenzando por el meñique. Con este método se puede contar hasta 12. Y para seguir con cifras mayores, cada vez que se realiza esta operación se levanta un dedo de la mano libre, la izquierda, hasta completar 60 unidades ( $12 \times 5 = 60$ ), forma de contar que sigue siendo usada en la actualidad por algunos habitantes del Medio Oriente.

Asimismo, a la inmensa mayoría les interesan temas que no comparten con el resto de niños de su edad. Hemos de mencionar aquí el caso de un niño que, viendo los fractales planteó la ya conocida sucesión de Fibonacci con conejos, partiendo de una pareja de crías y sabiendo que tardan un mes en convertirse en adultos y otro mes en tener una pareja de bebés.

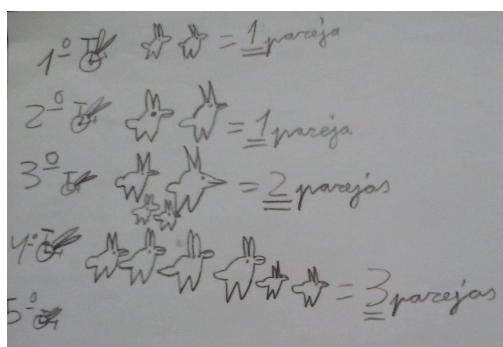


Figura 4: Sucesión de Fibonacci con conejos representada por un alumno.

En el campamento pudimos observar que todas las actividades les parecieron interesantes a los alumnos participantes y que todos se involucraron en cada una de ellas.





XV CONGRESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS  
MATEMÁTICAS: EL SENTIDO DE LAS MATEMÁTICAS.  
MATEMÁTICAS CON SENTIDO



Como conclusiones, aunque muy generales deducidas a partir de nuestra observación, podemos indicar que los alumnos de altas capacidades son muy observadores, quieren entenderlo todo y tienen una gran motivación intrínseca. No son conformistas, siempre buscan saber más y conocer más en todos los ámbitos, principalmente el científico. Debido a esta inconformidad, hemos observado que son muy perfeccionistas, buscan tener el mejor trabajo y ser los primeros en la resolución de los problemas propuestos, y, en el caso de no haber sido los primeros, no lo dejan pasar, insisten y preguntan hasta que logran realizarlo. No se quedan satisfechos con el contenido académico, quieren ir más allá. Mientras que para los demás niños estudiar les supone un trabajo pesado, para ellos la sed de conocimiento que tienen hace que quieran investigar y saber más sobre infinidad de temas, les gusta el reto y quizá por esta razón sea por lo que les apasionan las matemáticas pues los problemas a resolver son para ellos un reto de superación en el que desarrollan su capacidad de razonamiento y agilidad mental, es una de las ciencias en las que se deja más lugar a la investigación y libertad de resolución desarrollando la creatividad, una característica muy marcada en estos niños, es decir, ante un mismo problema encuentran múltiples y variadas respuestas, originales y poco frecuentes. Por todo ello, no debemos limitarlos y sí ayudarlos a desarrollar sus habilidades.

## REFERENCIAS.

[1] FERNÁNDEZ REYES, M.T. y SÁNCHEZ CHAPELA, M.T. (2011). Cómo intervenir educativamente con los alumnos de altas capacidades intelectuales. Guía para profesores y orientadores. Sevilla: Editorial MAD. Serie Psicoeduca. Colección Inteligencia y Talento.

[2] [doc1] "PLAN DE ACTUACIÓN PARA LA ATENCIÓN EDUCATIVA AL ALUMNADO CON NECESIDADES ESPECÍFICAS DE APOYO EDUCATIVO POR PRESENTAR ALTAS CAPACIDADES INTELECTUALES EN ANDALUCÍA" (2011). BOJA número 203 del 17 de octubre de 2011.