

MUCHO MÁS QUE NÚMEROS: UNA METODOLOGÍA BASADA EN RECURSOS PARA EL DESARROLLO DEL SENTIDO NUMÉRICO EN LA ESCUELA

M^a Teresa García Pérez, *CPR Bembézar, Hornachuelos (Córdoba)*,
teresagarcia20@gmail.com

Rafael Bracho López, *Universidad de Córdoba*, *rbracho@uco.es*

RESUMEN.

Sin duda el desarrollo del sentido numérico y el aprendizaje de las operaciones aritméticas básicas constituyen un pilar fundamental para el conocimiento matemático en los primeros años de aprendizaje. En esta ponencia se presentan los elementos característicos de la metodología desarrollada en una experiencia llevada a cabo por profesorado de Educación Primaria y del área de Didáctica de las Matemáticas, asesores de formación y alumnado universitario, además de más de 200 niños y niñas de 1º y 2º de Educación Primaria. Dicha experiencia se ha centrado en el aprendizaje del sistema de numeración decimal de la mano de unos materiales manipulativos concretos diseñados para favorecer el desarrollo del sentido numérico en el alumnado de primer ciclo de Educación Primaria.

Nivel educativo: Educación Primaria y Universidad.

A continuación se presenta una síntesis del contenido de la conferencia. Por limitaciones de espacio, se prescindirá de algunos de los elementos que se incluirán en la sesión presencial.

INTRODUCCIÓN.

En 2010 pusimos en marcha un proyecto de investigación que fue aprobado y dotado económicamente por la Consejería de Educación y que se ha desarrollado durante dos cursos académicos.

Consideramos que este proyecto ha sido un ejemplo de colaboración y de participación en el que se cumplieron todos los objetivos que inicialmente nos planteábamos. Los centros y el profesorado participante se comprometían a experimentar en el aula, durante los cursos de primero y segundo, unos recursos manipulativos diseñados para favorecer el desarrollo del sentido numérico.

Expresiones como "sentido numérico", "conciencia numérica" o "pensamiento numérico" se están imponiendo con fuerza actualmente. En términos generales se refieren a varias capacidades importantes que implican dominar una amplia gama

de habilidades que son el resultado de una comprensión profunda de los números, del sistema de numeración y del sentido y significado de las operaciones. Se trata de un conocimiento amplio que se aplica de forma flexible y que favorece el uso de estrategias eficaces a la hora de resolver cálculos (Greeno, 1991).

Sin duda, el desarrollo del sentido numérico y el aprendizaje de las operaciones aritméticas básicas constituyen bases fundamentales para el conocimiento matemático en los primeros años de escolaridad. De hecho, esta tarea se lleva gran parte del trabajo que se realiza en el aula. También estaremos de acuerdo en que los niños y niñas de estas edades (5 a 8 años) necesitan materiales concretos sobre los que actuar; es imprescindible la presencia de recursos que puedan observar, manipular, verbalizar,... Pero la realidad es que ni los docentes ni los niños y niñas que cursan primero y segundo de primaria cuentan en sus aulas con materiales didácticos eficaces para este aprendizaje.

...Y así, desde esta necesidad, llegamos a la finalidad de esta ponencia: Daros a conocer los rasgos generales (la práctica más detallada se aborda en el taller "Tocando las mates: Unos de materiales manipulativos en el primer ciclo de Educación Primaria") de una propuesta metodológica para el primer ciclo basada en el uso de recursos manipulativos que desarrollan el sentido numérico. Y también relataros el desarrollo del proyecto os mencionaba antes, y que ha validado el impacto de estos recursos y de esta metodología en el aula. Empecemos por esto último...

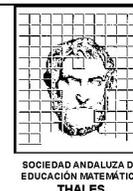
DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA.

2.1. Objetivos de la investigación.

Nuestro objetivo general se centró en constatar los efectos del uso sistemático de materiales educativos en el desarrollo del sentido numérico en alumnas y alumnos de Primer Ciclo de E. Primaria.



Figura 1. Líneas de actuación del proyecto.



De manera colateral nos planteamos formar a un grupo de profesores en activo y otro grupo de profesores en formación inicial para el uso didáctico de unos materiales educativos diseñados para el desarrollo del sentido numérico en alumnos y alumnas de primer ciclo de Educación Primaria, promoviendo la reflexión sobre su interés educativo.

2.2. Metodología.

Nuestra investigación general se ha centrado en situaciones concretas, particularizando los resultados de las unidades de estudio y ofreciendo una perspectiva contextualizada a través de técnicas descriptivas e inductivas que nos permitieron acercarnos a la realidad.

Se realizaron análisis de tipo cuantitativo y cualitativo; si bien éstos últimos se aplicaron a modo de aproximación metodológica orientada a extraer conclusiones con un enfoque formativo y experimental acerca de las percepciones de los agentes implicados y del desarrollo de la personalidad o de las realidades que se observen.

En lo relativo al análisis del proceso de formación del profesorado y de la experimentación en el aula desde su perspectiva, nos apoyamos en los datos cualitativos que emanaron de instrumentos centrados en la información relativa a las experiencias del profesorado a través de cuestionarios y entrevistas etnográficas semiestructuradas aplicadas al profesorado y al alumnado, reflexiones en foros on line y grupos de discusión presenciales con el profesorado, etc. (García et. al, 2011).

Para el análisis de impacto escolar de los materiales en el aprendizaje de los estudiantes se ha utilizado el TEMA-3 (Test of Early Mathematics Ability, 3rd Edition), test de Competencia Matemática Básica (Ginsburg y Baroody, 2007). Este es un test estándar específico para matemáticas y validado a nivel internacional y nacional que se aplica de forma individualizada y cuyo objetivo es detectar las dificultades de aprendizaje de los alumnos, facilitando el diagnóstico y el tratamiento de las mismas.

La población ha estado constituida por el alumnado de un conjunto de colegios de Córdoba y provincia, de los cursos 2010-2011 y 2011-2012. Más concretamente, se tomó una muestra intencional y por conveniencia, que estuvo integrada por 333 alumnos de 21 centros educativos de la provincia de Córdoba, España. Dentro de esta muestra había un grupo de alumnos con necesidades educativas especiales, que se ha analizado de manera particular, 19 grupos experimentales y un grupo de control.

2.3. Breve descripción de los materiales.

Los niños y niñas llegan a primero con una maravillosa “dispersión”. En la etapa anterior, dentro y fuera de la escuela, han aprendido ya muchas cosas sobre ellos mismos, sobre su familia y su realidad, saben las cosas que les gustan, cuáles son sus juegos preferidos. También han empezado a organizar las letras y los primeros números. Al comenzar primero, y en lo que respecta a las matemáticas, debemos continuar ese proceso de alfabetización numérica. Es muy importante que tomen conciencia del conjunto de números que van a conocer y sobre los que van a trabajar. Para ello, necesitamos un recurso que proporcione una visualización de esos números como un conjunto ordenado, continuo y ampliable: LA CINTA NUMÉRICA.



Figura 2. Cinta numérica.

Este recurso es un modelo concreto de un concepto abstracto que desempeña una función importantísima: ayudar a los niños y niñas a interiorizar la secuencia numérica con la cinta, para que a partir de ella cada uno construya su propia recta numérica mental. Aprender los nombres de los números y su localización, establecer entre ellos relaciones de orden, construir series progresivas y regresivas de uno en uno o a intervalos, apreciar distancias entre dos números, constatar regularidades (recurrencia de dígitos) y alternancias (par – impar), resolver operaciones aplicando estrategias secuenciales (a saltos hacia adelante o hacia atrás), son algunas de sus posibilidades.

Con la cinta tenemos una primera asociación de número y espacio que resulta muy rentable en el proceso de instrucción aritmética. Pero no es suficiente,

necesitamos otra asociación número-espacio en la que podemos visualizar “familias” para analizarlas y compararlas, algo que nos proporciona el PANEL NUMÉRICO.



Figura 3. Panel numérico.

Con el panel se hacen mucho más evidentes los patrones del sistema de numeración. Podemos señalar los números de una fila y ver qué tienen en común y podemos hacer lo mismo con los que comparten la misma columna. También podemos constatar la relación de un número con el que está encima, debajo, a un lado y al otro...Contar a intervalos y comprobar que surgen “dibujos”, aplicar estrategias para el cálculo (también a saltos pero ahora hacia arriba o hacia abajo) aprovechando la estructura decimal. Existen dos versiones: el tamaño grande sirve para trabajar con todo el grupo y los paneles pequeños, en tamaño A3, para que cada alumno y alumna realice las actividades individualmente.

Aunque en el símbolo están presentes de modo inseparable los aspectos ordinal y cardinal del número, la cinta y el panel ponen más de relieve el orden. Necesitamos un recurso que complemente a estos dos en el que prevalezca el aspecto cardinal: La CAJA DE NUMERACIÓN.

La caja es un modelo de representación explícito, fiel a la realidad visible. Si tenemos en cuenta que el modo de pensar en estas edades está ligado a lo perceptivo, comprenderemos que este modelo u otros similares son necesarios antes de trabajar con el ábaco o los bloques multibase. Explorar, manipular, organizar las cantidades con la caja de numeración produce un salto cualitativo en la comprensión del número y de su tamaño. En este caso, la asociación espacio-cantidad es clave para comprender los conceptos de unidad y valor posicional.



Figura 4. Caja de numeración.

La caja tiene también un gran protagonismo en el curso de segundo, en el que nos acompaña para construir los números con centenas pero, en paralelo, necesitamos un recurso que muestre la secuencia numérica, es decir, la sucesión de símbolos del 0 al 999, en un formato cómodo y fácilmente manipulable por el alumnado: EL CUADERNO DE NUMERACIÓN.

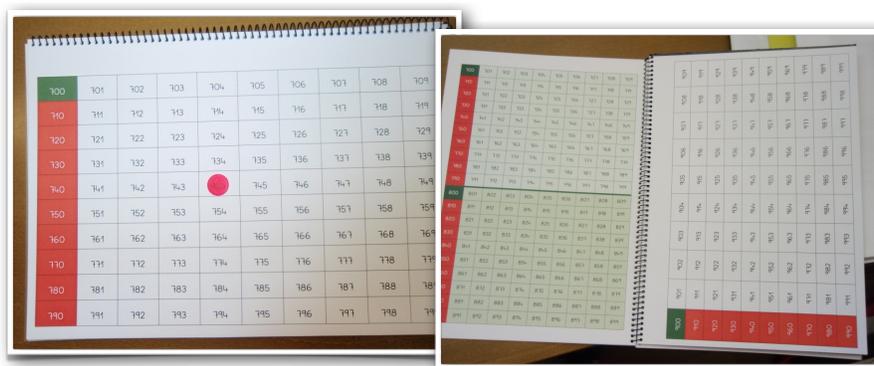


Figura 5. Cuaderno de numeración.

Con él podemos trabajar fácilmente estos tramos altos y desarrollar las mismas actividades que en los paneles: practicar el recitado por filas y columnas, establecer relaciones de orden y cantidad, repasar los conceptos aprendidos del SND, aplicar procedimientos y estrategias para el cálculo, poner en relación cada centena con la siguiente y con la anterior (paso de centena en el reverso de las hojas), etc.

ANÁLISIS DE RESULTADOS.

En toda esta parte se utilizarán a modo de hilo conductor transcripciones de algunas de las grabaciones realizadas en los grupos de discusión y copias de

intervenciones en los foros de debate que se han mantenido, tanto con el profesorado participante como con los estudiantes de formación inicial; no obstante, dichos elementos no serán recogidos en el presente documento por condicionamientos en la extensión. Nos centraremos más bien en la presentación de una síntesis general de los resultados del estudio descriptivo extraídos de la memoria del proyecto de investigación.

Al tratarse de una tarea de cierta complejidad, la aplicación de los tests ha sido realizada por evaluadores entrenados para tal fin, ya que entre otras cosas, para cada alumno había que contar con las condiciones adecuadas, seleccionar los ítems de partida en función de su edad exacta, así como los que constituyen los denominados "suelo" y "techo", que determinan en cada caso el intervalo del que se extraerán las conclusiones acerca de la competencia matemática en general y de los aspectos concretos de la matemática formal e informal de cada niño en particular. Estos datos personales han sido de gran valía para el profesorado de cada grupo; sin embargo, no serán tenidos en cuenta como tales en el presente estudio, sino que nos centraremos en los resultados grupales.

3.1. Índice de competencia matemática.

En la Tabla 1 se ofrecen los rangos, las medias y las desviaciones típicas de las puntuaciones estándar, que denominamos "Índices de Competencia Matemática", ya que dicho parámetro ofrece una información bastante fiel de la competencia matemática de cada estudiante dependiendo de su edad en comparación con su grupo de referencia (Ginsburg y Baroody, 2007). Como puede observarse, la media del ICM del grupo experimental es notablemente superior a la media del grupo de control.

Tabla 1. Estadísticos descriptivos del ICM en ambos centros

No	N	Mínimo	Máximo	Media	Desviación típica
Grupo Experimental					
Índice de competencia matemática(ICM)	230	57	148	107,85	19,478
Grupo de Control					
Índice de competencia matemática(ICM)	26	64	116	96,08	16,287

obstante, habría que comprobar si esta diferencia puede considerarse estadísticamente significativa. Como los datos no se ajustan a una distribución normal, aplicaremos la prueba no paramétrica U de Mann-Whitney.

Tabla 2. Prueba paramétrica T de Student para igualdad de medias

Estadísticos de contraste^a	
	Índice de competencia matemática
U de Mann-Whitney	1934,000
W de Wilcoxon	2285,000
Z	-2,952
Sig. asintót. (bilateral)	,003

Como la significación obtenida para la prueba U de Mann-Whitney (0,003) es menor que la significación que asumimos para el estudio (0,05), podemos afirmar que apreciamos diferencias significativas entre las medias del ICM de ambos grupos.

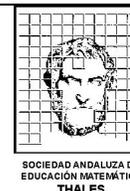
Si nos centramos en la interpretación del ICM por niveles, obtenemos los siguientes resultados:

Tabla 3. Resultados de los descriptores del índice de competencia matemática

	Grupo Experimental		Grupo de Control	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
Muy superior	12	5,2%	0	0%
Superior	75	32,6%	0	0%
Por encima	26	11,3%	6	23,1%
Medio	69	30%	12	46,2%



XV CONGRESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS
MATEMÁTICAS: EL SENTIDO DE LAS MATEMÁTICAS.
MATEMÁTICAS CON SENTIDO



Por debajo	26	11,3%	3	11,5%
Pobre	19	8,3%	2	7,7%
Muy pobre	3	1,3%	3	11,5%
Total	230	100,0	26	100,0

Observamos que el mayor porcentaje de alumnos/as, el 46,2% del grupo de control se encuentra en la media, el 30% del grupo experimental se encuentra en este nivel, lo que indica que estos alumnos poseen niveles adecuados a su edad en las matemáticas informales y formales.

Un 23,1% del alumnado del grupo de control se ubica por encima de la media en comparación con el 11,3% del grupo experimental. Esto demuestra una competencia ligeramente superior a la esperada.

Un 32,6% de los alumnos del grupo experimental (el mayor porcentaje en este grupo) se ubica en el nivel superior, además un 5,2% del alumnado está en un nivel muy superior, lo que indica una base sólida en las matemáticas informales que les permitirán abordar futuros aprendizajes de las matemáticas con seguridad y el manejo exitoso de aspectos formales, mientras que en el grupo de control no tenemos a ningún alumno/a en estos niveles.

En los diferentes indicadores por debajo de la media tenemos un 30,7% de la población evaluada en el grupo control y el 20,9% de la población del grupo de experimental, lo que nos evidencia que tenemos menos alumnos en el grupo experimental que presenten dificultades en el desarrollo de su pensamiento matemático.

3.2. Matemática formal e informal.

Más allá de los aspectos generales analizados hasta ahora, TEMA-3 también nos ofrece información acerca del nivel de desarrollo específico en lo referente a los aspectos fundamentales de la matemática formal e informal. Pues bien, al analizar los resultados en cada una de las variables correspondientes a estos dos bloques, se observaron diferencias evidentes que resultaron ser significativas en numeración, comparación y cálculo informal, en el caso de la matemática informal, y en hechos numéricos y conceptos formales, en el caso de la matemática formal.

Tabla 4. Estadísticos descriptivos del TEMA-3 y test de diferencias

Componentes del TEMA-3	Grupo Experimental		Grupo Control		Prueba U de Mann-Whitney
	X	s	X	s	p
Puntuación Directa	60,55	9,430	55,62	6,847	0,003 Existen diferencias significativas
Numeración	22,24	1,156	21,88	0,766	0,003 Existen diferencias significativas
Comparación	5,6	0,525	5,31	0,549	0,007 Existen diferencias significativas
Cálculo Informal	6,1	1,146	5,62	0,941	0,041 Existen diferencias significativas
Conceptos Informales	3,65	0,586	3,46	0,582	0,054 n.s
Convencionalismos	7,56	0,789	7,5	0,762	0,582 n.s.
Hechos Numéricos	6,26	2,599	4,42	1,793	0,000 Existen diferencias significativas
Cálculo Formal	6,11	2,640	5,62	2,418	0,250 n.s
Conceptos Formales	3,03	1,496	1,81	0,939	0,000 Existen diferencias significativas



CONCLUSIONES.

En términos generales y a la vista de los resultados obtenidos, se puede determinar que la competencia matemática desarrollada por el grupo de alumnos y alumnas del grupo experimental (grupo constituido por los niños y niñas de los colegios que han seguido la metodología basada en el uso de los materiales didácticos manipulativos) es superior a la desarrollada por el grupo de control. En este sentido creemos que la metodología basada en la utilización de los materiales didácticos manipulativos objeto de estudio mejora de forma significativa el desarrollo del sentido numérico y de la competencia matemática en los primeros años de aprendizaje matemático, se ha visto cumplida.

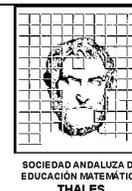
Por otro lado, en cuanto a la distribución del índice de competencia matemática (ICM) entre el alumnado de ambos grupos, el porcentaje de chicos y chicas que alcanzó valores destacados fue claramente superior en el caso del grupo experimental, así por ejemplo el 32,6% del alumnado de dicho grupo alcanzó valores del ICM situados en el nivel superior, mostrando una competencia matemática muy superior a la esperada. Sin embargo, el porcentaje más alto entre el alumnado del grupo de control se posicionó en el nivel medio con el 46,2% y el 23,1% en el nivel por encima de la media, pero ningún niño o niña del grupo de control consiguió obtener un nivel de ICM superior o muy superior. Refiriéndonos a los niveles inferiores, el 30,7 % del alumnado del grupo de control muestra un ICM por debajo del nivel que se considera medio, de lo que se desprende que estos niños y niñas no poseen las habilidades matemáticas que corresponden a su edad. Además el 19,2% del alumnado de dicho centro se ubicó en los descriptores pobre y muy pobre. Sin embargo, resulta llamativo que solo el 1,3% de los estudiantes del grupo experimental se encuentran en un nivel muy pobre.

Atendiendo a los distintos aspectos del aprendizaje matemático, tras analizar los resultados atendiendo a las distintas variables estudiadas, se observaron diferencias en todos los aspectos de la matemática formal e informal (numeración, comparación, convencionalismo, hechos numéricos y conceptualización y cálculo, tanto formal como informal) y se demostró que dichas diferencias son significativas estadísticamente en todos los casos, excepto en lo relacionado con conceptos informales, en el caso de la matemática informal, y los convencionalismos en el caso de la matemática formal.

Más concretamente, se observan diferencias especialmente notables en los conteos avanzados, en ejercicios de dominio de la recta numérica mental, en cálculos informales en los que tan solo el dominio del sistema de numeración decimal y del cálculo mental se percibe como una alternativa mucho más idónea



XV CONGRESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS
MATEMÁTICAS: EL SENTIDO DE LAS MATEMÁTICAS.
MATEMÁTICAS CON SENTIDO



que el uso inadecuado de los algoritmos de cálculo, también en cálculos formales, tanto inmediatos como más complicados, en ejercicios relacionados con descomposiciones diversas de números de varias cifras, pero sobre todo, consideramos que tienen especial significado los resultados relativos a las destrezas en resolución de problemas, donde se pone de manifiesto la importancia de abordar los cálculos de manera comprensiva en el contexto de la situación problemática, ya que si se utilizan técnicas sistemáticas alejadas de la realidad del problema se corre el riesgo de perderse en el proceso.

Otros aspectos colaterales a destacar que no siendo el objetivo fundamental de la experiencia resultan de suma importancia son los relacionados con la motivación de todo el alumnado en su aprendizaje y con la satisfacción del profesorado en su quehacer diario.

En resumen, pensamos que de los resultados obtenidos en la investigación se desprende la importancia de encontrar hoy día alternativas metodológicas que aborden el aprendizaje del sistema de numeración decimal y de las operaciones aritméticas básicas utilizando materiales manipulativos de manera significativa y comprensible. Particularmente, y con independencia de que puedan existir otras metodologías idóneas, la basada en los materiales que han sido objeto de nuestro estudio se muestra como una alternativa metodológica que responde a los objetivos actuales en lo relativo al desarrollo del sentido numérico y a la orientación de este hacia el desarrollo de la competencia matemática.

REFERENCIAS.

GARCÍA, T., BRACHO, R., MAZ, A., HIDALGO, M.D., ADRIÁN, C. y JIMÉNEZ, N. (2011). Una experiencia de formación, innovación e investigación en torno a la utilización de materiales manipulativos para el desarrollo del sentido numérico en niños y niñas de Primer Ciclo de educación Primaria. Margelí et al. (Eds.), Actas de las XV JAEM (CD). Gijón, Spain.

GINSBURG, H. P. y BAROODY, A. J. (2007). Tema3. Test de competencia matemática básica. Adaptación española de Núñez, M^a C. y Lozano, I. Madrid: TEA Ediciones.

GREENO, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. Journal for research in mathematics education, 22(13), 170-218.