

T-1.413

TALLER DE GEOMETRÍA DINÁMICA CON GEOGEBRA

Alexander Arévalo Soto – Oswaldo Rodríguez Díaz

aarevalo@admon.uniajc.edu.co – orodriguez@uao.edu.co

Institución Universitaria Antonio José Camacho – Universidad Autónoma de Occidente
Instituto GeoGebra Cali
Colombia

Núcleo temático: V. Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
Modalidad: T (Taller).
Nivel educativo: Terciario o Bachillerato.
Palabras Clave: Matemática, tecnología, herramienta, patrón.

Resumen

En la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas se mantiene una tensión entre la enseñanza desde lo clásico o tradicional y la mediada con tecnología. Harel (2008) plantea lo siguiente: ¿Por qué enseñamos procesos largos y complicados en lugar del modo rápido y preciso utilizando tecnología electrónica? La matemática, desde el punto de vista común, es una disciplina estática basada en fórmulas aprendidas en la aritmética, geometría, álgebra y cálculo, pero fuera de ella continúan creciendo, donde la pauta no son los cálculos ni las fórmulas sino la búsqueda abierta de patrones (Steen, 1998). Además, la tecnología permite hacer gráficas con un alto grado de detalle que, en el caso de descubrir el patrón, puede validar sus propiedades gracias a la potencia que estas tienen.

En el taller propuesto, los participantes a través de problemas básicos, tales como encontrar propiedades y patrones en el triángulo de Pascal y la generación de número reales en la recta numérica, y con ciertas características, dadas por una herramienta como GeoGebra, podrán explorar y validar dichas propiedades mencionadas.

Introducción

En el taller, a través de problemas básicos como la generación o construcción del triángulo de Pascal, la construcción de conjuntos que generen algunos número reales o aproximaciones de ellos en la recta numérica y el famoso juego de las Torres de Hanoi, se pretende encontrar patrones en su generación y propiedades que se pueden explorar y validar usando un software

744

de geometría dinámica como GeoGebra, aprovechando los ambientes algebraicos, geométricos, tabular (hoja de cálculo) y numéricos que posee.

Adicionalmente, mostrar que en este tipo de diseño y todos los que se puedan implementar con el uso de las TICs, hay un guion conceptual, pedagógico y didáctico que se potencia con el uso de estas herramientas computacionales, las cuales permiten tener otra(s) posibles representaciones y, así, no sólo tener que trabajar en el entorno netamente algebraico.

Objetivos

Para este taller, se plantean los siguientes objetivos:

Objetivo general

Identificar patrones de generación, propiedades y características de algunas estructuras y objetos matemáticos, a partir de recursos trabajados en el programa GeoGebra.

Objetivos específicos

Como objetivos específicos tenemos los siguientes:

- Descubrir patrones existentes en la generación de los números del triángulo de pascal, de la construcción de conjuntos numéricos y de la cantidad de movimientos en las Torres de Hanoi.
- Establecer relaciones entre las diferentes representaciones matemáticas, que permitan identificar distintas propiedades de objetos matemáticos.
- Describir formulaciones de estructura recursiva y cerrada que den paso a la construcción de secuencias numéricas propias de algunas estructuras matemáticas.

Marco teórico

En el estado del arte de la Educación Matemática se plantea la discusión o tensión entre la enseñanza clásica o tradicional y las experiencias de aprendizaje mediadas con herramientas computacionales. Al respecto Santos Trigo (2011) plantea que debido al notable desarrollo

de la tecnología, se hace necesario investigar el potencial que estas herramientas ofrecen para la construcción de conocimiento en los estudiantes y se plantea interrogantes como: ¿Qué tipo de representaciones y formas de razonamiento muestran los estudiantes cuando emplean herramientas computacionales en el estudio de las matemáticas? ¿Cómo se caracterizan los procesos que exhiben los estudiantes al transformar artefactos como Excel, el software dinámico o la calculadora simbólica en herramientas de aprendizaje y de resolución de problemas? ¿Cuál es el papel de estas herramientas en la comprensión y resolución de problemas? (Santos, 2011).

Tanto Santos Trigo (2011) como Harel (2008), hacen reflexiones que pretende destacar que más allá del dominio de reglas, algoritmos, técnicas, fórmulas o procedimientos para relacionar un listado de problemas clásicos o rutinarios, se necesitan, durante el proceso de enseñanza – aprendizaje, desarrollar en los estudiantes una disposición y forma de pensar en la práctica, el uso y aplicación del quehacer disciplinar. Desde este punto de vista, se busca que los estudiantes exploren y usen diferentes tipos de representaciones, relaciones, razones, conjeturas, establezcan conexiones y utilicen o empleen diferentes argumentos para comunicar los resultados.

Adicionalmente, Harel (2008) plantea que el razonamiento de los seres humanos implica numerosos *actos mentales* tales como interpretar, conjeturar, inferir, probar, explicar, estructurar, generalizar, aplicar, predecir, clasificar, buscar y resolución de problemas (Harel, 2008). Todos estos actos mentales son importantes en el aprendizaje de la matemática y no son exclusivos; de hecho, se complementan entre ellos.

En la historia de la humanidad, el hombre siempre ha usado herramientas para hacer diferentes tareas o actividades como medir y calcular, para ello ha usado desde la regla hasta las calculadoras algebraicas y simbólicas de hoy en día. El desarrollo tecnológico de estas herramientas permite hacer cálculos más precisos y potenciar los actos mentales que plantea Harel, dado que proveen diferentes representaciones matemáticas complejas, tales como la geométrica, tabular, numérica, algebraica, que pone a disposición de la Educación

Matemática la posibilidad de fortalecer estos actos mentales importantes en el aprendizaje de las matemáticas.

Por lo tanto, permiten, aparte de hacer gráficas con un alto grado de detalle, potenciar la teoría de números al poder validar y descubrir patrones (tarea exclusiva de los matemáticos en décadas pasadas) y propiedades de los objetos matemáticos (geométricos y no geométricos) más importantes.

En el caso de la geometría, según Klein (1968), la reactivación y asimilación de las matemáticas de los griegos dieron lugar en el siglo XVI al desarrollo del álgebra simbólica de Vieta, y por medio de la geometría analítica, los matemáticos resolvieron los problemas geométricos al reducirlos a ecuaciones algebraicas (regla y compás es equivalente a ecuaciones algebraicas). Lo anterior implicó el papel fundamental del álgebra simbólica y por ende el de las TIC, equipadas con cálculos simbólicos, que permitieron hacer cálculos muy complejos; pero estas tecnologías generaron tensiones en el sentido que se deben usar con prudencia (Kaput & Hegedus, 2003) porque pueden privar al estudiante de la oportunidad de desarrollar uno de los modos matemáticos más importante de pensar, la invariancia algebraica.

Metodología y resultados

A partir de tres (3) problemas básicos, como lo son la generación de los números que conforman el triángulo de Pascal, la construcción de conjuntos numéricos que permitan poblar la recta numérica con aproximaciones de algunos números reales y el famoso juego de las Torres de Hanoi, se pretende diseñar, con la ayuda de GeoGebra, estos problemas; con el propósito de encontrar patrones de generación de los números en el Triángulo de Pascal y descubrir propiedades de los lados diagonales del triángulo al recorrerlo desde el vértice superior hasta la parte más baja, tales como la suma de los términos de cada lado diagonal, la relación de los lados diagonales con el renglón siguiente, su simetría, entre otros.

En el caso de los conjuntos numéricos, se pretende diseñar una actividad que permita ilustrar la densidad de los números racionales con la construcción de diferentes conjuntos, dados por extensión, que permiten poblar la recta numérica y así validar propiedades de los principales conjuntos numéricos, como los racionales y los reales.

Por último, con las Torres de Hanoi se pretende diseñar una actividad con GeoGebra para descubrir las secuencias de generación de la cantidad de movimientos mínimos de acuerdo al número de discos que se empleen, de tal manera que cumplan con las reglas establecidas del juego. Con estas secuencias, se buscará formular dicha cantidad de movimientos, tanto recursivamente, como en forma cerrada; usando los diferentes entornos de la herramienta GeoGebra (algebraico, numérico, tabular tipo hoja de cálculo y geométrico).

Como resultados, se espera mostrar la importancia del uso de herramientas computacionales, como GeoGebra, en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas, al aprovechar el guion conceptual, pedagógico y didáctico que está detrás del diseño computacional, en una actividad de aprendizaje para hacer explícitos patrones, propiedades y características, algunas muy propias de la teoría de números, que hoy en día con el uso de las TICs se puede hacer claramente, fortaleciendo el aprendizaje de las matemáticas.

Conclusiones

En el taller se va a mostrar que el uso de las TICs juega un papel fundamental en la Educación Matemática, sobre todo porque permiten a los profesores de matemática, en el proceso de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas, tener otros recursos que favorecen los procesos matemáticos como construcción de razones, argumentos, exploraciones potentes y sobre todo integrar diferentes ambientes o entornos en el desarrollo de este proceso, tales como el ambiente geométrico, algebraico, tabular (tipo hoja de cálculo), simbólico (CAS²⁹) y el numérico.

²⁹ CAS: Computer Algebra System (en español, Sistema Algebraico Computacional).

Referencias

- Harel, G. (2008). What is mathematics? A pedagogical answer to a philosophical question. In B. Gold & R. Simons (Eds.). *Proof and other dilemmas: Mathematics and philosophy* (pp. 265-290). Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Kaput, J., & Hegedus, S. (2003). The effect of SimCalc connected classrooms on student's algebraic thinking. In N. A. Pateman, B. J. Dougherty & J. Zilliox (Eds.) *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 47-54). Honolulu, Hawaii: College of Education, University of Hawaii.
- Klein, J. (1968). *Greek mathematical thought and the origin of algebra* (E. Brann, Trans.). Cambridge, MA: MIT Press. (Original work published 1934).
- Santos, T. L. M. (2011). La Educación Matemática, resolución de problemas y el empleo de herramientas computacionales. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. Año 6. Número 8, pp. 35-54. Costa Rica.
- Steen, L. A. (Ed.). (1998). *La enseñanza Agradable de las matemáticas*. México: Limusa