

LA INTRODUCCIÓN A LA DIVISIÓN EN EDUCACIÓN PRIMARIA. UN ANÁLISIS COMPARATIVO

Carmen Gloria Aguayo-Arriagada, Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica (CONICYT), Chile

Juan Luis Piñeiro, *Universidad de Granada, Granada*

Pablo Flores Martínez, *Universidad de Granada, Granada*

RESUMEN.

La enseñanza y aprendizaje de los algoritmos aritméticos, han sido motivo de diferentes estudios. En ellos se da cuenta de sus dificultades, sobre todo en el modo de cómo se enseñan. En este trabajo centramos la atención en la división, interesándonos específicamente, cómo se introduce. Esto, con el objeto de indagar en los conceptos, representaciones y usos utilizados. Para ello, haremos una comparación entre Chile y España, en primer lugar del currículo y después de lecciones de los libros de texto que se trabajan en las escuelas. Esto nos permitirá presentar una idea más general de cómo en estos países se introduce la división, permitiendo a los maestros o futuros maestros tomar decisiones metodológicas al momento de empezar a enseñar este contenido.

Nivel educativo: Educación Primaria y Formación de Profesores.

1. INTRODUCCIÓN.

La división es un contenido matemático que se trabaja en educación primaria. La dificultad que conlleva todo este proceso ha sido motivo de diferentes investigaciones, desde su introducción hasta llegar a la enseñanza del algoritmo (Castro, 2008). Estas confirman la problemática que tiene tanto su proceso de enseñanza para los maestros, como el proceso de aprendizaje para los alumnos. En este trabajo nos centraremos en la división de números naturales, pues coincide con su punto de partida y por tanto, donde se introduce su concepto.

Una manera de abordar la dificultad en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la división, puede realizarse sobre los materiales que se les proporcionan a los docentes: por ejemplo, textos escolares. Estos recursos implementan los currículos entregando contenidos seleccionados y estructurados (Rico, 1990). Por lo tanto, lo primero es tener claridad de los planteamientos que establece el currículo, y segundo comprender cómo se presenta el contenido en los libros de texto. Por esta razón encontramos pertinente hacer un análisis de ambos recursos. En este trabajo, se comienza realizando una comparación de las directrices curriculares de España y Chile, identificando el enfoque pretendido y

su secuenciación. Luego, se analizan los libros de textos que se utilizan actualmente en algunos centros educativos; textos proporcionados por las entidades gubernamentales responsables. Permittiéndonos finalmente extraer conclusiones sobre la enseñanza de la división, mediante la comparación de los currículos, los libros de textos y el grado en que hay coherencia entre ambos.

El análisis se realizará, en el caso del currículo desde: aspectos generales del área de matemática, lineamientos del contenido, y contenidos y objetivos del nivel educativo donde se introduce la división. Para los textos escolares utilizamos el análisis didáctico, entendido desde la perspectiva del "Grupo de Investigación FQM 193 Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico" de la Universidad de Granada (Rico, Lupiáñez y Molina, 2013). Hemos considerado este constructo el adecuado, pues tratamos un tema matemático específico y al desarrollar los primeros análisis que lo componen, permite profundizar en diferentes aspectos de ese tema (Lupiáñez, 2013). Para el desarrollo de este trabajo, nos centraremos en el análisis de contenido; enfatizando en sus tres organizadores: la estructura conceptual, sistemas de representación y la fenomenología.

2. COMPARACIÓN DEL CURRÍCULO.

Las matemáticas que se enseñan a lo largo de la educación obligatoria en los diferentes sistemas educativos, están organizadas dentro de una normativa legal mediante la noción de currículo (Rico, 2015). En ellas, se delimita el enfoque que se le quiera dar a la educación matemática, cuáles son sus fines, cómo se estructuran sus diferentes temáticas, cuáles son los contenidos que se deben trabajar según el nivel educativo, qué expectativas de aprendizaje se quieren lograr y cómo se pueden lograr estableciendo criterios de evaluación.

A partir de estas ideas, consideramos importante hacer una comparación del currículo de España y Chile, en este caso centrándonos en ver cómo se presentan las nociones para introducir la división. Dicha comparación la enfocaremos en tres elementos del currículo, aspectos generales del área de matemáticas, lineamientos del contenido, y contenidos y objetivos por nivel educativo.

2.1. ASPECTOS GENERALES DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS.

Los currículos de ambos países comienzan presentando una visión general de los enfoques que se le da al área de matemática, lo que permite delimitar cuáles son sus fines. En el caso de España el currículo establece que:

La finalidad del área en la Educación Primaria es el desarrollo de la competencia matemática focalizando el interés sobre las capacidades de los sujetos para analizar y comprender las situaciones, identificar conceptos y procedimientos matemáticos aplicables, razonar sobre las mismas, generar soluciones y expresar los resultados de manera adecuada ... La resolución de problemas; el uso adecuado de los medios tecnológicos; y la dimensión social y cultural de las matemáticas, deben entenderse, pues, como ejes transversales que han de estar siempre presentes en la construcción del conocimiento matemático durante esta etapa (Junta de Andalucía, 2015, p. 219)

En Chile podemos destacar que:

El propósito formativo de esta asignatura es enriquecer la comprensión de la realidad, facilitar la selección de estrategias para resolver problemas y contribuir al desarrollo del pensamiento crítico y autónomo en todos los estudiantes... En este desarrollo, están involucradas cuatro habilidades interrelacionadas: resolver problemas, representar, modelar y argumentar y comunicar. Todas ellas tienen un rol importante en la adquisición de nuevas destrezas y conceptos y en la aplicación de conocimientos para resolver los problemas propios de la matemática (Ministerio de Educación, 2012, p. 1).

Estas líneas dan cuenta de la existencia de posturas semejantes en cuanto al desarrollo de competencias matemáticas, al sentido funcional que deben tener las matemáticas para la vida de los alumnos, la resolución de problemas como eje transversal y el uso de la tecnología como una herramienta para favorecer el aprendizaje. Sobre las diferencias, en el currículo español para entender la importancia y utilidad de las matemáticas se le da énfasis al desarrollo histórico de estas. Por su parte, en el currículo de Chile se establece como prioritario el desarrollo de estrategias de cálculo mental, como eje transversal.

2.2. LINEAMIENTOS DEL CONTENIDO.

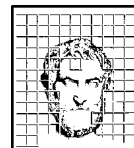
En ambos currículos los contenidos matemáticos son organizados en ejes temáticos. En el caso de España en cinco bloques: procesos, métodos y actitudes en matemáticas, números, medida; geometría, y estadística y probabilidad. En Chile se divide en cinco bloques: números y operaciones, patrones y álgebra, geometría, medición y datos y probabilidad.

Debido al interés de este análisis, nos enfocaremos en comparar los lineamientos en donde se desarrolla este tema; en España en el bloque números y en Chile, en el eje números y operaciones.

Al analizar estos bloques temáticos, se desprende que los focos y el planteamiento son muy similares. Ambos destacan la importancia que el aprendizaje de los números y sus operaciones tengan como punto de partida el entendimiento de las estructuras aritméticas y su funcionalidad para resolver situaciones de la vida cotidiana. Dándole gran relevancia al cálculo mental y al manejo de diferentes tipos de representación. Difiere el énfasis que le da el currículo Español a la estimación, como una forma de realizar cálculos.

2.3. CONTENIDOS Y OBJETIVOS POR NIVEL EDUCATIVO.

Ambos currículos delimitan de forma distinta la organización de los contenidos y objetivos que se trabajan en los diferentes niveles educativos. Es importante destacar que el currículo Español, presenta dichos elementos por ciclos educativos, donde cada ciclo contempla dos cursos (Primer ciclo: primero y segundo de primaria, Segundo ciclo: tercero y cuarto de primaria, y tercer ciclo: quinto y sexto de primaria), para cada uno de estos se establecen los criterios de evaluación, orientaciones y ejemplificación, objetivos del área para la etapa, los contenidos y las competencias como indicadores. Por su parte, en el currículo



chileno se individualiza por cursos y en cada uno se establecen los objetivos de aprendizaje, también presentan las actitudes, la visión global del año separado por unidades, en cada una de estas se repiten los objetivos de aprendizajes y se agregan los indicadores de evaluación. Para la realización de este trabajo, centraremos la atención en los contenidos del currículo español y en los objetivos de aprendizaje del chileno, pudiendo determinar sólo con estos elementos la manera de como introducen el concepto de división.

Cabe señalar que el currículo español no es centralizado y cada comunidad presenta matices específicos; esto se traduce en libros de texto con pequeñas modificaciones. En este trabajo hemos utilizado un texto de la Comunidad de Andalucía, por lo que el documento curricular utilizado es el "Boletín Oficial de la Junta de Andalucía" número 60.

Al analizar estos componentes, podemos observar que ambos currículos introducen la división en el segundo año de escolarización, de manera muy escueta y sin formalizar conceptos. Para ellos utilizan la noción de mitad; además España introduce un breve acercamiento a la división como resta repetida cuando se plantea la resta para separar.

Un curso más adelante, tercero, se introduce el concepto de la división. Las ideas comunes que muestran los currículos son:

- Significado de la división para repartir y para agrupar.
- La relación entre la multiplicación y división, como operaciones inversas.
- El uso de diferentes sistemas de representación, si bien en Chile se expresa explícitamente las representaciones con el uso de material concreto y pictórico, en España sólo se nombra la representación gráfica, pero la física se puede deducir cuando mencionan repetición de medidas, repartos de dinero, juegos, etc.
- El uso de contextos reales al trabajar la resolución de problemas.

En cuanto a las diferencias, pudimos observar:

- En España se introduce la representación simbólica de la operación (algoritmo), las propiedades de las operaciones, dándole énfasis a estrategias de cálculo mental y estimación.
- En Chile se introduce el concepto de división como sustracción repetida.

3. COMPARACIÓN DE LOS TEXTOS ESCOLARES.

El comparar libros de texto escolares se justifica por el gran protagonismo que tienen en su rol articulador en el proceso de enseñanza y aprendizaje (Martínez Bonafé, 2008). En este trabajo utilizamos el análisis de contenido, definido por Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez (2008) como una herramienta técnica para establecer y estudiar la diversidad de significados de los contenidos de las matemáticas escolares. La estructura del análisis de contenido contempla tres organizadores del currículo, la estructura conceptual, los sistemas de representación y la fenomenología (Lupiáñez, 2013). Estos serán usados como elementos teóricos para hacer la revisión de los libros de textos.

Por tanto, el análisis de contenido nos permitirá identificar el enfoque dado por las editoriales al introducir la noción de división. Por otro lado, nos dará luces sobre algunos elementos que permitan establecer la coherencia de los lineamientos editoriales con sus respectivos currículos.

Los libros que analizaremos son:

- España: Editorial SM. Proyecto Savia. Matemáticas Andalucía 3 primaria. Texto del estudiante. Unidad 5: Dividir y Unidad 6: Practicar la división.
- Chile: Editorial Pearson. Matemática 3º básico. Texto del estudiante. Unidad 5: La división.

3.1. ESTRUCTURA CONCEPTUAL.

Lupiáñez (2013) plantea que la estructura conceptual de un tema matemático determina la variedad de significados y su relación con los diferentes contenidos. La Tabla 1 muestra los contenidos que trabajan ambos textos escolares en torno al tema de división. También se hace una comparación del enfoque que le da cada editorial al significado, procedimiento, sus elementos y relaciones.

Contenidos	
Texto escolar Español	Texto escolar Chileno
Unidad 5: Dividir <ul style="list-style-type: none"> ➤ Hacer grupos ➤ La división y sus términos: dividendo, divisor, resto y cociente ➤ La prueba de la división: $D = d \times c + r$ ➤ Múltiplos y divisores Unidad 6: Practicar la división <ul style="list-style-type: none"> ➤ Dividiendo con la primera cifra mayor o igual que el divisor ➤ División exacta ➤ Dividendo con la primera cifra menor que el divisor ➤ Divisiones con cero en el cociente 	Unidad 5: División <ul style="list-style-type: none"> ➤ La división como repartición ➤ El significado de cada elemento de la división, sin llegar a dar sus nombre ➤ La división como resta repetida ➤ Relación de la división con la multiplicación

Tabla 1. Estructura conceptual de los textos

Al analizar esta tabla, podemos destacar que:

- En España se introduce el significado de la división entendida como una *división cuotitiva*, o bien como una sustracción repetida sin incluir esta acción, sino presentando la acción de hacer grupos de cantidades iguales. Este concepto de la división también se trabaja en el texto chileno posteriormente a la introducción.
- El texto chileno comienza presentando la división como una *división partitiva*, es decir, se tiene un total de objetos y se reparten según una cantidad de grupos conocida. Llama la atención que en el libro español introduce la división con la acción de agrupar y luego agrega en su definición la acción de repartir.
- En ambos textos aparecen los términos de la división. En España explícitamente. En Chile solo se identifican conceptualmente, sin nominarlos y se excluye el resto.

- El texto español trabaja conceptos que en el de Chile no se mencionan. Por ejemplo, la prueba de la división, los tipos de división (exacta y no exacta) y los diferentes casos que se pueden dar al dividir dos números naturales.
- Una diferencia importante, es que el libro chileno trabaja la relación de la división con la multiplicación, como operaciones inversas. En cambio en el texto español presenta la relación entre múltiplos y divisores.

3.2. SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN.

Una de las características de los sistemas de representación son las diferentes formas de representar el contenido, su significado y sus relaciones con otros conceptos y procedimientos (Lupiáñez, 2013). La importancia de emplear los diferentes sistemas de representación está avalada por el aporte que da a la comprensión de conceptos y procedimientos (Rico, 2009). En el análisis realizado a los libros de texto, aparecen cuatro tipos: gráfica, concreta, simbólica y verbal.

Al realizar la comparación sobre los sistemas de representación que aparecen en los textos, encontramos que el texto de Chile utiliza todos los sistemas de representación antes señalados. En el caso del texto español, solo difiere la ausencia de la verbal.

La Tabla 2 muestra los diferentes sistemas de representación que trabaja cada libro de texto. Además la secuencia en la que aparecen en la tabla coincide con la dada en el texto.

TEXTO ESPAÑOL		TEXTO CHILENO
Unidad 5	Unidad 6	Unidad 5
GRÁFICA	SIMBÓLICA	CONCRETA - GRÁFICA
CONCRETA (planteada en un taller de matemáticas manipulativas)	GRÁFICA	SIMBÓLICA
SIMBÓLICA	CONCRETA (planteada en un taller de matemáticas manipulativas)	VERBAL

Tabla 2. Sistemas de representación y su secuenciación

Es importante destacar los siguientes aspectos:

- Ambos textos dan mayor énfasis a las representaciones gráficas.
- Llama la atención que en el texto español el sistema representación concreto aparece, en ambas ocasiones, como actividad de finalización. Difiriendo con las recomendaciones metodológicas de comenzar por modelos concretos (Flores, Castro-Rodríguez y Fernández-Plaza, 2015).
- En cuanto al texto Chileno, si bien la representación concreta se introduce al inicio, se mantiene como opción, en forma paralela, junto a la representación gráfica, como muestra la figura 1.

1 Usa fichas o haz un dibujo para resolver.

Si hay 15 plátanos y 3 cajas,
¿cuántos plátanos hay en cada
caja?



_____ plátanos en total.
_____ grupos de _____ plátanos.

Figura 1. Ejemplo sistema representación texto chileno

3.3. FENOMENOLOGÍA

Dentro del análisis de contenido, la fenomenología cumple la función de establecer los contextos, situaciones y problemas que dan sentido a un contenido matemático (Lupiáñez, 2013).

Para la división, estas situaciones reciben el nombre de problemas de estructura multiplicativa. Los enunciados de estos problemas presentan una relación entre tres cantidades (dos de ellas conocidas y una desconocida). Según el significado de su contextualización se han identificado tres grandes clases de problemas (Castro y Ruíz-Hidalgo, 2011):

- *Problemas de proporcionalidad simple o isomorfismo de medidas:* En este tipo de problemas encontramos tres clases según sea la cantidad incógnita: a) si la cantidad desconocida representa la cantidad total de elementos, encontraremos la respuesta con una multiplicación, b) si la cantidad desconocida son los grupos, encontramos la respuesta con una división y generalmente se relaciona con la estrategia de la sustracción reiterada; y c) del mismo modo, si la cantidad desconocida son los elementos de cada grupo, encontramos la respuesta con una división y su resolución tiene mayor sentido con un reparto equitativo. El segundo caso recibe el nombre de división cuotitiva y la tercera división partitiva.
- *Problemas de producto cartesiano:* se basan en la formación de pares ordenados si se trabaja con cantidades continuas y en magnitudes si se trabaja con cantidades discontinuas.
- *Problemas de comparación multiplicativa:* en ellos interviene una cantidad referente, una cantidad comparada y un escalar que cuantifica dicha comparación. Existe una variación de este tipo de problemas cuándo la comparación se hace en términos de igualdad. Se relaciona con las frases "veces más", "veces menos" o "veces tanto como".

Además del análisis del tipo de problemas que presentan los textos escolares, utilizamos la categorización de dificultad y orden de enseñanza de Flores, Castro-Rodríguez y Fernández-Plaza (2015). En ella se determinan el tipo y subtipo de problema, y el orden según su grado de dificultad.

Al hacer la revisión de ambos libros de texto, lo primero que se observa es el gran número de problemas que se presentan. Esto se correspondería con el enfoque de los currículos que tienen a la resolución de problema como eje transversal. Luego nos enfocamos en determinar el tipo de problema y si se cumplía el orden secuencial en cuanto a su dificultad, evidenciándose que:

- En el libro español, se comienza con problemas del tipo isomorfismo de medidas, específicamente del subtipo incógnita en medida de la primera magnitud (división cuotitiva). En el desarrollo de la unidad 5 esta categorización predomina; apareciendo un solo problema del subtipo incógnita en tasa (división partitiva). Luego, en la unidad siguiente, aparecen problemas del subtipo incógnita en tasa (división partitiva). Además, aparece un problema del subtipo incógnita en la medida de la segunda magnitud (multiplicación) sin una conexión aparente con el desarrollo realizado.
- En el libro chileno se comienza con problemas del subtipo incógnita en tasa (división partitiva), pero a lo largo de la unidad se incluyen un problema del subtipo incógnita en medida de la primera magnitud (división cuotitiva) y varios del subtipo incógnita en medida de la segunda magnitud (multiplicación).
- En cuanto al orden de dificultad para la enseñanza, no es posible de observar pues todos los problemas trabajados en los textos corresponden al primer orden.

Resumiendo, es importante destacar que el texto español comienza dándole mayor énfasis a los problemas del subtipo incógnita en medida de la primera magnitud (división cuotitiva) para terminar enfatizando en los problemas del subtipo incógnita en tasa (división partitiva). En el caso del texto chileno predominan los problemas del subtipo incógnita en tasa (división partitiva), excepto cuando trabaja la relación entre la división y multiplicación, dónde se enfatizan en los problemas con incógnita en la medida de la segunda magnitud (multiplicación). La figura 2 muestra un ejemplo de esta situación.

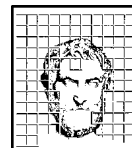


Figura 2. Ejemplo de problema incógnita en medida de segunda magnitud del texto chileno

4. CONCLUSIONES.

Luego de este análisis sobre elementos curriculares y su explicitación en los libros de texto, podemos establecer que existen mayoritariamente puntos coincidentes entre ambos países. No obstante existen algunas sutilezas en las decisiones que realizan las editoriales que nos parece importante evidenciar.

Sobre los currículos, podemos concluir que los dos significados que puede tomar la división: partitiva y cuotitiva, se plasman en ellos. Sin embargo, las diferencias comienzan en las estructuras conceptuales. Si bien el nivel educativo donde se presenta este tema es el mismo en ambos currículos, el currículo español da mayor formalidad, llegando a introducir las propiedades y el algoritmo estándar de la división.



Respecto a los libros de texto, es interesante señalar aspectos en los que difieren, como:

- Introducen la división con diferentes significados, el libro español como división cuotitiva y el libro chileno como división partitiva.
- Otra diferencia importante es la formalidad del tema. El texto chileno solamente introduce el concepto de la división y la relación de la división con la multiplicación como operación inversa. En cambio el texto español llega a la prueba de la división, introduce los conceptos de múltiplos y divisores, y al algoritmo de la división con diferentes casos que se pueden dar en los naturales, por ejemplo las divisiones con ceros en el cociente.
- El texto chileno da mayor énfasis que los alumnos trabajen con múltiples sistemas de representación, haciendo que estos manipulen material concreto y dibujen representaciones gráficas. En cambio, el texto español, utiliza las representaciones como presentación y sólo se plantea la manipulación en un momento específico a través de un taller.
- En cuanto a los tipos de problemas que trabajan ambos textos, podemos concluir que hay una mayor presencia de aquellos correspondientes a la división partitiva. Esto puede deberse a que el texto chileno introduce el tema con este significado. Por su parte, el español, pareciera relacionar este significado directamente con el algoritmo tradicional.

El trabajar ambas comparaciones, tanto del currículo como de libros de texto, permite una visión de la coherencia entre ambos. En este contexto, se observa cierto grado de incoherencia entre las directrices y los textos. En el caso de España, el currículo establece el trabajo con diferentes sistemas de representación y el desarrollo de habilidades de cálculo mental y estimación, situaciones que no se ven reflejadas en el libro de texto. Por su parte, el currículo chileno plantea la importancia del desarrollo de estrategias de cálculo mental, situación que tampoco se observa en el libro que analizamos, sin embargo en varios momentos se plantea la estimación, habilidad que no menciona el currículo.

Finalmente es importante señalar que la realización de este tipo de trabajo posibilita el debate crítico entre los responsables de llevar a las aulas las directrices curriculares. Es deseable tener una visión crítica sobre libros de textos escolares y usarlos como un recurso de aprendizaje, no depositando en ellos las decisiones pedagógicas. Por tanto, promovemos que los maestros, sean los encargados de tomar las decisiones sobre sus planificaciones.

También nos parece relevante este tipo de trabajos como una herramienta para conocer planteamientos diferentes a los que se acostumbra. De esta manera, se posibilita la observación de otros elementos utilizados en países con currículos similares, que ayude a los maestros o futuros maestros a definir sus estrategias metodológicas pertinentes a sus realidades.

REFERENCIAS.

Bernabeu, J., Garín, M., Rodríguez, M., Navarro, A., Nila, M., Morales, F. y Vidal, J. M. (2015). *Proyecto Savia. Matemática Andalucía 3º Primaria. Texto del estudiante*. España: SM.

- Castro, E. (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. Blanco (Eds.), *Investigación en educación matemática XII* (pp. 113-140). Badajoz, España: SEIEM.
- Castro, E. y Ruíz-Hidalgo, J. F. (2011). Aritmética de los números naturales. Estructura multiplicativa. En I. Segovia y L. Rico (Eds.), *Matemáticas para Maestro de Educación Primaria* (pp. 99-122). Madrid, España: Pirámide.
- Charles, R. I., Caldwell, J. H., Cavanagh, M., Chancellor, D., Copley, J. V., Crown, W. D., Fennell, F., Ramírez, A. B., Sammons, K. B., Schielack, J. F., Tate, W. y Van de Walle, J. A. (2014). *Matemática 3º Educación Básica. Texto del estudiante*. Santiago, Chile: Pearson Educación.
- Flores, P., Castro-Rodríguez, E. y Fernández-Plaza, J. A. (2015). Enseñanza y aprendizaje de las estructuras aritméticas. En P. Flores y L. Rico (Eds.), *Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria* (pp. 205-229). Madrid, España: Pirámide.
- Junta de Andalucía. (2015). Área de matemáticas. *Boletín Oficial de la Junta de Andalucía*, (60), 219-307.
- Lupiáñez, J. L. (2013). Análisis didáctico: La planificación del aprendizaje desde una perspectiva curricular. En L. Rico, J. L. Lupiáñez y M. Molina (Eds.), *Análisis Didáctico en Educación Matemática. Metodología de Investigación, Formación de Profesores e Innovación Curricular* (pp. 81-102). Granada, España: Comares.
- Martínez Bonafé, J. (2008). Los libros de texto como práctica discursiva. *Revista de la Asociación de Sociología de la Educación (RASE)*, 1(1), 62-73.
- Ministerio de Educación. (2012). *Matemática. Educación Básica. Bases Curriculares*. Santiago, Chile: Unidad de Currículum y Evaluación.
- Rico, L. (1990). Diseño curricular en educación matemática: una perspectiva cultural. En S. Llinares y V. Sánchez (Eds.), *Teoría y Práctica en Educación Matemática* (pp. 17-62). Sevilla, España: Alfar.
- Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática. *PNA*, 4(1), 1-14.
- Rico, L. (2015). Matemáticas escolares y conocimiento didáctico. En P. Flores y L. Rico (Eds.), *Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria* (pp. 21 - 40). Madrid, España: Pirámide.
- Rico, L., Lupiáñez, J. L. y Molina, M. (2013). *Análisis didáctico en educación matemática: metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular*. Granada, España: Comares.
- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J. L. y Gómez, P. (2008). Planificación de las Matemáticas Escolares en Secundaria. El caso de los Números Naturales. *Suma*, (58), 7-23.