# PROCESO DE SIMBOLIZACIÓN DEL CONCEPTO DE *POTENCIA*: ANÁLISIS DE LIBROS DE TEXTO DE SECUNDARIA

**Martínez García, Catalina y Penalva Martínez, M. Carmen**
Departamento de Innovación y Formación Didáctica. Facultad de Educación. Universidad de Alicante
catalina.martinez@ua.es
carmina.penalva@ua.es

**Resumen.** En este trabajo se presenta un estudio del desarrollo del sistema de signos del concepto de potencia en los libros de texto de matemáticas de educación secundaria obligatoria. Se analiza el tratamiento que los textos promueven de los contenidos conceptuales y procedimentales asociados a la idea de potencia. Para ello se seleccionan «dominios de actividad matemática» (Mamona-Downs y Downs, 2002) que caracterizan el concepto y se relacionan con las «etapas del proceso de abstracción» asociado al desarrollo de los signos matemáticos en el sentido que propone Socas (1997). El análisis permite identificar las características del concepto y la ausencia de aspectos relevantes del significado de potencia que ponen de manifiesto los libros de texto analizados.

**Palabras clave.** Análisis de libros de texto, concepto de potencia, simbolización, educación secundaria obligatoria.

**Symbolization of the concept of power process: Secondary school textbooks analysis**

**Summary.** This paper studies the development of sign systems associated with the concept of power presented in secondary school Mathematics textbooks. The treatment that texts provide of the conceptual and procedural contents associated to the concept of power is analysed in this work. For this objective, we have selected «Mathematical activity domains» (Mamona-Downs & Downs, 2002) which characterizes the concept, connecting it with the development of abstraction process stages of mathematical signs as described by Socas (1997). This analysis allows us to identify features of the concept and the lack of relevant aspects of the meaning of the concept of power.

**Keywords.** Textbook analysis, concept of power, symbolization, secondary school.

## 1. INTRODUCCIÓN

El libro de texto de matemáticas es, en los niveles escolares (educación primaria y secundaria obligatoria), el instrumento más utilizado en el aula y el que contiene prácticamente toda la información escrita que maneja el alumno. Los libros de texto no son sólo un medio para la enseñanza sino también una manera de entender el desarrollo de los contenidos curriculares. Si en los textos aparecen significados sesgados o que inducen a error, pueden generar en los estudiantes dificultades que son difíciles de erradicar o falsas creencias relacionadas con la naturaleza de los objetos matemáticos. Algunas de las dificultades que los estudiantes encuentran en el aprendizaje de un concepto matemático dependen de la enseñanza recibida y ésta está condicionada, en gran medida, por la forma en la que los libros de texto presentan los conceptos (Cobo y Batanero, 2004).

Diferentes autores indican la importancia y la necesidad de analizar los libros de texto desde la perspectiva de la didáctica de la matemática. En sus investigaciones justifican la importancia que tiene el libro de texto como recurso didáctico y, en ocasiones, se centran en el análisis de la forma en la que los libros de texto reflejan contenidos específicos (Bodí y Valls, 2002; Cobo y Batanero, 2004; Dormolen, 1987; García y Llinares, 1995; González y Sierra, 2003, 2004; Haro y Torregrosa, 2002; Martín, 2002; Ortiz, 1999; Rey y Penalva, 2002).

En esta investigación nos centramos en el análisis del concepto de potencia debido a las múltiples dificultades que genera su definición y estudio, como el caso del exponente cero, negativo o racional, y a las numerosas aplicaciones que posee en relación con otros conceptos matemáticos como los polinomios, las funciones, etc. En concreto, el objetivo de esta investigación es el estudio del desarrollo simbólico del concepto de potencia en los textos de educación secundaria obligatoria (ESO). La reflexión sobre el proceso simbólico de un contenido específico de matemáticas, así como el papel de los símbolos y su distinto significado son áreas relevantes de investigación en el ámbito del pensamiento matemático avanzado (Hegedus, Tall y Eisenberg, 2001). Procesos cognitivos relativos a la formación de conceptos como abstracción, simbolización, búsqueda de relaciones entre conceptos, generalizaciones, etc. son ejemplos de actividades cognitivas que los estudiantes de matemáticas tienen que realizar en la educación secundaria y en los que intervienen los procesos de simbolización generados. Para analizar el desarrollo simbólico del concepto de potencia indagamos sobre cómo se define y organiza el concepto en los libros de texto de matemáticas de educación secundaria. A partir del análisis de la presentación, notación desarrollada, aplicaciones y contextos en que se propone su uso, y de la obtención de relaciones entre exponentes, determinamos la coherencia del progreso del significado y del concepto desde las etapas del proceso de abstracción asociado al desarrollo de los signos matemáticos que propone Socas (1997). El estudio del concepto de potencia en los libros de texto conlleva el análisis del uso que hacen los libros de texto de los diferentes sistemas matemáticos de signos. Este análisis permite, además, caracterizar los distintos estadios de desarrollo de los sistemas de representación en cada texto.

## 2. MARCO CONCEPTUAL

La consideración de los estadios de desarrollo de los signos (Socas, 1997) y la selección de diferentes dominios de actividad matemática (Mamona-Downs y Downs, 2002) asociados al concepto de potencia nos han permitido indagar sobre la organización de dicho concepto en los libros de matemáticas de secundaria y obtener así información sobre cómo se presenta el concepto a los estudiantes.

Una dificultad en el aprendizaje de las matemáticas está asociada a la complejidad de los objetos matemáticos (Socas, 1997, 2001), y cabe destacar los conflictos relativos a su comunicación y comprensión: «la comunicación de los objetos matemáticos, principalmente de forma escrita, se realiza a través de los signos matemáticos con la ayuda del lenguaje habitual que favorece la interpretación de estos signos» (Socas, 1997, p. 127).

Socas (1997) señala, además, que la naturaleza abstracta de los objetos matemáticos está vinculada a un proceso de abstracción asociado al desarrollo de los signos matemáticos utilizados al trabajar con dichos objetos. Este proceso de abstracción se convierte, de esta manera, en un elemento a tener en cuenta a la hora de analizar el uso de los distintos sistemas de signos asociados a los objetos matemáticos. Socas concreta el proceso de abstracción de los objetos matemáticos en tres *estadios que se dan en la evolución de los sistemas de representación: semiótico, estructural y autónomo.*

– En el *estadio semiótico*, el nuevo sistema de signos se caracteriza a partir de un sistema antiguo ya conocido. Es decir, los signos nuevos adquieren significado con los signos antiguos ya conocidos.

– En el *estadio estructural,* el sistema de representación nuevo se estructura según la organización del antiguo manteniendo sus propiedades y, en ocasiones, ampliándolas. Sin embargo, en este estadio, aparecen situaciones que nos obligan a poner restricciones. Estas expresiones suponen verdaderas dificultades cognitivas y, para solventarlas, deben ser dotadas de significado mediante la observación de regularidades y comportamientos patrones. En este estadio todavía quedan signos que no pueden ser dotados de significado.

– En el *estadio autónomo,* los signos que había sido imposible dotar de significado en los estadios anteriores, actúan con significado propio, independientemente del sistema de representación anterior.

En los procesos de enseñanza-aprendizaje de los objetos matemáticos hay que tener en cuenta, también, aspectos cognitivos y estructurales relativos a los objetos tratados. Es decir, además de analizar los conceptos, sus relaciones, procedimientos y contextos mediante la organización lógico-formal de los objetos matemáticos, consideramos el potencial que tienen algunos aspectos de la expresión matemática que han de ser usados y extraídos, así como aspectos de tipo cognitivo, donde hay mayor preocupación por la comprensión, motivación, expectativas... (Mamona-Downs y Downs, 2002).

Comprender conceptos matemáticos conlleva ver estructuras matemáticas en varios estadios. La estructura matemática de un concepto se muestra en las acciones sobre objetos concretos, en las definiciones, en las relaciones entre conceptos y en el trabajo matemático continuo que se desarrolla cuando se opera, cuando se reintegran los símbolos utilizados operativamente, etc.

Desde este punto de vista consideramos que la comprensión de un concepto matemático requiere que el estudiante reflexione sobre las estructuras matemáticas. El resultado de esta reflexión genera información valiosa pero, como todo pensamiento, no puede ser observado directamente, sólo se puede identificar de forma indirecta a través del análisis de la actividad matemática que desarrolla el sujeto para comprender un concepto. Las ideas matemáticas se generan a partir de acciones concretas que permiten organizar la actividad matemática. De hecho, estas acciones pueden considerarse como los pasos matemáticos a través de los cuales se pueden alcanzar objetivos, conclusiones y razonamientos acerca de conceptos matemáticos; y pueden ser descritos como los diferentes *dominios de actividad matemática* que permiten desarrollar y utilizar las ideas y procedimientos asociados a dichos conceptos (Mamona-Downs y Downs, 2002). Ejemplos de estos dominios son la simbolización, el uso de ejemplos, la resolución de problemas, la generalización...

Desde estos supuestos caracterizamos el desarrollo de la simbolización del concepto de potencia en los libros de matemáticas de educación secundaria obligatoria a partir de las relaciones entre los dominios de actividad matemática y los estadios de desarrollo de los signos que se detectan en el tratamiento del concepto.

Este objetivo general de la investigación se concreta en los siguientes objetivos específicos:

*a*) Seleccionar dominios de actividad matemática que ponen de manifiesto contenidos conceptuales y procedimentales asociados al concepto de potencia, es decir, aspectos que organizan formalmente el concepto.

*b*) Identificar relaciones entre los dominios de actividad matemática del concepto de potencia identificados y las etapas de desarrollo del sistema de signos usados en los libros de texto.

## 3. METODOLOGÍA

Para la consecución de los objetivos propuestos seleccionamos una muestra de los libros de texto utilizados en la provincia de Alicante, correspondientes a cuatro proyectos editoriales de 1º a 4º curso de educación secundaria obligatoria que denominamos A, B, C y D. Incluimos en la muestra una propuesta editorial de menor demanda que podría tener un mayor interés didáctico (la denotada por A). En total estudiamos 20 libros de texto y las guías didácticas del profesor correspondientes a los tres primeros cursos y las dos opciones de cuarto curso de cada proyecto editorial.

Los datos de esta investigación son los contenidos de los capítulos que tratan sobre la potenciación en libros de matemáticas de educación secundaria obligatoria. Examinamos los ejemplos, la información proporcionada, los problemas y las actividades resueltas y propuestas en los textos.

Analizamos el concepto matemático de potencia (Rey Pastor et al., 1969; Musser et al., 2003) y lo confrontamos con los estadios de desarrollo que se dan en los sistemas de signos (Socas, 1997); de esta manera particularizamos los estadios para el caso de la potencia. Determinamos así, los dominios de actividad matemática que *a priori* consideramos características de cada uno de los estadios para el caso particular de la potencia.

### 3.1. Esquema de análisis

Para analizar cómo tratan los libros de texto el concepto de potencia consideramos los dominios de actividad matemática que muestran aspectos fenomenológicos, conceptuales y procedimentales. La selección de estos dominios de actividad matemática ha estado guiada por los supuestos siguientes:

Según Mamona-Downs y Downs (2002), los estudiantes construyen el significado de los conceptos y procedimientos desde la reflexión sobre su estructura matemática, cosa que supone dar una respuesta a la forma en la que los conceptos se representan matemáticamente. Esta reflexión permite la ampliación del significado del concepto a la vez que desarrolla herramientas y estrategias relacionadas. Esto subraya la importancia de:

*a*) el sistema de signos usados por el texto (lenguaje natural, dibujos, lenguaje simbólico específico de las matemáticas);

*b*) el tipo de actividad matemática que se demanda a los alumnos (operaciones y conversiones entre las representaciones); y

*c*) las situaciones o contextos presentados que favorecen la reflexión sobre la definición y propiedades del concepto para su consolidación.

Desde este punto de vista, algunos dominios de actividad matemática deben estar presentes en todos los estadios de desarrollo del sistema de signos y consideramos que constituyen *la fenomenología del concepto*. Estos dominios de actividad matemática son:

– *Uso de ejemplos:* ilustrar determinadas características del concepto o de sus propiedades de manera que dichas características son percibidas como intrínsecas.

– *Aplicación a tareas simples:* aplicar directamente una definición o propiedad para la resolución de ejercicios, con el objetivo de desarrollar algún algoritmo, sin referencia a contextos específicos.

– *Particularización:* estudiar un concepto o sus propiedades en un caso particular para hacerlo más concreto.

– *Simbolización:* utilizar signos (numéricos, letras, dibujos, gráficos...) para denotar la idea matemática.

– *Manipulación de signos:* realizar el tratamiento o conversión de representaciones.

– *Resolución de problemas:* realizar tareas cuya resolución requiere la reflexión sobre el uso de estrategias a utilizar.

– *Formulación de problemas:* inventar situaciones problemáticas que conlleven el uso de determinados conceptos o propiedades.

Existen otros «dominios de actividad matemática» que, *a priori*, podemos relacionar sólo con algún estadio de desarrollo. Por ejemplo:

1) Vinculado al estadio semiótico de desarrollo de los signos:

– *Introducción de la definición local:* incluir aclaraciones intuitivas breves en uno o varios conjuntos numéricos.

2) Vinculados al estadio estructural de desarrollo de los signos:

– *Análisis de objetos matemáticos*: aplicar la definición a casos particulares para extraer reglas generales.

– *Justificación de propiedades locales:* probar propiedades en conjuntos numéricos específicos.

– *Uso de modelos matemáticos:* utilizar materiales estructurados, reglas, leyes que permiten dar significado a un determinado concepto y relacionarlo con otros conceptos matemáticos y sus propiedades.

3) Vinculado al estadio autónomo de desarrollo de los signos, ya que posibilita la ampliación del significado del concepto:

– *Formalización de la definición:* proporcionar definiciones de los conceptos en el dominio numérico más general.

Desde estas perspectivas se construye una matriz para relacionar los estadios de desarrollo de los sistemas de signos matemáticos con diferentes dominios de actividad matemática necesarios para generar la reflexión del estudiante sobre la estructura matemática del concepto matemático.

Con el fin de refinar este instrumento realizamos un primer análisis de algunos libros de texto para determinar la pertinencia o no de los dominios seleccionados. Con este análisis también se pretendió localizar dominios no considerados en el instrumento diseñado *a priori*. Como resultado de este primer análisis se obtuvo que:

*a*) todos los dominios de actividad matemática elegidos aparecían en, al menos, uno de los estadios;

*b*) se identificó otro dominio de actividad matemática que denominamos *abstracción de propiedades locales*; se justifica el significado de alguna potencia en un determinado conjunto numérico (por ejemplo, la de exponente negativo) utilizando propiedades relativas a otros conjuntos numéricos, implica la generalización del concepto y, por tanto, lo situamos en el estadio autónomo de desarrollo de los sistemas de representación.

Con este procedimiento refinamos el esquema de análisis obtenido y analizamos los libros de texto seleccionados. El análisis realizado permitió establecer diferencias entre los libros de texto en relación con el tratamiento dado al concepto de potencia considerando los distintos dominios de actividad matemática y los estadios de desarrollo de los signos.

La lectura de la matriz por columnas recoge las características de los diferentes dominios de actividad para cada uno de los estadios. Esta manera de organizar los datos nos permitirá caracterizar globalmente la manera en la que los libros de texto presentan los significados del concepto (estadio semiótico), la obtención de propiedades (estadio estructural) y la generalización del concepto (estadio autónomo). La lectura horizontal posibilita caracterizar cómo se realiza el proceso de simbolización en cada uno de los dominios de actividad matemática.

Para realizar el análisis primero identificamos el «pasaje» del texto que guarda relación con las potencias, relacionándolo con un estadio de desarrollo en función de que trate la introducción del concepto, el desarrollo de sus propiedades o la generalización de dicho concepto. Según la forma en la que se presenta el concepto o los procedimientos y la actividad matemática demandada al resolutor, se asignaba un dominio de actividad matemática. En algunos casos fue necesario asignar más de un dominio a un mismo pasaje. En el cuadro 1 se muestran ejemplos de cómo hemos llevado a cabo este análisis y la codificación de los datos obtenidos.

Tabla 1
**Esquema de análisis.**

| ESTADIOS / DOMINIOS DE ACTIVIDAD MATEMÁTICA | ESTADIO SEMIÓTICO | ESTADIO ESTRUCTURAL | ESTADIO AUTÓNOMO |
|---|---|---|---|
| Uso de ejemplos | | | |
| Simbolización | | | |
| Manipulación de signos | | | |
| Particularización | | | |
| Aplicación a tareas simples | | | |
| Resolución de problemas | | | |
| Formulación de problemas | | | |
| Introducción de la definición local | | | |
| Análisis de objetos matemáticos | | | |
| Justificación de propiedades locales | | | |
| Uso de modelos matemáticos | | | |
| Abstracción de propiedades locales | | | |
| Formalización de la definición | | | |

Cuadro 1

**Ejemplos de codificación en análisis de datos.**

| | | |
|---|---|---|
| **6. Potencias especiales**<br><br>Cuando la base es 1, el resultado es siempre 1.<br><br>■ Ejemplo: $1^4 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$<br><br>Ejemplo 1 (Ed. A, 1º ESO) | Se trata de forma particular la definición de potencia cuando la base es uno; por este motivo relacionamos este texto con el estadio semiótico y el dominio matemático de *particularización*. En esta definición se usa el lenguaje natural y el numérico. Y se transforma la expresión del ejemplo mediante la aplicación de propiedades del producto de números naturales. | |
| | Codificación | *Uso de ejemplos (Estadio semiótico)*<br>*Simbolización (Estadio semiótico)*<br>*Manipulación de signos (Estadio semiótico)*<br>*Particularización (Estadio semiótico)* |
| **De dos factores**<br><br>¿Se puede escribir $(-7)^3 \cdot (-7)^2$ como ponencia única?<br><br>Aplicamos la definición de potencia:<br><br>$(-7)^3 \times (-7)^2 = (-7) \times (-7) \times (-7) \cdot (-7) \times (-7) = (-7)^5 = (-7)^{3+2}$<br><br>La potencia que resulta tiene la misma base y el exponente es la suma de los exponentes de los factores:<br><br>$(-7)^3 \times (-7)^2 = (-7)^{3+2} = (-7)^5$<br><br>Ejemplo 2 (Ed. D, 2º ESO) | Este texto se relaciona con el estadio estructural, pues se estudian y analizan propiedades de la potencia.<br>De forma particular se trata la propiedad del producto de potencias de la misma base para el caso del producto de dos factores.<br>Para ello se analiza el objeto matemático $(-7)^3 \cdot (-7)^2$. A través de simbolizaciones numéricas y del uso del lenguaje natural se presenta la transformación de dicho objeto matemático mediante la aplicación de la definición de potencia y de propiedades de la suma de números naturales. | |
| | Codificación | *Simbolización (Estadio estructural)*<br>*Manipulación de signos (Estadio estructural)*<br>*Particularización (Estadio estructural)*<br>*Análisis de objetos matemáticos (Estadio estructural)* |
| **6. Potencias de exponente fraccionario**<br><br>Ya sabemos calcular $5^{-2}$. ¿Podríamos calcular $5^{1/2}$? Si no tenía ninguna lógica multiplicar la base de una potencia por *menos dos veces*, tampoco la tiene *media vez*. Vamos a buscar un sentido a la expresión $5^{1/2}$ utilizando la definición de raíz y las propiedades de las potencias.<br><br>Como $5^{1/2} \cdot 5^{1/2} = 5^{1/2+1/2} = 5^1 = 5$, entonces debe ser $5^{1/2} = \sqrt{5}$<br><br>Analógamente, como $5^{2/3} \cdot 5^{2/3} \cdot 5^{2/3} = 5^{6/3} = 5^2$, entonces debe ser $5^{2/3} = \sqrt[3]{5^2}$<br><br>Ejemplo 3 (Ed. A, 4º ESO) | Este ejemplo se relaciona con el estadio autónomo, puesto que presenta la generalización del concepto de *potencia* para el caso de exponente racional.<br>Para introducir los exponentes fraccionarios se analizan los objetos matemáticos $5^{1/2}$ y $5^{2/3}$.<br>Estos objetos se manipulan utilizando la suma de números racionales y se emplea una propiedad de la potencia (producto de potencias de la misma base) fuera del conjunto numérico de referencia; en concreto se aplica a exponentes racionales que no se han definido todavía. | |
| | Codificación | *Simbolización (Estadio autónomo)*<br>*Manipulación de signos (Estadio autónomo)*<br>*Análisis de objetos matemáticos (Estadio autónomo)*<br>*Abstracción de propiedades locales (Estadio autónomo)* |

## 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los resultados que presentamos corresponden a los libros de texto de los cuatro proyectos editoriales de matemáticas de educación secundaria obligatoria seleccionados y sus respectivas guías del profesor. Aplicamos el esquema de análisis para cada proyecto y, posteriormente, contrastamos los datos obtenidos revisando los textos de nuevo e intentando completar el análisis individual de cada uno a partir de las diferencias observadas con los demás. En la tabla 2 se muestra el conjunto de los resultados obtenidos.

El análisis de la información que aparece en la tabla permitió, por una parte, valorar los resultados obtenidos en los distintos proyectos para los dominios de actividad matemática seleccionados, así como identificar las carencias observadas respecto a la propuesta teórica de desarrollo de abstracción del concepto en relación con los estadios que se dan en la evolución de los sistemas de representación y, también, caracterizar los estadios de desarrollo de los signos en relación con los dominios de actividad matemática.

En primer lugar, examinamos si los textos ponen de manifiesto los dominios de actividad matemática del concepto de potencia que forman los aspectos fenomenológicos del concepto. Posteriormente caracterizamos el uso que los textos hacen de los diferentes sistemas de signos asociados al concepto a partir de las actividades matemáticas propuestas, obteniendo consecuencias de cómo llevan a cabo el proceso de abstracción asociado al desarrollo de los signos matemáticos utilizados cuando presentan el concepto de potencia.

### 4.1. Fenomenología del concepto de potencia

En los proyectos editoriales analizados se propone el *uso de ejemplos,* procesos de *simbolización, manipulación de signos* y *aplicación a tareas simples* como dominios de actividad matemática en los tres estadios del proceso de abstracción del concepto de potencia: significado del concepto (estadio semiótico), obtención de propiedades (estadio estructural) y generalización del concepto (estadio autónomo).

El dominio *particularización* falta en las editoriales B y C en el estadio estructural. Aunque en todos los textos se promueve la formación (estadio semiótico) y generalización del concepto (estadio autónomo) a partir del estudio de casos particulares, sólo en dos proyectos (A, D) se estudia el concepto o sus propiedades en un contexto particular (dominio *particularización*). Este hecho indica que en estos proyectos curriculares, se promueve la comprensión del concepto en dos direcciones, de lo particular a lo general y de lo general a lo particular. Los textos de estas editoriales reflejan las conexiones matemáticas necesarias para los estudiantes, conexiones que no son explícitas en las otras dos propuestas curriculares, mostrando diferentes características de los textos analizados.

Por otra parte, el dominio *resolución de problemas* tiene muy poca presencia en los proyectos editoriales analizados, utilizándose de forma puntual y aislada. El dominio de actividad matemática *formulación de problemas* únicamente se ha identificado en textos de uno de los proyectos editoriales analizados en relación con el estadio estructural, en concreto, como práctica de potencias de exponente entero. Posteriormente ampliaremos las consecuencias de estos resultados.

Tabla 2
**Relaciones entre dominios y estadios.**

| ESTADIOS / DOMINIOS DE ACTIVIDAD MATEMÁTICA | ESTADIO SEMIÓTICO | ESTADIO ESTRUCTURAL | ESTADIO AUTÓNOMO |
|---|---|---|---|
| Uso de ejemplos | A – B – C – D | A – B – C – D | A – B – C – D |
| Simbolización | A – B – C – D | A – B – C – D | A – B – C – D |
| Manipulación de signos | A – B – C – D | A – B – C – D | A – B – C – D |
| Particularización | A – B – C – D | A – D | A – B – C – D |
| Aplicación a tareas simples | A – B – C – D | A – B – C – D | A – B – C – D |
| Resolución de problemas | A – B – D | C – D | A – D |
| Formulación de problemas | | C | |
| Introducción de la definición local | A – B – C – D | | |
| Análisis de objetos matemáticos | | A – B – C – D | A – B – C – D |
| Justificación de propiedades locales | | A | |
| Uso de modelos matemáticos | A – D | | |
| Abstracción de propiedades locales | | A – B – C – D | A – B – C – D |
| Formalización de la definición | | | A – B – C – D |

### 4.2. Caracterización de los estadios

Los distintos estadios de desarrollo del concepto de potencia puestos de manifiesto en los libros de texto analizados han sido caracterizados utilizando los dominios de actividad matemática. Nos centramos ahora en el estudio de los dominios de actividad matemática identificados en relación con algún estadio en particular y, por ello, estos dominios caracterizan al estadio correspondiente. También hacemos hincapié en aquellos dominios que se refieren a determinadas características del concepto relativas a un estadio concreto y que no se han identificado en los textos analizados.

***A. Estadio semiótico***

En primer lugar, caracterizamos el sistema de signos utilizado para dotar de significado la definición del concepto de potencia en los proyectos editoriales analizados. Todos ellos basan la introducción del concepto de potencia en el establecimiento de conexiones con objetos matemáticos ya conocidos dados en conjuntos numéricos concretos que varían en función del curso al que se dirige la propuesta. El dominio de actividad matemática *introducción de la definición local* caracteriza al estadio semiótico y no proporciona herramientas útiles para trabajar los otros dos estadios de desarrollo de los signos. Con ayuda del lenguaje natural y de la aplicación de las propiedades del producto de números naturales, enteros o racionales, los libros de texto utilizan la relación entre el producto y la potencia para dar significado al exponente. De hecho, el signo del producto permite establecer la relación entre el signo de la potencia y otros signos ya conocidos, y pone de manifiesto, además, el carácter sintetizador del exponente. La idea de potencia denotada por $a^n$ se relaciona con la idea de producto del mismo factor, como muestran los ejemplos del cuadro 2.

El *uso de modelos matemáticos* se ha identificado en dos de los proyectos analizados en relación con el estadio semiótico para dar significado al concepto. Se utilizan modelos geométricos con el fin de presentar la definición de potencia, relacionando el cuadrado y el cubo de un número natural con el área del cuadrado o el volumen del cubo, respectivamente.

***B. Estadio estructural***

En el desarrollo de la abstracción de la idea de potencia, el estadio estructural se caracteriza por el hecho de que el nuevo sistema de representación introducido ($a^n$) empieza a organizarse incorporando significados al nuevo sistema de símbolos. Este proceso de estructuración del nuevo sistema de símbolos obligará a veces a observar regularidades y patrones para ampliar significados. Sin embargo, no hemos identificado, en los textos, el uso del estudio de regularidades o comportamientos patrones para dar la definición de potencia de exponente entero. Estos hechos favorecerían la conexión entre la potencia de exponente natural y la potencia de exponente entero evitando la ruptura de significado que se produce en muchos casos y las dificultades y obstáculos que esto conlleva, sobre todo en el caso del exponente cero o entero negativo.

Para el desarrollo de la potencia en este estadio, los textos no han empleado siempre los mismos dominios de actividad. Los cuatro proyectos editoriales para estructurar el sistema de símbolos de la potencia usan ejemplos, simbolizan, manipulan los símbolos, particularizan, aplican a tareas simples, aplican la definición a casos particulares para extraer reglas generales (análisis de objetos matemáticos) y amplían el significado de la potencia a exponente entero generalizando propiedades desde otros conjuntos numéricos (abstracción de propiedades locales).

La justificación de propiedades y la definición de casos problemáticos se lleva a cabo mediante el *análisis de determinados objetos matemáticos* ($a^{-2}$ , $3^0$, $5^{-3}$) con el fin de generalizar los razonamientos a partir de casos específicos. En los razonamientos utilizados se *abstraen propiedades locales* sin resaltar, en ningún momento, que se extrapolan propiedades de un conjunto numérico conocido a otro en el que la potencia no está definida. De los resultados obtenidos con estos razonamientos se deducen conclusiones y reglas generales de aplicación. Esta manera de argumentar se puede apreciar en el ejemplo 6, donde se analiza el objeto $a^{-2}$. En la descripción realizada por el texto se *abstrae la propiedad* del cociente de potencias con la misma base y exponente natural de su dominio numérico de referencia, puesto que no se tiene en cuenta que el resultado es una potencia de exponente entero negativo. Además, el resultado obtenido se utiliza como justificación de una regla general de uso para la potencia de exponente entero negativo.

**Cuadro 2**
**Ejemplos de *introducción de la definición local*, estadio semiótico.**

| | |
|---|---|
| **Potencias de exponente natural**<br><br>Recordemos, con unos ejemplos, la potencia de un número real con exponente natural:<br><br>$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$ $(2/5)^3 = 2/5 \cdot 2/5 \cdot 2/5 = 8/125$<br>$a^6 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$<br><br>Ejemplo 4 (Ed. A, 1º ESO) | Una **potencia** es una forma abreviada de expresar un producto de factores iguales:<br><br>$a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$<br><br>El factor repetido se llama **base**, y el número de veces que se repite, **exponente**.<br><br>Ejemplo 5 (Ed. B, 1º ESO) |

Cuadro 3
**Análisis de objetos matemáticos.**
**Abstracción de propiedades locales, estadio estructural.**

Para la definición de las potencias de exponente negativo se utiliza la siguiente propiedad:

El cociente de potencias de la misma base es otra potencia que tiene la misma base y por exponente, la diferencia de los exponentes.

Cuando el grado del numerador es menor que el del denominador, al aplicar esta propiedad, se tiene:

$$\frac{a^3}{a^5} = a^{3-5} = a^{-2}$$

En el mismo cociente, utilizando las reglas de simplificación de fraciones:

$$\frac{a^3}{a^5} = \frac{a \cdot a \cdot a}{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a} = \frac{1}{a^2}$$

Ambos resultados han de ser iguales, luego debe ser:

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

Ejemplo 6 (Ed. D, 3º ESO)

De esta manera, estos dos dominios de actividad junto con los que determinan la fenomenología del concepto, los seis dominios comunes en los proyectos editoriales analizados, constituyen el núcleo de la actividad matemática que se propone a los alumnos para desarrollar el estadio estructural del nuevo sistema de representación introducido en los libros de texto de matemáticas.

Algunos proyectos editoriales complementan las actividades anteriores con otros dominios de actividad. Así, los proyectos C y D proponen tareas de resolución de problemas y sólo la propuesta C incluye actividades en las que se tienen que formular problemas. El dominio de actividad matemática de particularización se ha visto reflejado en los proyectos A y D, en los que se trata la propiedad del producto de potencias de la misma base para el caso de dos y tres factores. El proyecto A introduce también la justificación de propiedades locales. Este proyecto curricular muestra indicios de un tratamiento algo diferenciado del concepto de potencia. Observamos que, cuando se organiza el concepto de potencia, sólo algunas propiedades de la potencia de exponente natural mantienen las propiedades del producto sin necesidad de poner restricciones y en ese caso se pueden justificar de forma local.

Ahora bien, en los casos en los que se requiere el uso de restricciones (potencias de exponente entero negativo o cero), observamos que los proyectos analizados se limitan al análisis de determinados objetos matemáticos que examinan de forma local para asimilar la estructura global de la potencia, en lugar de dotarlos de significado mediante el estudio de regularidades y comportamientos patrones.

### *C. Estadio autónomo*

En el estadio autónomo, la evolución del sistema de representación introducido para la noción de potencia ( $x^y$ ) permite que el uso de los signos que no podían justificarse desde los sistemas de signos de procedencia puedan realizarse de manera independiente. Respecto al sistema de signos utilizado para generalizar el concepto de potencia en los proyectos curriculares analizados, observamos que todos proporcionan la definición del concepto de potencia para el caso del exponente racional explicitando la introducción de un signo nuevo, el radical. La potencia de exponente racional actúa con significado propio y de forma independiente al sistema de signos asociado a la potencia. Por ello, el dominio de actividad matemática *formalización de la definición* caracteriza al estadio autónomo.

Cuadro 4
**Formalización de la definición, estadio autónomo.**

Una potencia fraccionaria es igual a un radical que tiene por índice el denominador de la fracción, y por radicando, la base elevada al numerador.

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$$

Ejemplo 8 (Ed. D, 4º ESO)

Ejemplo 7 (Ed. A, 4º ESO)

El otro dominio que habíamos vinculado *a priori* con el estadio autónomo, *abstracción de propiedades locales,* no se ha mostrado como característico de este estadio, ya que se utiliza de la misma manera en el estadio estructural. Mediante argumentos semejantes a los empleados para tratar las propiedades de la potencia, se relacionan la potencia y el radical. Se *analizan* determinados *objetos matemáticos* (por ejemplo: $3^{1/2}$, $5^{1/3}$) y se aplican propiedades de la potencia fuera del contexto numérico de referencia para probar la equivalencia entre la potencia de exponente racional y el radical. La única diferencia que observamos entre los argumentos utilizados en uno u otro estadio radica en los objetos matemáticos analizados y la finalidad de los argumentos. En el estadio estructural se pretende dar una justificación de las propiedades de la potencia (ejemplo 6) y, en el estadio autónomo, se intenta razonar la relación entre potencia y radical (ejemplo 3).

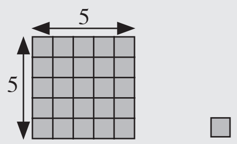
### 4.3. Consecuencias para el significado de potencia

Los proyectos analizados hacen uso de distintos dominios de actividad matemática para organizar el significado del concepto de potencia favoreciendo la introducción de unos determinados aspectos de dicho concepto.

Todos los textos incluyen definiciones numéricas locales para introducir el significado de la potencia. Basándose en el estudio de casos particulares, presentan numerosos ejemplos, tanto en contexto real como numérico, potenciando un significado parcial del concepto y, por tanto, una visión intuitiva del mismo. Los proyectos analizados no proporcionan la definición del concepto de forma explícita; se acepta indirectamente, ante la evidencia de lo que representan los diversos ejemplos y aplicaciones del concepto, que los estudiantes deben hacer el trabajo de integrar todas las particularidades en una estructura global. Este conocimiento, de naturaleza intuitiva, se percibe con más fuerza en los casos en los que se utilizan modelos geométricos, por ejemplo, en el estudio del cuadrado y del cubo de un número natural.

Cuadro 5

**Uso de modelos matemáticos, estadio semiótico.**




lado → 5
superficie → $5^2 = 25$

Geométricamente, la potencia $a^2$ expresa el número de cuadrados unitarios que caben en un cuadrado de lado $a$. Es decir, expresa la superficie:

lado → $a$
superficie → $a^2$

Ejemplo 9 (Ed. B, 1º ESO)

No obstante, la intuición también es una herramienta básica en los argumentos usados para organizar las propiedades y generalizar el concepto. Las propiedades se organizan de forma local, mediante el estudio de determinados objetos matemáticos y se generalizan los resultados obtenidos en casos concretos, considerando estos argumentos como demostraciones de dichas propiedades. Cobo y Batanero (2004) observan argumentos análogos en el estudio de la idea de la media en los libros de texto de secundaria y señalan, como posible causa para su uso, la edad de los estudiantes a los que se dirigen los textos, indicando que de esta manera encuentran menor dificultad que si se argumentara con mayor grado de abstracción. El principal problema de este enfoque intuitivo es que, si se utiliza de forma generalizada, se puede adquirir como un modo de argumentación matemáticamente correcto y ser causa de posteriores dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. El mismo trabajo de Cobo y Batanero (2004) corrobora este hecho.

En el caso de la potencia se corre, además, el riesgo de proporcionar una visión sesgada del concepto, puesto que se evitan casos problemáticos de especial importancia. El análisis del exponente cero o entero negativo a partir de la propiedad del cociente de la potencia origina, en los estudiantes, hábitos de trabajo basados en suposiciones y rutinas, ya que se obvia su campo de definición (potencia de exponente natural) y la limitación existente en la aplicación de esta propiedad. Además, merma la posibilidad de profundizar en el significado de dichas potencias originando una de las dificultades más frecuentes en el estudio del concepto de potencia, la ruptura de significado entre potencia de exponente natural y potencia de exponente entero.

En general, la potencia de exponente racional se dota de significado, también mediante argumentos intuitivos. Se utilizan las propiedades de la potencia de exponente natural (producto de potencias de la misma base y potencia de una potencia) para el estudio de casos concretos y los resultados obtenidos se utilizan como reglas generales de uso. Aunque se pone de manifiesto la introducción de un nuevo signo y la relación entre el radical y la potencia, no se subraya, en ningún caso, la independencia de ambos signos. Sólo en un caso, y también de forma intuitiva, se manifiesta este hecho (ejemplo 7).

Pero en la aproximación de un estudiante al significado de los conceptos juegan un papel muy importante las tareas que se le propongan con el fin de afianzar las destrezas asociadas al concepto y de generar una reflexión sobre el mismo. En los textos analizados, una ausencia importante para la estructuración del concepto de potencia es, por tanto, la referida a la resolución (en algunos libros) y a la formulación (prácticamente en todos los textos) de situaciones problemáticas relacionadas con este concepto. Este hecho merma la posibilidad de que los estudiantes profundicen en el significado del concepto y en la resolución de situaciones problemáticas que favorecerían la reflexión y permitirían desarrollar estrategias más elaboradas relacionadas con las propiedades de la potencia.

En general, la actividad matemática demandada en las tareas propuestas se limita al uso de las explicaciones o reglas dadas en la misma página o bien a aplicar repetidamente argumentos ya conocidos. Las tareas que exigen mayor grado de reflexión se incluyen de forma puntual. Este hecho parece ser recurrente en los textos de secundaria. González y Sierra (2004) observan, cuando analizan el tratamiento dado a los puntos críticos de una función en los textos de secundaria, que la mayoría de problemas son numéricos y destacan la escasez de problemas más generales que favorezcan la reflexión sobre el concepto tratado. Señalan que el tipo de actividad que se pide al alumno se basa en la aplicación rutinaria de reglas o ejercicios tipo que en esta investigación hemos denominado tareas simples.

El componente básico de las matemáticas que Fischbein (1994) denomina componente algorítmico de la actividad matemática y que debería constituir un núcleo fundamental del conocimiento al que se deberían referir los libros de texto, prácticamente no se desarrolla en los textos analizados. Las destrezas asociadas al estudio y análisis de los algoritmos que están relacionadas con la potencia sólo se muestran como una serie de tareas mecánicas que lejos de favorecer la reflexión sobre el concepto de potencia proporcionan una visión sesgada del mismo (Lithner, 2004).

### 4.4. Consecuencias para el razonamiento matemático

Del análisis, tanto de los dominios de actividad matemática que determinan aspectos fenomenológicos del concepto como de los propios de cada estadio, se deduce que el tipo de conocimiento que favorecen los libros de texto es de tipo intuitivo pues se dan las condiciones que, según Fischbein (1987, 1994), caracterizan esta forma de conocimiento: el concepto se presenta como evidente por sí mismo, se introduce una gran cantidad de representaciones simbólicas como recursos intuitivos y las tareas se basan en razonamientos sencillos. Es decir, se tiende a conservar mecanismos y propiedades que garanticen la continuidad, la productividad, la eficiencia de cualquier conocimiento ya aprendido. Según Fischbein, esto puede ser suficiente para generar una convicción real, pero no es suficiente para garantizar el auténtico proceso de razonamiento, puesto que un aprendizaje activo implica una sucesión de toma de decisiones. Los estudiantes, basándose en sus conocimientos previos, tienden a seleccionar y a mantener proposiciones que parecen ser intrínsecamente creíbles más que proposiciones de tipo formal que requieren otros soportes extrínsecos.

El tipo de razonamiento matemático que promueven los textos analizados a partir de los dominios que implican resolver este tipo de tareas matemáticas se puede caracterizar de razonamiento superficial (Lithner, 2004). Dicho autor identifica esta forma de razonamiento también en las actividades que se plantean en los libros de cálculo a estudiantes universitarios. Para resolver las tareas propuestas basta aplicar «razonamientos algorítmicos repetidamente» y usar «razonamientos basados en experiencias previas». En los textos de matemáticas de educación secundaria analizados no encontramos caso alguno en el que se pida al estudiante una argumentación sobre las estrategias utilizadas en la resolución de las tareas propuestas o una transferencia del conocimiento tratado en situaciones concretas a otros contextos. Y se da una carencia de situaciones y tareas que posibilitan el desarrollo de estrategias elaboradas relacionadas con el concepto de potencia, como las que se derivan de la resolución de problemas en contextos reales y del planteamiento de situaciones problemáticas relacionadas con el concepto de potencia.

## 5. CONCLUSIONES

El objetivo de esta investigación fue poner de manifiesto la existencia de una relación entre los dominios de actividad matemática y los estadios de desarrollo de los signos que han permitido caracterizar la forma en la que los libros de texto de educación secundaria obligatoria llevan a cabo el proceso de simbolización asociado al concepto de potencia. La actividad matemática inferida de los resultados obtenidos destaca la importancia de los distintos sistemas de signos usados en los textos, así como de las operaciones y conversiones entre ellos tanto para introducir el concepto de potencia como para organizarlo o generalizar su significado. Las situaciones y contextos en los que se presenta el concepto estudiado favorecen la comprensión de sus características y propiedades, facilitando además la relación con otros conceptos matemáticos aunque, rara vez, se exige una verdadera reflexión acerca del concepto de potencia o de las propiedades que se están manejando.

Los libros de texto adoptan, mayoritariamente, estrategias de razonamiento intuitivo que se aceptan de forma evidente ante el análisis de objetos matemáticos concretos. Este tipo de argumentos da confianza a los estudiantes en el uso de determinados algoritmos pero puede convertirse en obstáculo al romper la dualidad entre significado y procesos asociados al concepto.

La práctica totalidad de las tareas propuestas se pueden resolver de forma casi rutinaria a partir de los ejemplos y explicaciones dadas en los textos. Este hecho muestra la carencia de situaciones que requieran un cierto grado de reflexión acerca de las estrategias que se deberían utilizar y puede provocar una ruptura entre el significado y los procesos relativos al concepto de potencia, dejando incompleto el proceso de simbolización asociado a dicho concepto.

La discusión de los datos obtenidos ha puesto de manifiesto que, en los libros de texto analizados, los objetos relativos al concepto de potencia pierden su identidad, su carácter semántico para adquirir un carácter sintáctico, dinámico. Dicho proceso se desarrolla desde una estructura local y no como una estructura global del concepto debido a la actividad matemática que se infiere del tratamiento del concepto de potencia en los libros de texto analizados.

El proceso de desarrollo del sistema de signos del concepto de potencia se inicia con el dominio de la actividad matemática *introducción de la definición* asociado al estadio semiótico y finaliza con el dominio *formalización de conceptos* en el estadio autónomo, para la secuencia de enseñanza observada en todos los proyectos curriculares analizados.

Tabla 3
**Evolución de los dominios de actividad matemática relacionados con la potencia.**

| DOMINIOS DE ACTIVIDAD MATEMÁTICA / ESTADIOS | ESTADIO SEMIÓTICO | ESTADIO ESTRUCTURAL | ESTADIO AUTÓNOMO |
|---|---|---|---|
| Introducción de la definición | A – B – C – D | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| Formalización de la definición | | | A – B – C – D |

A la luz de los resultados obtenidos, el signo de la potencia se relaciona con otros signos ya conocidos mediante actividades matemáticas que facilitan la introducción del concepto y alcanza su generalización mediante la introducción de signos nuevos. De este modo se establece una serie de vínculos entre los diferentes sistemas de signos que permiten estructurar el conocimiento matemático y hacerlo eficiente. El desarrollo operativo de un sistema de signos no es suficiente para lograr determinados objetivos matemáticos. Es necesaria la reintegración activa de esos signos para dotar de significado completo a los conceptos matemáticos asociados.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS


BODÍ, S. D. y VALLS, J. (2002). Análisis del bloque curricular de números en los libros de texto de matemáticas, en Penalva, M.C., Torregrosa, G. y Valls, J. (coords.). *Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales*, pp. 301-312. Murcia: Compobell.

COBO, B. y BATANERO, C. (2004). Significado de la media en los libros de texto de secundaria. *Enseñanza de las Ciencias,* 22(1), pp. 5-18.

DORMOLEN, J. VAN (1987). Textual Analysis, en Christiansen, B., Howson, A.G. y Otte, M. (eds.). *Perspectives on Mathematics Education,* pp. 141-171. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

FISCHBEIN, E. (1987). *Intuition in Science and Mathematics*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

FISCHBEIN, E. (1994). The iteraction between the formal, the algorithmic and the intuitive components in a mathematical activity, en Biehler, R., Scholz, R.W., Strässer, R. y Winkelmann, B. (eds.). *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*, pp. 231-245. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

GARCÍA, M. y LLINARES, S. (1995). El concepto de *función* a través de los textos escolares: reflexión sobre una evolución. *Currículo*, 10-11, pp. 103-115.

GONZÁLEZ, M.T. y SIERRA, M. (2003). El método de investigación histórico en la didáctica del análisis matemático, en Castro, E., Flores, P., Ortega, T., Rico, L. y Vallecillo, A. (eds.). *Investigación en Educación Matemática. VII Simposio de la Sociedad Española de Investigación Matemática*, pp. 109-130. Granada: Universidad de Granada.

GONZÁLEZ, M. T. y SIERRA, M. (2004). Metodología del análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos de la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las Ciencias,* 22(3), pp. 389-408.

HARO, M. J. y TORREGROSA, G. (2002). El análisis de libros de texto como tarea del profesorado de matemáticas, en Penalva, M.C., Torregrosa, G. y Valls, J. (coords.). *Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales*, pp. 357-372. Murcia: Compobell.

HEGEDUS, S., TALL, D. y EISENBERG, T. (2001). Symbolic Cognition in Advanced Mathematics, en Van den Heuvel-Panhuizen, M. (ed.). *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, pp. 1-268. Utrech: Freudenthal Institute.

LITHNER, J. (2004). Mathematical reasoning in calculus textbook exercises. *Journal of Mathematical Behavior,* 23, pp. 405-427.

MAMONA-DOWNS, J. y DOWNS, M. (2002). Advanced Mathematical Thinking with a Special Reference to Reflection on Mathematical Structure, en English, L. (ed.). *Handbook of International Research in Mathematics Education*, pp. 165-195. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Asso.

MAMONA-DOWNS, J. y DOWNS, M. (2004). Realization of tecniques in problem solving: the construction of bijections for enumeration tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 56, pp. 235-253.

MARTÍN, C. (2002). Criterios para el análisis de libros de texto desde la perspectiva de la didáctica de la matemática. Aplicación a la estadística y la probabilidad, en Penalva, M.C., Torregrosa, G. y Valls, J. (coords.). *Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales*, pp. 373-386. Murcia: Compobell.

MUSSER, G.L., BURGER, W.F. y PETERSON, B.E. (2003). *Mathematics (for Elementary teachers). A contemporary approach*. Nueva York: John Wiley y Sons, Inc.

ORTIZ, J. (1999). Investigación sobre los libros de texto en didáctica de la matemática. *Publicaciones de la EU del Profesorado de EGB de Mellilla*, 29, pp. 177-191.

REY, C. y PENALVA, M.C. (2002). Análisis del campo afectivo en los libros de texto de matemáticas, en Penalva, M.C., Torregrosa, G. y Valls, J. (coords.). *Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales*, pp. 499-512. Murcia: Compobell.

REY PASTOR, J., PI CALLEJO, P. y TREJO, C.A. (1969). *Análisis matemático* (8a. ed.). Buenos Aires: Kapelusz.

SOCAS, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas, en Rico, L. (coord.). *La educación matemática en la enseñanza secundaria*, pp. 125-154. Barcelona: ICE Universitat de Barcelona - Horsori.

SOCAS, M. (2001). Investigación en didáctica de la matemática vía modelos de competencia. Un estudio en relación con el lenguaje algebraico. Universidad de La Laguna (pendiente de publicación).


[Artículo recibido en mayo de 2005 y aceptado en octubre de 2005]

## ANEXO

## RELACIÓN DE LIBROS DE TEXTO ANALIZADOS

**A**

- Del Río J.; Bueno, F.G.; Díez, V.; Domínguez, M.; Moreda, A.; Sánchez, A. (2002) Matemáticas 1º ESO. Madrid: Editex.
- Del Río J.; Bueno, F.G.; Díez, V.; Domínguez, M.; Moreda, A.; Sánchez, A. (2002) Matemáticas 2º ESO. Madrid: Editex.
- Del Río, J.; Basarrate, A.; Lorenzo J.; Domínguez, M.; Sánchez. A. (2002) Matemáticas 3º ESO. Madrid: Editex.
- Del Río, J.; Basarrate, A.; Domínguez, M.; Lorenzo, J.; Sánchez A.(2003) Matemáticas A, 4º ESO. Madrid: Editex.
- Del Río, J.; Basarrate, A.; Domínguez, M.; Lorenzo, J.; Sánchez A.(2003) Matemáticas B, 4º ESO. Madrid: Editex.
- Del Río J.; Bueno, F.G.; Díez, V.; Domínguez, M.; Moreda, A.; Sánchez, A. (2002) Matemáticas 1º ESO. Guía Didáctica. Madrid: Editex.
- Del Río J.; Bueno, F.G.; Díez, V.; Domínguez, M.; Moreda, A.; Sánchez, A. (2002) Matemáticas 2º ESO. Guía Didáctica. Madrid: Editex.
- Del Río, J.; Basarrate, A.; Lorenzo J.; Domínguez, M.; Sánchez. A. (2002) Matemáticas 3º ESO. Guía Didáctica. Madrid: Editex.
- Del Río, J.; Basarrate, A.; Domínguez, M.; Lorenzo, J.; Sánchez A.(2003) Matemáticas A, 4º ESO. Guía Didáctica. Madrid: Editex.
- Del Río, J.; Basarrate, A.; Domínguez, M.; Lorenzo, J.; Sánchez A.(2003) Matemáticas B, 4º ESO. Guía Didáctica. Madrid: Editex.

**B**

- Colera J.; Gaztelu, I. (2002) Matemáticas 1. Educación Secundaria. Madrid: Anaya.
- Colera J.; Gaztelu, I. (2003) Matemáticas 2. Educación Secundaria. Barcelona: Anaya.
- Colera J.; García, R.; Gaztelu, I.; Oliveira, M.J. (2003) Matemáticas 3. Educación Secundaria. Barcelona: Anaya.
- Colera J.; Gaztelu, I.; Oliveira, M.J. (2003) Matemáticas 4, opción A. Educación Secundaria. Madrid: Anaya.
- Colera J.; Gaztelu, I.; Oliveira, M.J. (2003) Matemáticas 4, opción B. Educación Secundaria. Barcelona: Anaya.
- Colera J.; Gaztelu, I. (2002) Matemáticas 1, Propuesta Didáctica. Educación Secundaria. Madrid: Anaya.
- Colera J.; Gaztelu, I. (2003) Matemáticas 2, Propuesta Didáctica. Educación Secundaria. Barcelona: Anaya.
- Colera J.; García, R.; Gaztelu, I.; Oliveira, M.J. (2003) Matemáticas 3, Propuesta Didáctica. Educación Secundaria. Barcelona: Anaya.
- Colera J.; Gaztelu, I.; Oliveira, M.J. (2003) Matemáticas 4, opción A, Propuesta Didáctica. Educación Secundaria. Madrid: Anaya.
- Colera J.; Gaztelu, I.; Oliveira, M.J. (2003) Matemáticas 4, opción B, Propuesta Didáctica. Educación Secundaria. Barcelona: Anaya.

**C**

- González, C.; Martínez, R.A.; Ocaña, A.J.; González L. (2002) Matemáticas 1er curso de Educación Secundaria Obligatoria. Madrid: Mc Graw-Hill.
- González, C.; González L.; Martínez, R.A.; Ocaña, A.J. (2003) Matemáticas 2º curso de Educación Secundaria Obligatoria. Madrid: Mc Graw-Hill.
- González, C.; Martínez, R.A.; Ocaña, A.J.; González L. (2002) Matemáticas 3er curso de Educación Secundaria Obligatoria. Madrid: Mc Graw-Hill.
- González, C.; Martínez, R.A.; Ocaña, A.J.(2003) Matemáticas 4º curso, opción A, de Educación Secundaria Obligatoria. Madrid: Mc Graw-Hill.
- González, C.; Martínez, R.A.; Ocaña, A.J.(2003) Matemáticas 4º curso, opción B, de Educación Secundaria Obligatoria.. Madrid: Mc Graw-Hill.

**D**

- Vizmanos, J. R.; Anzola, M.; Peralta, J.; Bargueño, J. (2002) Gauss Matemáticas 1 Secundaria. Madrid: Ediciones SM.
- Vizmanos, J. R.; Anzola, M.; Peralta, J.; Bargueño, J. (2002) Gauss Matemáticas 2 Secundaria. Madrid: Ediciones SM.
- Vizmanos, J. R.; Anzola, M.; Peralta, J.; Alcaide F. (2002) Gauss Matemáticas 3 Secundaria. Madrid: Ediciones SM.
- Vizmanos, J. R.; Anzola, M.; Peralta, J.; Alcaide, F. (2003) Gauss Matemáticas 4, opción A, Secundaria. Madrid: Ediciones SM.
- Vizmanos, J. R.; Anzola, M.; Peralta, J.; Alcaide, F. (2003) Gauss Matemáticas 4, opción B, Secundaria. Madrid: Ediciones SM.
- Vizmanos, J. R.; Anzola, M.; Peralta, J.; Bargueño, J. (2002) Gauss Matemáticas 1 Secundaria. Recursos Didácticos. Madrid: Ediciones SM.
- Vizmanos, J. R.; Anzola, M.; Peralta, J.; Bargueño, J. (2002) Gauss Matemáticas 2 Secundaria. Recursos Didácticos. Madrid: Ediciones SM.
- Vizmanos, J. R.; Anzola, M.; Peralta, J.; Alcaide F. (2002) Gauss Matemáticas 3 Secundaria. Recursos Didácticos. Madrid: Ediciones SM.
- Vizmanos, J. R.; Anzola, M.; Peralta, J.; Alcaide, F. (2003) Gauss Matemáticas 4, opción A, Secundaria. Recursos Didácticos. Madrid: Ediciones SM.
- Vizmanos, J. R.; Anzola, M.; Peralta, J.; Alcaide, F. (2003) Gauss Matemáticas 4, opción B, Secundaria. Recursos Didácticos. Madrid: Ediciones SM.