

# MATERIALES CURRICULARES CON CALCULADORA CIENTÍFICA

**José María Chacón Íñigo**, *I.E.S. Llanes (Sevilla)*, [jmchacon@cica.es](mailto:jmchacon@cica.es)

**Daniel Vila Martínez**, *División educativa CASIO*, [danielvila@casio.es](mailto:danielvila@casio.es)

## RESUMEN.

Desde hace tres años la FESPM organiza un seminario de trabajo de calculadoras, con la colaboración de CASIO, con el objetivo de crear materiales curriculares inéditos pensados para ser implementados en clase con distintos tipos de calculadoras. El objetivo principal de este año es el desarrollo de actividades con calculadora científica con el propósito de motivar y fomentar el uso habitual de calculadoras en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En esta comunicación se describe el funcionamiento del seminario, y se muestran algunos de los trabajos diseñados en los que se evidencia la potencia de la calculadora científica en la enseñanza de las matemáticas de cualquier nivel.

**Nivel educativo:** ESO y Bachillerato.

## 1. INTRODUCCIÓN.

El objetivo básico de este grupo de trabajo es la creación de materiales sencillos y contextualizados, que resulten novedosos y motivadores para el alumnado y el profesorado y que animen al uso habitual de calculadoras científicas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Esta idea recoge las múltiples propuestas lanzadas en las cuatro pasadas ediciones de las JAEM (Girona 2009, Gijón 2011, Mallorca 2013, Cartagena 2015, grupos de debate sobre el uso de calculadoras), así como las propuestas surgidas en el seminario de calculadoras celebrado en Málaga (2009) y organizado por la FESPM.

Para desarrollar esta tarea, cada miembro del grupo deberá diseñar una actividad correspondiente a uno de los estándares de aprendizaje de los ámbitos de Aritmética, Álgebra, Probabilidad o Estadística. Dicha actividad deberá ser contextualizada y presentada como una ficha para el trabajo del alumno en el aula. Así mismo incluirá otra ficha con los objetivos, metodología e indicaciones para el profesorado.

Se ha elaborado un calendario y una distribución de tareas, de forma que cada miembro del grupo presentará un mínimo de dos actividades a lo largo del curso, en los que deberá incluir una justificación del material diseñado, los estándares trabajados y posibles variaciones o nuevas actividades a partir de la diseñada.

## 2. PLAN DE TRABAJO.

### 2.1. PRIMER TRABAJO: VIERNES 6 DE MAYO DE 2016.

Desarrollo de actividades sobre:

- Aritmética y Álgebra
- Probabilidad y Estadística

En todo momento las actividades se regirán por los estándares de aprendizaje establecidos por la LOMCE.

Durante el seminario del viernes 6 de mayo se acordará un único formato de presentación para las actividades de manera que sea posible editar una publicación en formato de libro.

### 2.2. SEGUNDO TRABAJO: VIERNES 21 DE OCTUBRE DE 2016..

Adaptación al formato preestablecido de las actividades presentadas en la primera sesión del 6 de mayo.

Presentación de nuevas actividades que ayuden a complementar el currículum referente a los contenidos establecidos para el

## 3. LOS TRABAJOS DESARROLLADOS.

La primera colección de trabajos:

- Estándares de Aritmética: Aproximación de errores. Divisibilidad. Número de Oro. Primos de Mersenne. Logaritmos. Nº de cifras de un número. Notación científica. Viaje numérico al CERN. Fracciones continuas. Verificar. La alfombra de Sierpinski. Tierra. Criptología cifra César. Problemas 'macabros'. Porcentajes. Teorema de Tales. Teorema de la bisectriz.
- Estándares de Álgebra: Ecuación exponencial. Inecuaciones. Problemas con inecuaciones. Teorema de Pick. Identidad o ecuación. Valor numérico de una expresión algebraica. Ecuaciones angulares. Problemas con números. Álgebra. Parábolas. Potencias. Pitágoras. Números metálicos. Recurrencia. Recurrencia de oro. Ternas pitagóricas. Sucesión de Fibonacci...
- Estándares de Probabilidad: Contraste de hipótesis para la Distr. Normal. Contraste de hipótesis para la proporción. Intervalos de confianza.
- Estándares de Estadística: Dispersión (Carreras de 1500m). Dispersión, interpretación (Esperanza de vida al nacer). Calculo de parámetros estadísticos. Interpretación de parámetros estadísticos. Dado dodecaédrico. Premio. Notas. Paso humano. Desviación media. Tabla de frecuencias. Distribución bidimensional. Tablas y gráficos.

La segunda colección de trabajos (previstos para octubre 2016):

En vía de desarrollo con el objetivo de completar las áreas anteriores (Aritmética y Álgebra; Probabilidad y Estadística)

## 4. EJEMPLOS DE ACTIVIDADES.

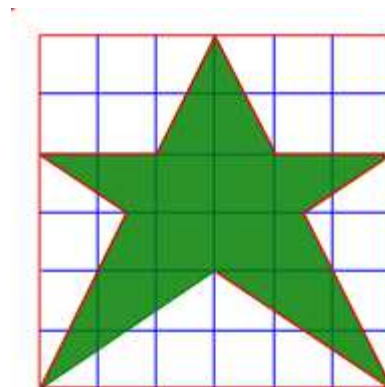
A modo de ejemplo presentamos algunas de las actividades diseñadas por los participantes en el seminario.

### 4.1. TEOREMA DE PICK.

Problema

En la figura, hay dibujada una estrella de cinco puntas en una cuadrícula 6x6.

La superficie de cada cuadrado pequeño es  $1 \text{ cm}^2$   
Determinar el área de la estrella.



Solución.

Teorema de Pick.

Si los vértices de un polígono pertenecen a una cuadrícula el área del polígono en función del área del cuadrado de la cuadrícula es:

$$S = I + \frac{B}{2} - 1$$

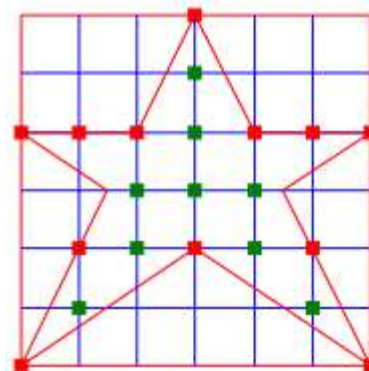
donde I es igual a los puntos interiores al polígono. B los puntos que pertenecen al borde.

Notemos que:

$I=9$  ,  $B= 12$ .

Utilizaremos la función CALC que nos permite introducir la función área y calcular distintas áreas.

Utilizaremos la variable A para definir los puntos interiores.



$$A + \frac{B}{2} - 1$$

$$A + \frac{B}{2} - 1$$

$$A = 9$$

$$A + \frac{B}{2} - 1$$

$$B = 12$$

$$A + \frac{B}{2} - 1$$

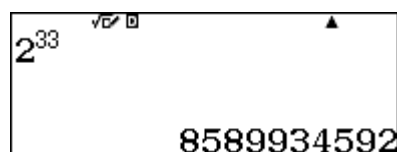
$$14$$

## 4.2. NÚMERO DE CIFRAS DE UN NÚMERO "MUY GRANDE"

A veces queremos saber sólo el número de cifras de un número resultante de una operación sin necesidad de conocer el resultado.

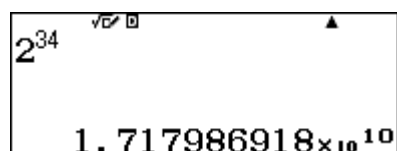
Contesta a las siguientes preguntas:

1.- ¿Cuántas cifras tiene el número  $2^{33}$ ?



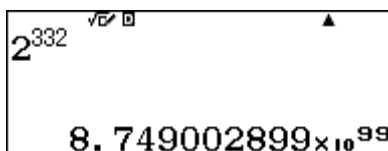
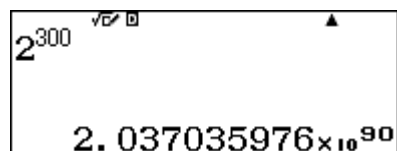
El número tiene 10 cifras

2.- ¿Cuántas cifras tiene el número  $2^{34}$ ?



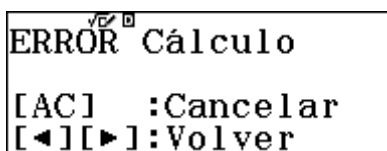
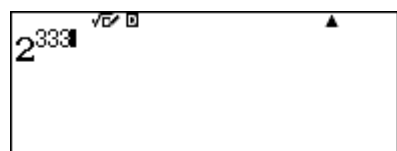
El número tiene 11 cifras. Se cuenta la cifra entera (siempre es un solo dígito ya que el resultado está en notación científica) y las 10 posiciones que indican el exponente de 10.

3.- ¿Cuántas cifras tienen los números  $2^{300}$  y  $2^{332}$ ?



Tienen 91 y 100 cifras respectivamente.

4.- ¿Cuántas cifras tiene el número  $2^{333}$ ?



Parece que esta calculadora no nos sirve para calcular el número de cifras de estos números "tan grandes". Veamos un procedimiento basado en las propiedades de los logaritmos.

5.- Calcula los logaritmos decimales de los siguientes números:  
2, 3, 31, 45, 405, 607, 1234, 5678, 12345, 67890, 123456, 789012

Utilizamos la hoja de cálculo de la calculadora.

	A	B	C	D
1	2	0.301		
2	3	0.4771		
3	31	1.4913		
4	45	1.6532		

	A	B	C	D
5	405	2.6074		
6	607	2.7831		
7	1234	3.0913		
8	5678	3.7541		

	A	B	C	D
9	12345	4.0914		
10	67890	4.8318		
11	123456	5.0915		
12	789012	5.897		

Observemos la parte entera de cada logaritmo. Es fácil deducir que si un número tiene  $n$  cifras entonces su logaritmo decimal consta de una parte entera con  $n-1$  cifras.

Por tanto podríamos haber realizado el ejercicio 3.- de la siguiente forma:

$\log_{10}(2^{300})$
90.3089987

$\log_{10}(2^{332})$
99.94195856

Y sumando 1 a la parte entera habríamos llegado a la misma conclusión.

Sin embargo:

$\log_{10}(2^{333})$
----------------------

ERROR Cálculo
[AC] :Cancelar
[◀][▶]:Volver

Y vemos que de esta forma tampoco podemos calcular cuántas cifras tiene  $2^{333}$

Ahora bien, por las propiedades de los logaritmos  $\log_{10} x^p = p \cdot \log_{10} x$

$333 \times \log_{10}(2)$
100.2429886

Por tanto,

Concluimos entonces que  $2^{333}$  tiene 101 cifras.

#### 4.3. DADO DODECAÉDRICO



##### DADO DODECAÉDRICO

¿Qué es un poliedro regular? ¿Cuáles son los poliedros regulares? ¿Qué relación podemos obtener entre las aristas, las caras y los vértices?

Observa un dodecaedro. ¿Cuántas caras tiene? ¿Cómo se llaman los polígonos que forman las caras?

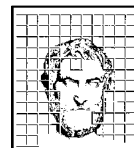
Ahora que ya hemos hecho un poco de geometría, enumera las caras del 1 al 12, lanza el dado 50 veces, anota los resultados y construye una tabla de frecuencias.

Puntuación	Recuento	Frecuencia absoluta
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
Total		

La frecuencia absoluta es la cantidad de observaciones de cada dato, se suele simbolizar mediante la letra F y un subíndice  $F_i$ .

- Representa el diagrama de barras de las frecuencias absolutas.
- ¿Cuál es la media de tus puntuaciones?
- Compara tu media con la de tus compañeros. Calcula la media de todas las medias. ¿Qué resultado has obtenido?
- Ahora, poned en común todos los datos. Para ello, introduce tus datos en la calculadora y compártelos con el grupo mediante la aplicación CASIO EDU +. Copia en tu cuaderno la tabla de las frecuencias absolutas de toda la clase en la siguiente tabla:

Puntuación	Frecuencia absoluta
1	
2	
3	



4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
Total	

- e) Calcula la media. ¿Qué resultado has obtenido?
- f) ¿Qué relación hay entre las dos medias obtenidas?
- g) ¿Crees que eso pasa siempre?

#### MATERIALES

Dados dodecaédricos  
Calculadora  
Aplicación CASIO EDU +  
Proyector

#### ORIENTACIONES DIDÁCTICAS


Esta actividad se puede realizar a partir de 2º de ESO.

Se centra en la experimentación repetida de situaciones aleatorias y en consecuencia, en la necesidad de acordar procedimientos que permitan trabajar en equipo.

Ahora bien, cabe destacar que la parte más importante de la actividad es poner el cálculo que la media aritmética en contexto, lo cual favorece su interpretación y propicia situaciones para que los alumnos descubran y enuncien sus propiedades.

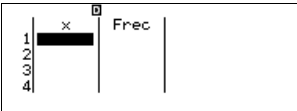
#### ORIENTACIONES TÉCNICAS

La calculadora debe de estar en el modo estadística

	1:1-Variable 2: $y=a+bx$ 3: $y=a+bx+cx^2$ 4: $y=a+b \cdot \ln(x)$
6:Estadística	

y con tablas con frecuencias

1:Entrada/Salida	1:Result fracción
2:Unidad angular	2:Complejos
3:Formato número	3:Estadística
4:Simb ingeniería	4:Hoja de cálculo

¿Frecuencia?	
1:On	
2:Off	

Cómo generar un código QR.

Cómo crear un grupo de trabajo en CASIO EDU +

Cómo compartir la tabla de frecuencias con el grupo.

## 5. A MODO DE CONCLUSIÓN.

La feliz iniciativa de la Federación de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) y la División Educativa CASIO permitirá disponer de un banco de materiales curriculares para el conjunto del profesorado y los centros, relativo a los diversos tipos de calculadoras existentes. En referencia al material sobre calculadora científica será expuesto en la página web de la División Educativa de CASIO y pretende ser un punto de apoyo para el uso de tecnologías en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Así mismo se realizará un libro de difusión gratuita con los materiales generados para junio de 2017. Actualmente se está llevando una iniciativa semejante en Portugal y en otros países europeos. La disposición de estos bancos de materiales en diversos países será muy beneficiosa para la mejora de la educación matemática.

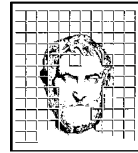
## REFERENCIAS.

BARRIOS, L, CAMACHO, A y otros. (2007). *Matemáticas con calculadora gráfica. Unidades didácticas*. SAEM Thales. Granada.

PÉREZ, A. y otros. (2012). *Matemáticas con calculadora gráfica. Unidades didácticas*. SAEM Thales. Sevilla. División didáctica Casio. Flamagás S. A.

CARRILLO, A., CHACÓN, J.M., VILA, D. (2009). *La calculadora ClassPad como recurso para la enseñanza de las matemáticas*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales. Sevilla. División didáctica Casio. Flamagás S. A.





---

AMARO, E. y otros. (2014). *Matemáticas con calculadora. Educación Secundaria Obligatoria. 3º Curso*. SAEM Thales. Sevilla. División Educativa Casio España. Barcelona.

AMARO, E. y otros. (2012). *Matemáticas con calculadora. 1º de Bachillerato. Ciencias y Tecnología*. SAEM Thales. Sevilla. División didáctica Casio. Flamagás S. A. Barcelona.

AMARO, E. y otros. (2011). *Matemáticas con calculadora. Educación Secundaria Obligatoria. 4º Curso*. SAEM Thales. Sevilla. División didáctica Casio. Flamagás S. A. Barcelona.