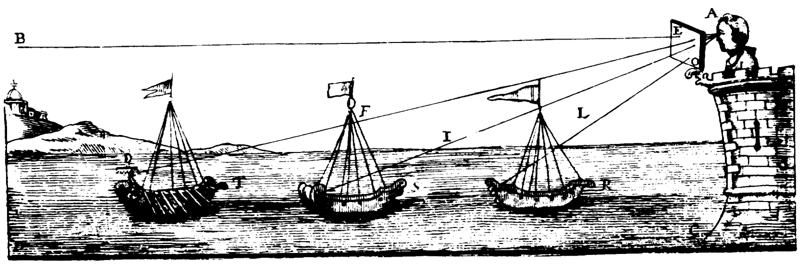
INVESTIGACIÓN DIDÁCTICA



ESTUDIO DE FENÓMENOS DIDÁCTICOS VINCULADOS A LA ENSEÑANZA DE LA ARITMÉTICA EN LA EDUCACIÓN BÁSICA CHILENA

Espinoza, Lorena[1]; Barbé, Joaquín[2] y Gálvez, Grecia[2]

[1] Departamento de Matemáticas. Universidad de Santiago de Chile
[2] Grupo Félix Klein. Universidad de Santiago de Chile
lorespinoz@gmail.com
quimbarbe@gmail.com
grecia.galvez@gmail.com

Resumen. La investigación que presentamos estudió el problema de los escasos niveles de logro de aprendizajes en matemática obtenidos por los estudiantes chilenos de Educación Básica. El artículo se centra en el caso de la *aritmética escolar*. Basándonos en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard, 1999), y en la Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 1990), analizamos los *contenidos* y *aprendizajes matemáticos nucleares* de los programas oficiales en el eje de aritmética. Continuamos con la observación y análisis de *procesos de enseñanza aprendizaje* desarrollados en torno a la aritmética, en escuelas de la Región Metropolitana, y finalizamos con el análisis de restricciones *institucionales* que las escuelas imponen al desarrollo de dichos procesos. Identificamos el *fenómeno* de *la inhibición progresiva de determinadas capacidades matemáticas de los alumnos a lo largo de la educación básica*. Los alumnos no sólo dejan de aprender, en el momento curricular oportuno, cuestiones matemáticas importantes, sino que además se produce un estancamiento, especialmente a lo largo del 2° ciclo básico, en el desarrollo de sus capacidades matemáticas.

Palabras clave. Educación Básica, logros de aprendizaje en matemática, aritmética escolar, progreso de los aprendizajes en matemática.

A study of didactics phenomena related to arithmetic teaching in Chilean primary school

Summary. The research presented here analyzes the topic of the low levels attained in mathematics by most Chilean students at the end of elementary school. The article focuses on the case of *School Arithmetic*. Using the Anthropological Theory of Didactics (Chevallard, 1999) and the Theory of Didactic Situations (Brousseau, 1990), the investigation began with the *nuclear mathematical learning and contents* of the current official elementary school programs in mathematics. Then, it continued with the observation and analysis of *teaching-learning processes* developed for arithmetics in elementary schools in the Metropolitan Region and ended with the analysis of the *institutional* restrictions imposed by schools for the development of those processes. We identified the *phenomenon* of the *progressive inhibition of some mathematical abilities of students through elementary school.* The students not only stop learning vital mathematical subjects for their academic and cognitive development at a timely curricular moment, but also a progressive stagnation in their development abilities is caused, especially during the second basic cycle.

Keywords. Elementary education, achievements in mathematics learning, school arithmetic, progress in mathematics learning.

1. INTRODUCCIÓN

Desde comienzos de la década pasada se han desarrollado distintas iniciativas en el ámbito educativo chileno, con el propósito de potenciar el sistema de enseñanza y de esta forma lograr un mejoramiento sustantivo del aprendizaje de los estudiantes. En ese contexto, un hito fundamental lo ha constituido la Reforma Educativa que, además de incidir sobre las condiciones laborales de los docentes y sobre las condiciones de aprendizaje de los alumnos, ha generado importantes cambios en el currículo en todos los sectores de aprendizaje (OCDE, 2004).

La implementación de la Reforma Educativa ha estado acompañada de un conjunto de acciones impulsadas desde el Ministerio de Educación, orientadas a apoyar específicamente la tarea docente. Sin embargo, pese a los esfuerzos realizados hasta la fecha, no se ha logrado consolidar los cambios propuestos en las formas de enseñar y de aprender. Se ha observado la incorporación de formas de trabajo motivadoras y activas, pero sin un claro foco en el aprendizaje (OCDE, 2004). Los últimos resultados de las pruebas nacionales de medición de la calidad de la educación, SIMCE[1], muestran que el progreso académico de los estudiantes en el subsector de matemáticas no ha sido generalizado (Informe Nacional de Resultados SIMCE 2007). Los niveles de aprendizaje que logran la mayoría de los alumnos son todavía muy bajos, tanto en comparación con el currículo como en relación con los estándares internacionales (TIMSS-MINEDUC, 2004; PISA-MINEDUC, 2004). Los informes nacionales e internacionales concluyen que pocos alumnos chilenos demuestran haber alcanzado conocimientos y habilidades matemáticas en un nivel adecuado. TIMSS 2004 señala que más de un 50% de los alumnos de 8° año (13-14 años) que fueron evaluados, no consigue rendir lo mínimo descrito en esta prueba. El informe PISA 2000, por su parte, detectó que el puntaje promedio de los estudiantes chilenos está asociado al nivel de tareas más básicas de matemáticas de esta prueba. Asimismo, al considerar el tipo de dependencia de los establecimientos y el nivel socioeconómico de su población escolar, se observa que los resultados siguen siendo muy desiguales para niños de familias de menores recursos económicos y sociales.

La Reforma Educativa de los años 60, con el fin de extender dos años la enseñanza obligatoria, incorporó a la enseñanza básica los dos primeros años del nivel medio. De este modo, el sistema quedó organizado en ocho años de educación básica (obligatoria) y cuatro años de educación media. A partir de este período se inició un incremento explosivo de la cobertura, particularmente en el nivel básico, lo que dio lugar a un proceso de formación acelerada de nuevos profesores para dicho nivel. En ningún momento se instauró una regulación clara de la formación que capacitaría al profesor de básica para impartir su actividad docente a lo largo de ocho años de escolaridad. En algunas universidades se creó la Mención en Matemáticas para profesores de Educación Básica, pero ésta no llegó a ser un requisito universal para ejercer la docencia en los cursos superiores de dicho nivel.

La enseñanza básica ha estado organizada en dos grandes ciclos. El primer ciclo, en el que se tratan contenidos básicos con un enfoque que tiende a ser globalizado, comprende los primeros cuatro años de escolaridad. Los cursos de 5° a 8° año integran el segundo ciclo, en el que los aprendizajes se encuentran organizados por subsectores. Los profesores de 1° a 4° básico trabajaban con un solo grupo curso, a cargo de casi todos los subsectores, mientras que los profesores de 5° a 8° suelen especializarse a través de la práctica en un subsector determinado, impartiendo una o dos materias en los distintos cursos.

Pese a la escasa diferenciación en cuanto a la formación de los docentes que ejercen en ambos ciclos, en el ámbito de la producción del currículo vigente, las diferencias son notables. Tanto el actual marco curricular como los planes y programas de ambos ciclos fueron elaborados por distintos equipos de profesionales, sin que se establecieran medidas explícitas que garantizaran una continuidad entre ellos.

Considerando los distintos antecedentes señalados, no es de extrañar que aparezca cierto grado de desarticulación entre ambos ciclos. Pero, más allá de existir quiebres o rupturas, lo que se presume es un débil incremento de los niveles de aprendizaje alcanzados por los alumnos en los distintos cursos de 2° ciclo de Educación Básica, con respecto a los adquiridos en el 1er ciclo. Así, el problema que esta investigación abordó fue *el escaso nivel de aprendizaje matemático que logran los estudiantes de Enseñanza Básica*, problema que si bien se inicia en 1er ciclo, se ve agravado en 2° ciclo.

Nuestra investigación tuvo como propósito, específicamente, identificar y caracterizar factores de la Educación Básica chilena, en el ámbito de la educación matemática, que obstaculizan el progreso en el estudio de las matemáticas en el 2° ciclo, y que dificultan que los estudiantes alcancen los niveles de logro de aprendizaje que los actuales programas proponen.

El marco teórico utilizado se constituye a partir de las nociones fundamentales de la *Teoría Antropológica de lo Didáctico* (Chevallard, 1999) y de la *Teoría de Situaciones* (Brousseau, 1990).

De esta forma, postulamos la existencia de factores de naturaleza *curricular*, referidos a los conocimientos matemáticos que según el marco curricular y los programas se deben estudiar en estos ciclos: de naturaleza *fáctica*, en cuanto a las prácticas docentes y a las exigencias hechas a los alumnos; y de origen *institucional*, en cuanto a las formas de organización general de la enseñanza en cada ciclo.

Por cuestiones de espacio, en este artículo presentamos los resultados de la investigación referidos al ámbito de la *aritmética escolar*, dejando para otra ocasión los relacionados con geometría y tratamiento de la información.

2. METODOLOGÍA

La metodología de investigación se enmarca dentro de la corriente de la antropología cognitiva (Sensevy, 1999). Se trata de una investigación de corte cualitativo, basada en el estudio clínico de los sistemas didácticos (Leutenegger, 2000), y que utiliza técnicas etnográficas.

El problema es abordado desde tres dimensiones: curricular, fáctica e institucional. El análisis del material curricular se realizó tomando como referencia los ejes temáticos de ambos ciclos. Dicho material fue segmentado en unidades temáticas que fueron analizadas en términos de organizaciones matemáticas (OM). El grado de coherencia de cada OM se determinó analizando en qué medida los elementos tecnológicos y teóricos explican y justifican las tareas y técnicas de la organización. El grado de completitud de cada OM se determinó en función de la presencia o ausencia de los cuatro tipos de elementos que componen una OM, y el grado de articulación entre OM, estableciendo los elementos que comparten, y la relación entre ellos. Basándose en las inconsistencias detectadas, se anticiparon conflictos que podrían aparecer en la dimensión fáctica, que fueron contrastados al estudiar dicha dimensión.

Para el análisis de la dimensión fáctica se observaron y analizaron procesos de enseñanza-aprendizaje matemático tal y como son vividos en torno a determinadas OM. El material analizado se obtuvo fundamentalmente mediante observaciones de campo, entrevistas y cuestionarios. La codificación de dicho material se realizó a partir de unas categorías generales preestablecidas, provenientes de la teoría antropológica. El análisis del material, una vez codificado, se realizó usando técnicas etnográficas. Tanto las categorías utilizadas, como la metodología y los instrumentos utilizados para el análisis fueron similares a los utilizados en investigaciones anteriores (Bosch et al., 2004, 2005a, 2005b, Barbé et al., 2005). Se escogieron establecimientos municipalizados y particulares subvencionados con el fin de considerar la influencia de restricciones institucionales correspondientes a estos dos tipos de dependencia administrativa. En cada uno de los cursos se seleccionaron tres unidades temáticas para ser observadas de acuerdo a criterios emanados del análisis curricular. En total se observaron 18 procesos completos. Las observaciones realizadas fueron respaldadas por grabaciones en vídeo de las clases. Se recogió como información complementaria el texto utilizado, cuadernos de alumnos, apuntes del profesor, instrumentos de evaluación de la unidad y las hojas de respuesta de algunos alumnos, prueba diagnóstico y guías de trabajo dadas por el profesor.

Sobre la base de la información recogida se logró una descripción detallada de cada proceso que daba cuenta tanto del contenido matemático tratado como de la forma en que se construyó. A partir de estas descripciones, y de las dimensiones que describen el saber del profesor, se construyeron los protocolos entrevistas al profesor. Una vez aplicadas las entrevistas, en las respuestas del profesor, se identificaron cuatro tipos de elementos: tipos de tareas didácticas, técnicas didácticas, tecnología didáctica y teoría didáctica. La descripción obtenida a partir de las entrevistas fue contrastada y complementada con la descripción de la práctica del profesor obtenida a partir de la descripción del proceso.

Sobre la base de la descripción del proceso, se construyó un cuestionario a alumnos que consideró lo que es capaz de hacer una vez terminado el proceso, su relación con el contenido y con la disciplina. Se aplicó el cuestionario y se analizaron las respuestas por medio de porcentajes.

A partir de la descripción del proceso para cada unidad temática, el análisis de la entrevista al profesor y cuestionario a los alumnos, se infirió una descripción del contrato didáctico identificando distintos patrones de interacción.

Para el análisis de la dimensión institucional, se realizaron entrevistas a los directivos de los establecimientos, focus group con todos los profesores de básica de cada establecimiento, y se recogió documentación de carácter reglamentario. El análisis de resultados de estudios cualitativos que describen el sistema educativo chileno sirvieron para triangular la información obtenida y describir los contratos institucionales de 1º y 2º ciclo básico.

Comparando los resultados del análisis de la dimensión curricular, fáctica e institucional en función de las coincidencias y diferencias en las OM, los momentos didácticos, la praxeología del profesor, la praxeología del alumno, el contrato didáctico y el contrato institucional, se realizó una caracterización del estudio de la matemática en cada uno de los ciclos considerados. La comparación entre ambas caracterizaciones permitió, posteriormente, contrastar y verificar las hipótesis del estudio.

3. PRINCIPALES RESULTADOS

A continuación presentamos los principales resultados obtenidos en nuestra investigación en el ámbito específico de la aritmética.

3.1. Contenidos y aprendizajes matemáticos nucleares del eje de aritmética del currículo de la educación básica

En la primera fase de nuestra investigación analizamos el marco curricular, programas de estudio de 1° y 2° ciclo básico y libros de texto distribuidos por el Ministerio de Educación, en relación con los aprendizajes matemáticos nucleares de cada nivel. Se caracterizó la estructura y dinámica de las principales OM que se proponen enseñar en estos cursos, así como las restricciones que imponen cada una de ellas a la actividad matemática que es posible llevar a cabo en las escuelas básicas.

En relación con 1er ciclo básico

Los actuales programas de matemática en el 1er ciclo básico distinguen cuatro ejes temáticos que organizan los contenidos y aprendizajes en una lógica progresiva de construcción. Éstos son: números, operaciones, formas y espacio y resolución de problemas. Este último eje aparece como transversal a los tres ejes restantes y, según documentos oficiales que han difundido dichos programas, ha tenido el propósito de enfatizar la importancia de la resolución de problemas en el estudio de las matemáticas escolares. Sin embargo, pese a esta valiosa intención, esta estructura ha provocado varias distorsiones en el mercado editorial, y también en las salas de clases, tal como detallaremos más adelante en la dimensión fáctica de la investigación.

En cuanto a las OM que se deben enseñar y aprender, en los programas de estudio de 1^er^ ciclo, se detecta una propuesta más coherente y actualizada en términos didácticos y matemáticos que la propuesta de 2º ciclo. En estos programas se entregan elementos precisos para orientar la enseñanza de contenidos matemáticos específicos, abundantes ejemplos y actividades de aprendizaje para proponer a los niños. Las técnicas matemáticas sugeridas se apoyan fuertemente en la intuición y conocimientos culturales de los niños. En términos generales, se puede afirmar que las técnicas matemáticas explicitadas en los programas suelen ser pertinentes para abordar los problemas que se plantean. Además, éstas suelen venir acompañadas de breves orientaciones al docente sobre posibles discursos tecnológicos que permitirían justificarlas. Sin embargo, el programa procura no postular definiciones precisas y utiliza un lenguaje familiar para los niños, al parecer para facilitar la comprensión de las nociones, pero sacrificando cierta rigurosidad matemática.

Las *ideas clave* de estos programas en el ámbito de la aritmética son: *a*) construir los números naturales vinculados fuertemente al sentido de la cantidad que representan, por lo que en un primer momento los números surgen a propósito de la tarea de *contar colecciones*, y posteriormente se inicia el estudio de su respectiva representación a través del sistema de numeración decimal; *b*) construir las operaciones aritméticas de manera integrada y con sentido. De esta forma se construye la adición apoyándose en la sustracción y viceversa, constituyendo ambas operaciones el campo de problemas aditivos, el que integra los problemas que se resuelven utilizando alguna de estas dos operaciones o ambas. De igual forma, la división aparece como la operación que se resuelve apoyándose en la multiplicación, conformando ambas operaciones el campo de problemas multiplicativos; *c*) construir progresivamente los algoritmos convencionales apoyándose en la comprensión de procedimientos de cálculo no convencionales que explicitan las propiedades del sistema de numeración decimal, al mismo tiempo que permiten profundizar en las propiedades de las operaciones; *d*) construir las fracciones como aquellos números que permiten resolver problemas de reparto equitativo en los que la cantidad a repartir es de naturaleza fraccionable y no es múltiplo de la cantidad de participantes del reparto; *e*) el corazón de la actividad matemática que desarrollan los niños es el estudio de problemas, y no sólo la resolución de los mismos.

Sin embargo, estas importantes y valiosas proposiciones no han sido suficientemente incorporadas en los libros de texto, y casi nada en las prácticas docentes habituales.

En relación con el 2° ciclo básico

Los programas de estudio de 2° ciclo básico cambian tanto la forma de organización como las categorías de estructuración utilizadas en los programas de 1^er^ ciclo. Así, se pierde la estructura organizada por ejes utilizada en los programas de 1^er^ ciclo; los aprendizajes esperados no aparecen explícitos en un solo lugar del documento, sino que están entremezclados con los contenidos mínimos, las orientaciones didácticas y las actividades sugeridas. Asimismo, no contienen indicadores de aprendizaje y hay una escasa explicitación del progreso en el estudio matemático en el interior de cada curso y entre cursos.

A lo largo de este ciclo van apareciendo cuatro OM en torno a números: *naturales*, *fracciones positivas*, *decimales positivos* y *números con signo* (que incluye los *enteros*). La OM en torno a los *naturales* incorpora el estudio de la familia de *grandes números* (números mayores que el millón). La construcción de esta nueva familia no se apoya suficientemente en los conocimientos relativos a las familias de números más pequeños estudiados en 1^er^ ciclo. Las técnicas matemáticas sugeridas se apoyan menos en la intuición y conocimientos culturales de los niños, mientras que van apareciendo elementos *tecnológicos* del ámbito de las matemáticas, sobre todo en el caso de las fracciones.

El mayor problema que, a nuestro parecer, existe en los programas de 2° ciclo, específicamente en el eje de números, se presenta en 8° básico. Aparecen aquí abrupta y tardíamente los llamados por el programa «*números con signo*». No queda clara la intención de esta inclusión tardía, al parecer se trata del estudio de los números racionales, aunque se da gran énfasis a los números enteros. Esta estrategia tiene como consecuencia una falta de consolidación del trabajo en este eje, que no permite su integración adecuada dentro de la OM más global de números, que incluya a todos los conjuntos numéricos de manera articulada y con sentido.

En el ámbito del estudio de las operaciones y sus propiedades, aparecen seis OM puntuales, que, en ningún momento de la enseñanza básica se articulan entre sí: adición y sustracción con fracciones; multiplicación y división con fracciones; adición y sustracción con decimales; multiplicación y división con decimales; adición y sustracción con números con signo; multiplicación y división con números con signo. De esa forma, en lugar de progresar hacia la construcción de organizaciones matemáticas más amplias a medida que se avanza en el estudio matemático, lo que sucede es un incremento de organizaciones matemáticas puntuales aisladas entre sí, descontinuando el trabajo realizado en 1^er^ ciclo en esa dirección. Este fenómeno de la inexistencia de OM locales relativamente completas en la enseñanza suele presentarse en otros países, tal y como lo describen Bosch, Fonseca y Gascón (Bosch et al., 2004). Por ejemplo, en 2º ciclo, no reconocen como válidos los algoritmos no convencionales desarrollados en 1^er^ ciclo, utilizando siempre los algoritmos convencionales. Tampoco se proponen actividades que permitan articular cada operación con su inversa, ni los algoritmos convencionales con los estudiados anteriormente.

En términos generales podemos sostener que los programas de 1er ciclo básico son más específicos, estructurados y sistemáticos que los de 2° ciclo. En 2º ciclo se observan unas OM más ricas que las propuestas en 1er ciclo, ya que la componente tecnológica-teórica de éstas incorpora elementos nuevos en relación con las OM de 1er ciclo. Sin embargo, la mayoría de estos elementos están muy poco desarrollados y aparecen implícitos en las actividades, por lo que se prevé que los profesores deberán completarlos, a pesar de las escasas herramientas con que cuentan para realizarlo.

No obstante estas diferencias, las OM de ambos ciclos comparten una característica común, esencial a la hora de su correspondiente enseñanza y aprendizaje. Tanto unas como otras tienen una componente *práctica*, esto es, *tipos de tareas* asociadas a los aprendizajes esperados y *técnicas o procedimientos* para resolverlas, que no provocan la necesidad real de recurrir a un conocimiento matemático nuevo, ya sea adaptando uno antiguo o construyendo uno nuevo. Tampoco los problemas planteados provocan el cuestionamiento sobre cuándo es útil y pertinente utilizar ciertas técnicas y no otras, ni la necesidad de explicar por qué dichas técnicas funcionan o fracasan frente a un determinado problema. En general las actividades permiten «ilustrar» los conocimientos en distintos y variados contextos, pero, tal y como están concebidas, no facilitan que los estudiantes tomen un rol protagónico en el desarrollo de procedimientos que permitan resolver los problemas planteados, y, menos aún, que participen en el desarrollo de argumentaciones que justifiquen dichos procedimientos. Ambos tipos de OM siguen propiciando la forma tradicional de la enseñanza de las matemáticas y, aunque aparecen problemas de ilustración novedosos, la actividad de los niños sigue centrada en la aplicación rutinaria de procedimientos previamente enseñados o «mostrados» por el profesor.

La menor cantidad de orientaciones en los programas de estudio de 2° ciclo ha estimulado una gran diversidad de propuestas didácticas entre los libros de texto, así como entre las estrategias de enseñanza seguidas por los distintos profesores del 2º ciclo observados.

3.2. Análisis de procesos de enseñanza y aprendizaje desarrollados en torno a la aritmética en escuelas básicas de la Región Metropolitana

El análisis de la dimensión *fáctica* contempló la observación de doce procesos en el ámbito de la aritmética y seis en el ámbito de la geometría. En cada uno de los cursos se escogieron tres unidades temáticas presentes en los programas, tal y como muestra la tabla 1, para ser observadas de acuerdo a criterios emanados del análisis curricular.

Las observaciones realizadas fueron respaldadas por grabaciones en vídeo de todas las clases. Se construyeron y aplicaron dos entrevistas a los profesores y un cuestionario a los alumnos. Las OM escogidas para realizar la observación y análisis de los procesos de estudio se muestran en la tabla 2.

Tabla 1

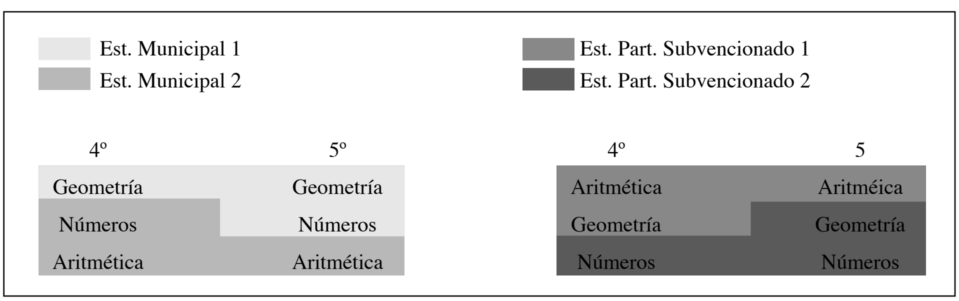


Tabla 2

	4º básico	5º básico
Números	Fracciones	Fracciones
Operaciones	Problemas multiplicativos	Problemas multiplicativos
Geometría	Cuadriláteros	Cuadriláteros

En relación con el 1er ciclo básico
La gestión de los procesos de enseñanza, aprendizaje observados en torno a la aritmética escolar resultó muy poco ambiciosa en términos de tareas matemáticas y objetivos de aprendizaje. Por lo general, no respondía en su totalidad a lo que proponen los actuales programas, ni tampoco los libros de texto. Por ejemplo, en la mayoría de procesos observados en torno al campo de problemas multiplicativos, se redujo drásticamente la cantidad de tareas respecto a la propuesta curricular: de un total de trece tareas identificadas en el programa, los profesores trabajaron sólo cuatro o cinco. Observamos que ninguno de los profesores hizo referencia a los algoritmos no convencionales para el cálculo de las operaciones, sino que trabajaron directamente con los algoritmos convencionales, pese a las reiteradas sugerencias dadas en los programas. En ninguno de los procesos observados se vincularon las distintas operaciones. Se observó un reducido espacio para el estudio y resolución de problemas aditivos y multiplicativos, que aparecieron sólo una vez estudiados los algoritmos convencionales correspondientes. Al centrar el estudio en el uso de los algoritmos apareció una marcada desarticulación entre las operaciones.

De esta forma, detectamos que las OM reconstruidas en los procesos observados reproducen los aspectos esenciales del fenómeno de atomización de la actividad matemática (Barbé et al., 2005). Los números naturales aparecen disociados de las fracciones y de los decimales, y las operaciones desarticuladas entre sí, a pesar de las claras directrices y sugerencias dadas en los programas para gestionar la articulación entre ellas.

En relación con el 2° ciclo básico
Se detectó que, pese a la gran diversidad de estrategias de enseñanza observadas entre los distintos procesos de estudio analizados, existe una macrotécnica didáctica generalizada. En efecto, los profesores de 2º ciclo privilegian el estudio de procedimientos y algoritmos para realizar ejercicios por sobre el estudio de problemas y cuestiones que permitan comprender el sentido y significado de los conocimientos. Las explicaciones dadas por el profesor son las justas para que a los estudiantes les quede lo más claro posible cómo manipular las técnicas de cálculo. Hay casi una total ausencia de elementos teóricos que justifiquen el funcionamiento de las técnicas y que definan con precisión los objetos matemáticos que utilizan. Por lo general, la estrategia de enseñanza consiste en presentar a los alumnos los conocimientos matemáticos, especialmente las técnicas, mostrando con ejemplos cómo se utilizan frente a tipos de problemas bien determinados, para luego dar una lista de ejercicios de práctica referidos a contextos muy cerrados y alejados de las experiencias cotidianas de los niños. Dada la ausencia de tecnología y teoría en clases, las matemáticas son estudiadas en este ciclo como un conjunto de objetos aislados y desarticulados entre sí; los alumnos tienen serias dificultades para determinar qué conocimiento matemático es el que permite resolver un determinado problema, cuando éste es presentado dentro de una gama de problemas de distinto tipo.

Encontramos varias contradicciones entre lo que los profesores declararon en sus entrevistas en relación con la matemática y su enseñanza, y lo que efectivamente gestionaron en sus clases. Por lo general, en la entrevista aludieron a la necesidad de dar mayor énfasis a las habilidades y competencias de los alumnos que a los contenidos propiamente tales, y de asegurar la significación y relevancia de los distintos temas matemáticos del currículo en conexión con la vida de los estudiantes. Se refirieron a la importancia de fomentar en los estudiantes la capacidad para abstraer, experimentar, aprender a aprender, comunicar su trabajo y resultados, trabajar colaborativamente y de resolver problemas.

3.3. Análisis de condiciones y restricciones institucionales que las escuelas imponen para el desarrollo de los procesos de enseñanza matemáticos en aula

En esta parte de la investigación indagamos si existen factores de naturaleza *institucional* que podrían contribuir a explicar el problema en estudio. En cada escuela que participó en la investigación se efectuaron entrevistas a sus directivos, y un *focus group* en el que participaron todos los profesores de básica. Se detectaron normas o patrones que parecían corresponder a restricciones institucionales. Sobre la base de estas restricciones se determinaron los *contratos institucionales* de cada ciclo. Presentamos a continuación una síntesis de los principales resultados obtenidos en esta tercera fase.

Principales similitudes
– En toda la escuela básica, el grado de apropiación del currículo es aún insuficiente. Los profesores han incorporado algunos planteamientos de la reforma a su discurso, pero los planteamientos básicos sobre cómo enseñar la matemática no los han incorporado a su práctica habitual y, en ciertos casos, ni siquiera los conocen. Así, por ejemplo, los profesores en las entrevistas señalaron que es muy importante que los niños exploren; sin embargo este *momento* del estudio fue observado muy ocasionalmente en las clases de primer ciclo y menos aún en las de segundo ciclo; también señalaron que la resolución de problemas es muy importante para la formación matemática de los alumnos, pero en escasas oportunidades tuvo espacio dentro de las salas de clases, etc.

– En ambos ciclos de la básica se observó que la organización institucional de las prácticas de la enseñanza por lo general no considera suficientemente importante la especialización de los profesores para asignarles sus cursos. Por lo general, los criterios predominantes para dicha asignación son más bien de carácter administrativo y financiero.

– Los profesores de ambos niveles tienen la oportunidad de ser autónomos en cuanto a la planificación, ejecución y evaluación de sus clases, puesto que por lo general no existen desde la institución ni directrices ni mecanismos efectivos de supervisión al trabajo docente. Esto, sumado a que los profesores no cuentan con herramientas suficientes para organizar y gestionar su trabajo de forma eficaz, redunda en una práctica muy variada que por lo general no cumple los estándares de calidad señalados en el currículo.

– Todos los profesores manifestaron tener carencias matemáticas importantes en relación con las exigencias curriculares del ciclo en que ejercen. Los escasos instrumentos y medios existentes para apoyar la labor docente en el sistema suelen no ser suficientes para cubrir sus necesidades.

– Los profesores de un ciclo no cuestionan la metodología de enseñanza del otro. Por lo general, tanto los profesores de 1er ciclo como de 2º consideran que sus formas de enseñar las matemáticas son adecuadas para las edades de los niños que tienen a su cargo, y diferentes de las que deben utilizar los profesores del otro ciclo. Por esta razón, ni unos ni otros manifiestan la necesidad de comunicarse entre ciclos, salvo para resolver dudas matemáticas específicas.

– Tanto los profesores de 1er ciclo como los de 2° no saben cómo gestionar auténticos procesos de estudio matemático. No saben qué problemas plantear de tal forma que provoquen a los alumnos la necesidad real de ampliar las herramientas matemáticas que conocen y que, a su vez, permitan que aparezcan diversas técnicas y a partir de ellas los elementos tecnológicos y teóricos correspondientes.

Principales diferencias

– Los profesores de 2º ciclo tienen mayor relación con las matemáticas, y por ello quizá menos temor a enseñarla, que los profesores de 1er ciclo, quienes por lo general se sienten poco competentes matemáticamente. Por esta razón los profesores de 2º ciclo suelen sentirse, a la vez que así son considerados por toda la comunidad escolar, como «los matemáticos de la escuela»; recurren a ellos ante cualquier duda relacionada con las matemáticas. Sin embargo, esta aparente superioridad en términos de conocimientos matemáticos no es suficiente para las demandas curriculares del ciclo. De hecho, los profesores de 2º ciclo no tienen una formación matemática idónea; la diferencia con sus pares de 1º ciclo es que conocen un repertorio más amplio de técnicas y algoritmos, pero de igual forma suelen desconocer los fundamentos teóricos y tecnológicos que están detrás del funcionamiento de los mismos. Por ello, no pueden establecer relaciones entre dichas técnicas, ni tampoco sus dominios de validez.

– A los alumnos del 2º ciclo se les hacen mayores exigencias que a los alumnos del 1er ciclo, pero sólo en términos del manejo más preciso y rápido de las técnicas o algoritmos. Así, mientras que en 1er ciclo se acepta y se valora que los niños usen procedimientos rudimentarios, poco precisos y de escasa eficiencia, en 2º ciclo se exige a los alumnos que frente a un tipo de problemas concretos utilicen «el» procedimiento impuesto por el profesor, y de la forma en que éste lo «enseñó».

– Los alumnos del 2º ciclo consideran que un profesor es mejor en la medida que enseña de manera directa y clara las técnicas que se deben utilizar frente a un determinado tipo de problemas, sin recurrir a explicaciones teóricas sobre su funcionamiento. En 1er ciclo, por el contrario, aunque la enseñanza de las matemáticas igualmente está centrada en el uso rutinario de técnicas, los alumnos no le dan a éstas la misma valoración que los alumnos del 2º ciclo. Los alumnos de 2° ciclo dejan de explorar problemas y buscar sus propios medios de solución, ya que el profesor se los proporciona.

– Por lo general, los profesores de 2º ciclo tienen mayor conocimiento de los programas oficiales que los profesores de 1er ciclo, aunque esto no significa necesariamente una mayor incorporación en sus prácticas habituales. Los profesores de 2° ciclo se hacen cargo de la enseñanza de unos conocimientos matemáticos que, en la mayoría de los casos, conocen muy superficialmente. Por ello suelen sentir una mayor necesidad que los profesores de 1° ciclo de recurrir a documentos curriculares que circulan en el sistema, hacer cursos de capacitación, etc.

– Los profesores de 1er ciclo básico imparten todas las asignaturas del ciclo, mientras que en 2º ciclo los profesores imparten sólo una o dos asignaturas. De esta forma los profesores de 2º ciclo, en su mayoría generalistas, se van «especializando» en la práctica. Esta importante diferencia incide sobre la relación de los profesores con sus alumnos y con la disciplina que enseñan.

4. FENÓMENO DE LA INHIBICIÓN DE DETERMINADAS CAPACIDADES MATEMÁTICAS DE LOS NIÑOS RELACIONADAS CON LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Como una forma de contrastar empíricamente nuestra hipótesis relativa al estancamiento del aprendizaje matemático de los niños a lo largo de la escuela básica, aplicamos un problema poco habitual para la cultura escolar de básica de nuestro país pero que, con las herramientas que disponen los niños de 3° básico en adelante, es factible de ser abordado y resuelto por ellos. Este problema fue construido por nuestro equipo de investigación en el 2004, en el marco de la Estrategia LEM del Ministerio de Educación. Este equipo ha tenido, junto con el Ministerio, la tarea de crear, desarrollar e implementar dicha estrategia, específicamente en el subsector de Matemática. El problema fue aplicado en el 2007 a niños que cursaban entre 3° básico y 8° básico, de todas las escuelas que participaron en la investigación. Asimismo, aprovechando la participación de nuestro equipo en dicha Estrategia LEM, aplicamos este problema a niños que cursaban entre 3° y 8° básico, en 60 escuelas de la Región Metropolitana, 10.000 niños aproximadamente en total, y a un grupo de 40 alumnos de enseñanza media de entre 1° y 2° año medio. El problema se presenta a los estudiantes tal cual muestra la figura 1.

Figura 1

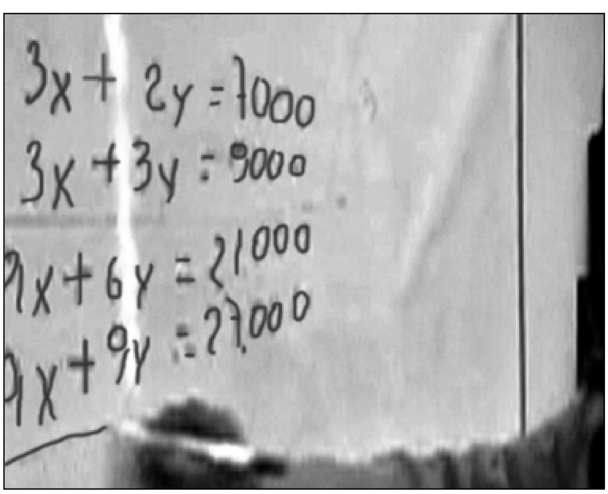
Los resultados que obtuvimos con esta experiencia son sorprendentes, a la vez que desconcertantes. Del mismo modo quisimos indagar cómo, profesionales de diversos ámbitos (científico, tecnológico, humanista y comercial) y adultos escolarizados en general, abordaban el estudio de este problema. A continuación presentamos los principales hallazgos de esta experiencia, organizados por etapas de escolarización de los distintos encuestados.

***a*) Estudiantes de enseñanza media, profesionales y adultos escolarizados**

En la mayoría de alumnos de enseñanza media encuestados, así como en los ingenieros, médicos, matemáticos y profesores de matemática de enseñanza media encuestados, se observó que abordaron el problema con mucha rigidez, buscando asociaciones con las matemáticas que estudiaron para identificar «*el tipo de problema*» que tienen en sus manos, y así reconocer «*la*» estrategia que deben usar para resolverlo. Estos estudiantes y adultos, en su gran mayoría, tendieron a identificar el problema con un «*problema de sistemas de ecuaciones*». Luego, se trataba de definir las ecuaciones que describían la situación y, posteriormente, manipularlas hasta obtener las respuestas a las preguntas del problema. Se detectó además que para la mayoría de los profesionales, salvo los matemáticos, en la medida en que había transcurrido más tiempo desde su educación obligatoria, se presentaban más dificultades para encontrar la respuesta siguiendo este procedimiento algebraico: no recordaban cómo manipular el sistema.

El procedimiento estándar usado por alumnos de enseñanza media y profesionales consistía en construir un sistema de dos ecuaciones de primer grado, en que x representaba el valor de una pizza, e y el valor de una bebida (viceversa), tal como muestra la figura 2. Este procedimiento se estudia en 2º medio, según los actuales programas. Hay que señalar que sólo el 38% de los estudiantes de media encuestados resolvieron correctamente el problema, y que el 35% de los profesionales de áreas no científicas no logró resolverlo. Además que, por lo general, a todos les demandó bastante tiempo obtener las respuestas.

Figura 2

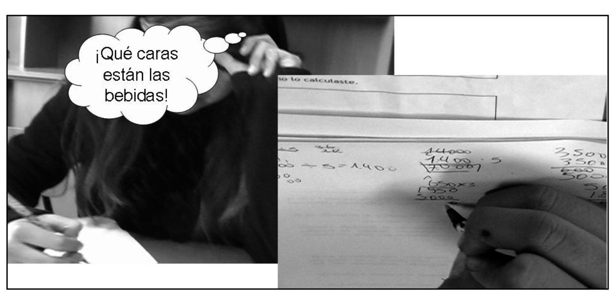


La estrategia seguida por los comerciantes encuestados fue distinta a la de los restantes encuestados de esta categoría. Éstos usaron un procedimiento basado en el ensayo y error; suponían un precio, por ejemplo una pizza vale $1.750, y con este dato intentaban obtener los restantes precios. Si la suma les resultaba superior al valor de la compra, entonces disminuían el valor; de lo contrario lo aumentaban, y así hasta obtener los valores que daban las igualdades buscadas. Estos encuestados mostraban gran pericia para realizar los cálculos mentalmente, aunque no todos ellos obtuvieron la respuesta correcta al problema y se demoraron considerablemente en lograrlo.

***b*) Alumnos de 2º ciclo básico**

Se observó el mismo fenómeno descrito más arriba, en alumnos de 2° ciclo básico. En este caso, los escasos estudiantes que pudieron abordar el problema (5% del total de alumnos de 2° ciclo encuestados) tendieron a identificarlo con un problema de **división**, mostrando grandes dificultades y desconcierto para concebir una estrategia distinta a la «*enseñada*» y que ellos asumen como «*la*» estrategia que permite resolver este «tipo de problema». Así, vimos alumnos como el de la figura 3, dividiendo por 5 la cantidad total de dinero que cuesta la primera compra, aunque «*sabían*» que los productos no costaban lo mismo en la realidad. Esta alumna, al realizar esta división, obtiene que cada pizza y cada bebida cuesta $1.400; al cabo de unos segundos ella misma exclama: ¡qué caras están las bebidas! pero no cuestiona el procedimiento que ha utilizado sino que encuentra extraño el resultado obtenido porque no se corresponde con la realidad: una pizza es más cara que una bebida. Al preguntarle por qué había dividido, ella dijo: «porque ahí hay 5 objetos, y en total cuestan $7.000.» Estos niños no saben que al hacer esta división, le están asignando a priori el mismo «peso» a cada objeto, sin ser necesariamente cierto. Encontramos así alumnos que *no* construyeron el verdadero *significado* de la división, y que buscan lo que «tienen» que hacer, y no lo que «podrían» hacer. Vemos cómo el contrato didáctico establecido en 2° ciclo básico opera como elemento central de este fenómeno didáctico.

Figura 3



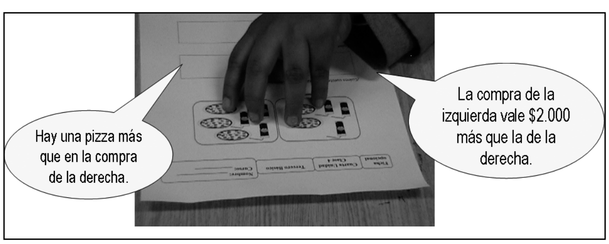
Hay dos hechos que es importante resaltar en la experiencia vivida con alumnos de esta etapa de escolaridad. El primero, que la mayoría de niños de 2° ciclo *no pudieron siquiera abordar el problema* y, los pocos que lo hicieron, fracasaron en su proceso de resolución. El segundo hecho es que los escasos niños que abordaron el problema mostraron bastante pericia en realizar las divisiones. Esto pone de manifiesto que el problema de estos niños no es que «no sepan dividir», sino que, lo que no saben, es cuándo es pertinente aplicar este modelo matemático frente a una situación problemática.

***c*) Niños de 1^er^ ciclo básico**

Los niños de este ciclo encuestados mostraron gran capacidad para abordar el problema y explorar «auténticamente» distintos caminos para resolverlo. Estos niños, al no tener todavía una relación estandarizada con las matemáticas escolares, actúan flexiblemente. El 85% de los alumnos de 1^er^ ciclo encuestados (3° y 4° básico; 8-10 años) resolvieron exitosamente el problema y, además, con procedimientos mucho más eficientes que los usados por los profesionales y alumnos de enseñanza media encuestados. Veamos algunas estrategias observadas en la experimentación.

En la figura 4 vemos a un alumno de 3° básico usando un razonamiento basado en la comparación por diferencia. Los gestos que realizó con sus manos muestran claramente cómo relacionó los datos del problema, presentados a través de dos viñetas, buscando similitudes y diferencias. Rápidamente observó que la diferencia entre una viñeta y la otra era una pizza y, por tanto, atribuyó a una pizza la diferencia en dinero. De esta forma concluyó, en pocos minutos, que cada pizza vale $2.000 y, de aquí, que cada bebida vale $1.000.

Figura 4



Otro procedimiento observado fue el de reducir el problema a otro más sencillo como el que muestra la figura 5: «Si tres bebidas y tres pizzas valen $9.000 en total, entonces una bebida con una pizza valen $3.000». Estudiando la otra viñeta y, sabiendo que cada par *bebida-pizza* vale $3.000, como en esa viñeta hay dos pizzas y tres bebidas, es decir dos pares *bebida-pizza* y una bebida suelta, y en total esa compra es de $7.000, entonces una bebida debe costar $1.000 y, con ello, una pizza cuesta $2.000.

Se observaron sólo algunos profesores de 1^er^ ciclo básico que resolvieron correctamente el problema; en estos casos lo abordaron tal como lo hicieron los niños de 1^er^ ciclo. La característica común de estos profesores es, sorprendentemente, su escasa relación con las matemáticas (son profesores que no enseñan en el 2º ciclo). Al terminar de resolverlo, se excusaban por no haber «usado matemáticas», argumentando que lo habían hecho «simplemente con lógica».

Figura 5

Reflexionando sobre estos hallazgos

Al encontrarnos con estos inesperados resultados nos planteamos preguntas como las siguientes:

– *¿Cómo es que una comunidad que maneja bastantes más conocimientos aritméticos que otra, en este caso alumnos de 2° ciclo, no es capaz de resolver este problema aritmético, mientras que la «menos provista», en este caso alumnos de 1^er^ ciclo, sí puede?*

– *¿Debemos concluir que la «pillería» o astucia le gana al conocimiento?* Recordemos que el problema de las *pizzas* es inusual tanto para unos como para otros.

– *¿La enseñanza de un saber matemático implica necesariamente rigidizar las estrategias de estudio de los niños? ¿Podría ser de otra manera?*

5. CONCLUSIONES Y REFLEXIONES DERIVADAS DEL ESTUDIO

El trabajo de investigación que realizamos abordando las tres dimensiones *curricular*, *fáctica* e *institucional*, así como los crudos resultados encontrados con el «problema de las pizzas», nos permiten postular lo que podría ser considerado un *fenómeno didáctico* por su grado de generalidad y su vinculación directa con una estrategia específica de enseñanza de las matemáticas (Brousseau, 1986). El fenómeno consiste en que: *en muchos casos la escuela inhibe, de forma no intencionada y muy a su pesar, determinadas potencialidades matemáticas que tienen los niños*. Hemos mostrado cómo a medida que los niños avanzan en su escolaridad obligatoria van perdiendo ciertas capacidades necesarias para abordar matemáticas que tenían, y que en 1^er^ ciclo básico, de alguna manera, no se las incrementaron pero tampoco se las inhibieron.

Pero entonces habría imperiosamente que preguntar: *¿qué pasa en la escuela que, lejos de ser su intención y* *propósito, termina limitando determinadas habilidades matemáticas necesarias para resolver problemas a muchos de sus alumnos?* En función de los resultados de nuestra investigación podemos postular algunos factores que podrían contribuir a dar respuesta a esta preocupante cuestión.

• Hemos detectado que en la mayoría de las clases observadas, se gestiona una enseñanza de las matemáticas alejada de sus sentidos y significados originarios; se clasifica los problemas de forma rígida y estandarizada y, con ello, se limita –en muchos casos se impide– la posibilidad de que los estudiantes exploren auténticamente posibles caminos de abordaje y solución. Se trata de una enseñanza relativamente arbitraria, que presenta los conocimientos matemáticos a los estudiantes a propósito de razones formales, y no como respuesta a una necesidad. Hay instalada en el sistema escolar, y en particular en la escuela, una concepción de las matemáticas como un conjunto de conocimientos encerrados en sí mismos; como si ella existiera por sí misma y para sí misma. En particular, se vuelve casi imposible hacer aparecer las matemáticas como algo que nace de lo no-matemático, como algo que matematiza realidades pre-matemáticas.

• En 2º ciclo, frente a un tipo de problema se impone el uso de un único procedimiento para resolverlo, las tareas se deben resolver de la misma forma en que el profesor lo mostró o «enseñó», sin una justificación que permita valorarlo ni descartar otros procedimientos. Hay que señalar también que, por lo general, los problemas en la escuela suelen ser ejercicios rutinarios para cuya resolución es suficiente la mera aplicación del conocimiento antes enseñado. Una manifestación clara de esta opción didáctica reduccionista es la ausencia del momento exploratorio en los procesos de estudio de 2º ciclo observados. Dicho momento carece de todo sentido frente a la opción de imponer un determinado procedimiento a priori. Como consecuencia de ello, los estudiantes de 2º ciclo, a diferencia de los de primero, carecen de la libertad matemática necesaria para poder afrontar determinado tipo de problemas como es el caso del problema de las pizzas, puesto que su sujeción al contrato didáctico les lleva rechazar la posibilidad de utilizar cualquier procedimiento que no haya sido previamente institucionalizado por el docente por considerarlo como no matemático.

• Asimismo, la utilización de los procedimientos es por lo general muy rígida. Se observa una enseñanza atomizada de temas que no se articulan. La introducción al estudio de un nuevo tema se realiza sin una cuestión problemática inicial, que le permita dar un sentido y a su vez una contextualización del mismo. Rara vez se relaciona con otros temas estudiados anteriormente, ni tampoco se abordan cuestiones relacionadas con el cómo afecta este saber nuevo a los saberes estudiados.

• Una enseñanza que no incorpora suficientemente lo que los niños ya saben, ni tampoco les otorga un verdadero rol dentro del proceso de construcción matemática. Suele haber escaso espacio para preguntas y para la interacción entre los estudiantes a propósito de las cuestiones matemáticas que se están estudiando, y nunca participan en el proceso de validación de la producción de conocimientos.

Ahora bien, existen varios obstáculos que dificultan el cambio de dicha concepción y, asimismo, la transformación de las prácticas. Lejos de ser un problema exclusivo del profesor, la insuficiencia de la enseñanza de las matemáticas se origina a propósito de múltiples factores de diversa índole, curricular, fáctico e institucional, tal como hemos demostrado. En particular, existen ciertos mecanismos que se han puesto en funcionamiento para difundir los principios de la reforma que no contribuyen a modificar la situación de la enseñanza de las matemáticas. Así por ejemplo, se ha puesto gran acento en la *innovación*, entendiéndola en muchos casos como un conjunto de principios que se presentan en *ruptura* respecto de ciertas prácticas tradicionales. Se considera hoy que «hay que enseñar a resolver problemas» en oposición a la «enseñanza centrada en técnicas o algoritmos», o «se debe favorecer el trabajo grupal» en oposición al «trabajo individual», etc. Esta visión polarizada del proceso de enseñanza desvirtúa la esencia misma del aprendizaje, que requiere tanto de la resolución de problemas como de técnicas para resolverlos, del trabajo grupal como también del individual, etc. Ello conduce a poner de moda ciertos contenidos o énfasis muchas veces de manera hipertrofiada, sin realizar previamente un análisis sobre la necesidad, pertinencia y beneficio de incorporarlos. Es posible encontrar capítulos enteros en textos escolares dedicados a la enseñanza de la resolución de problemas de forma general y separada de cualquier actividad matemática específica.

Para el sistema educativo es necesario que sus docentes dispongan de instrumentos y recursos que les sirvan para planificar y gestionar sus clases. Pero la aportación de esos recursos dependerá de las posibilidades reales que dispongan los profesores para formarse en criterios de selección fundamentados científicamente, y participar en espacios institucionales de reflexión y formación para estudiarlos. De esta forma, la tarea de elevar el nivel de logro de aprendizaje de los estudiantes debiera considerar una etapa de difusión y trabajo intenso con los docentes y con todos aquellos agentes del sistema educativo que participan en la tarea de la enseñanza. Esto requiere de estudios rigurosos y empíricamente fundamentados que determinen las principales dificultades del sistema educativo para lograr que los niños alcancen los aprendizajes esperados, así como sus posibles causas y explicaciones. De esta forma se podrá establecer con mayor efectividad y fundamento el tipo de herramientas didácticas que se deben poner a disposición de los profesores para que logren el progreso académico de sus estudiantes.

NOTAS

1. Sistema nacional de evaluación del Ministerio de Educación de Chile cuyo propósito es contribuir al mejoramiento de la calidad y equidad de la educación informando sobre el desempeño de los alumnos y alumnas en las áreas de lenguaje, matemáticas y comprensión del medio.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBÉ, J., BOSCH, M., ESPINOZA, L. y GASCÓN, J. (2005). Didactic Restrictions on the Teaching of Limits of Functions at Secondary School, *Educational Studies in Mathematics*, 59, pp. 235-268.

BOSCH, M., GASCÓN, J. y SIERRA, T. (2005a). Análisis de un proceso de estudio en torno a la numeración, en De Castro, C. y Gómez, M. (eds.). *Análisis del currículo actual de matemáticas y posibles alternativas*. Capítulo 3, pp. 39-74. Barcelona: Editorial Edebé.20.

BOSCH, M. y GASCÓN, J. (2005b). La praxeología local como unidad de análisis de los fenómenos didácticos, en De Castro, C. y Gómez, M. (eds.). *Análisis del currículo actual de matemáticas y posibles alternativas*. Capítulo 7, pp. 135-159. Barcelona: Editorial Edebé.18.

BOSCH, M., FONSECA, C. y GASCÓN, J. (2004). Incompletitud de las Organizaciones Matemáticas Locales en las instituciones escolares, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 24(2-3), pp. 205-250.

BROUSSEAU, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2). La Pensée Sauvage.

BROUSSEAU, G. (1990). Le contrat didactique: Le milieu, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3), pp. 308-336.

CHEVALLARD, Y., BOSCH, M. y GASCÓN, J. (1997). *Estudiar Matemáticas: El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*, Barcelona: ICE-Horsori.

CHEVALLARD, Y. (1999). L'analyse des practiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), pp. 221-265.

CHEVALLARD, Y. (2004). Vers une didactique de la codisciplinariété. Notes sur une nouvelle épistemologie scolaire, Intervención en el *Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'informatique*, Grenoble, Université Joseph Fourier, Francia.

LEUTENEGGER, F. (2000). Construction d'une «clinique» pour le didactique une étude des phenómenes temporels de l'enseignement, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18(1), pp. 34-56.

Ministerio de Educación (2007). Resultados Nacionales SIMCE 2006, Santiago de Chile.

OCDE (2004). Revisión de políticas nacionales de educación, Chile. Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD), París.

PISA – Mineduc (2004). Competencias para la vida. Resultados de los estudiantes chilenos en el Estudio PISA 2000, Santiago Chile.

SENSEVY, G. (1999). Eléments pour une anthropologie de l'action didactique. Note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches.

TIMSS – Mineduc, (2004). Chile y el aprendizaje de las matemáticas y ciencias según TIMSS, Santiago de Chile.

[Artículo recibido en abril de 2008 y aceptado en julio de 2008]

A study of didactics phenomena related to arithmetic teaching in Chilean primary school

Espinoza, Lorena[1]; Barbé, Joaquín[2] y Gálvez, Grecia[2]
[1] Departamento de Matemáticas. Universidad de Santiago de Chile
[2] Grupo Félix Klein. Universidad de Santiago de Chile
lorespinoz@gmail.com
quimbarbe@gmail.com
grecia.galvez@gmail.com

Abstract

The research presented here analyzes the topic of the low levels in mathematics learning, obtained by most Chilean students at the end of elementary school. The article is focuses on the case of school arithmetic using the Anthropological Theory of Didactics (Chevallard, 1999) and the Theory of Didactic Situations, (Brousseau, 1990). The research began with the nuclear mathematical learning and contents of the current official elementary school programs in Arithmetics.

In general terms we can sustain that the programs in the first elementary cycle are more structured and systematic than those in the second cycle. In this cycle the OM is more ambitious with a technological-theoretical character. However most of the elements are not very developed and appear to be implied in the activities. Regardless of these differences, the kind of tasks that appear in both cycles, on the whole, do not cause the real need to recourse to a new mathematic knowledge. Furthermore the activities that are put forward or raised make it difficult for the students to take the main role in the development procedures. Both kinds of OM keep on propitiating the traditional form of teaching mathematics.

Then, the research with the observation and analysis of teaching-learning processes developed regarding arithmetic, in elementary schools in the metropolitan region, and ended with the analysis of the institutional restrictions imposed by schools, on the development of those processes.

In most of the observed classes, we detected the absence of sense and meaning in the mathematics that was being taught. The problems presented by the teachers, especially in the second elementary cycle, followed standard patterns, using such models to select the adequate procedures for their determination (ruling). This fact was observed in all the followed study procedures, the result being the scarce or poor opportunities given to the students to explore or set up resolved procedures. Forehead to a kind of problem of imposing the use of a unique procedure to find a solution, a procedure that had been taught previously.

In the analysis, we identified the phenomenon of the progressive inhibition of some mathematical abilities of students through at elementary school. The students not only stop learning vital mathematical subjects for their academic and cognitive development at a timely curricular moment, but also a progressive stagnation in their development abilities is caused, especially during the second basic cycle.

To empirically contrast the relative hypothesis of the blockages mathematic learning blockages of the children during elementary school, we designed the following problem: we have two purchases (shop), the first shopping (purchase) of $7,000, with two pizzas and three soft drinks and the second, of $9,000 with three pizzas and three soft drinks, same as the first one. The problem was designed to be presented through a drawing of each shop including the objects of the shop and the total cost of this one (see figure 1). The problem was applied in 2007 to children that were in grades 3 and 8, of all the schools that participated in the research. Likewise, to widen the sample, this problem was applied to children that were in 3rd and 8th grade in other schools.

Most of the children observed from the first cycle (8 to 10 years) showed capacities to approach the problem and explore different procedures to find a solution. The most widely used was to associate the $2,000 difference between both purchases to the value of one pizza, then, with this fact, calculate the cost of the soft drink. Another of the procedures used was to suppose a priori a determined cost for one of the products (pizza or soft drink) and from there calculate the price of the other product in one purchase and another and see if these coincide. In case it did not, they varied the initial proposed value and repeated the process. A third strategy observed, was from the vignette of the second purchase (three pizzas and three soft drinks cost $9,000) to associate the whole of one pizza with one soft drink, the price of $3,000, then use such information to assign the soft drink the difference between the $7,000 from the cost of the first purchase and the $6,000 that he two pizzas cost with two of the soft drinks from that purchase.

Most of the students observed from the second cycle (9 to 14 years) were not capable of approaching the problem, and thus gave no answer. Among the group of students that did answer, the most frequent answer was to divide the price of each purchase by the quantity of products, this way giving the same cost to the pizza and the soft drink, assuming that there was no relation between both purchases.

The prevalent strategy used by those students that answered correctly was trial and error, and no other alternative strategies were used.

We acknowledge financial support from the Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica, form Chili (grant FONDECYT nº1050234).