T-1.231

RECONSTRUCIÓN DE LA ARGUMENTACIÓN EN TAREAS MATEMÁTICAS

Guadalupe Cabañas-Sánchez – Jonathan Cervantes-Barraza – Romario Jose Palacio Palmera –Karina Patricia Núñez Gutiérrez
gcabanas.sanchez@gmail.com –jacbmath@hotmail.com – romario_08@live.com – karina_n93@hotmail.com
Universidad Autónoma de Guerrero-México

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.
Modalidad: T
Nivel educativo: Primaria
Palabras clave: Argumentación, refutación, modelo de Toulmin, colectivo

Resumen
El taller tiene como propósito examinar desde la estructura básica del modelo de Toulmin (1958/2003), tres formas en las cuales un argumento puede involucrar a la refutación en un proceso argumentativo. Desde la investigación se sugieren tres maneras: 1) que los datos del argumento pueden ser refutados, dejando la conclusión en duda; 2) La garantía del argumento puede ser refutada, dejando de nuevo a la conclusión en duda o bien, 3) que la conclusión en sí puede ser refutada, lo que implica o que el dato o la garantía es no válida.

1. Introducción

El análisis y reconstrucción de la argumentación en el salón de clases ha sido un tema recurrente en la Educación Matemática, por su contribución en que los estudiantes aprendan y participen en matemáticas, explorando, conjeturando y justificando sus ideas (Rumsey & Langrall, 2014). En matemáticas, uno argumenta cuando tiene una afirmación (o aserción o conjetura) o quiere convencer a alguien (uno mismo, un compañero de clase, al profesor de la verdad de una declaración (Pedemonte & Balacheff, 2016). Los argumentos no tienen una forma específica; deben también organizarse en una secuencia de acuerdo con reglas y procedimientos generales (Toulmin, 1958/2003, p.43). Macagno, Mayweg-Paus y Kuhn (2014) sostienen, que los argumentos y su estructura pueden revelar aspectos distintos e interdependientes de la argumentación, esto es, si refieren a una conclusión, garantía, apoyo a puntos de vista, refutación, entre otros.

ISBN 978-84-945722-3-4

Schwarz (2009) destaca el papel de la escuela para fomentar las habilidades argumentativas, a través de escenarios adecuados para la argumentación, por lo que los esfuerzos del profesor deben orientarse hacia el diseño de situaciones que favorezcan el que los estudiantes se involucren desde el reconocimiento no sólo de sus objetivos personales, sino también a partir de la identificación de los objetivos y metas de todos los participantes en las interacciones. En este marco institucional, la argumentación es una habilidad básica que se desarrolla de manera progresiva a lo largo de las etapas de la educación obligatoria (Goizueta & Planas, 2013). De ahí que los profesores deben dar oportunidades a los estudiantes, de aprender a plantear aserciones, respaldarlas con evidencias, responder a críticas y revisarlas basados en una nueva evidencia, de refutarlas o bien contra argumentarlas. Pues como sostienen Conner, Singletary, Smith, Wagner y Francisco (2014, p. 403), comprender, reconocer y construir argumentos matemáticos son partes importantes de las prácticas disciplinarias de matemáticas. Lo anterior se plantea como uno de los objetivos de la educación matemática; ayudar a los estudiantes a aprender a participar en la producción de argumentos matemáticos. Estas oportunidades de aprendizaje deben estar disponibles desde el inicio de la escolarización, que no estén reservados para los estudios "avanzados" (NCTM, 2000, p.1).

Es en el ámbito de la argumentación y la construcción de conocimiento matemático a nivel primaria, que se ubica el presente trabajo. Está enfocado en el estudio de los argumentos de refutación de aserciones, en el marco de las propiedades de los triángulos con base en sus ángulos y sus lados. El objetivo consiste en: examinar desde la estructura básica del modelo de Toulmin (1958/2003), tres formas en las cuales un argumento puede involucrar la refutación en un proceso argumentativo: 1) que los datos del argumento pueden ser refutados, 2) La garantía del argumento puede ser refutada, o bien, 3) que la conclusión en sí puede ser refutada.

2. Marco Teórico

2.1. Argumentación y razonamiento

La argumentación es una actividad racional que cualquiera puede hacer mediante el uso de razones para la construcción de un resultado final llamado *argumentación* (Corcoran, 1989). Para Toulmin (1958/2003) la argumentación es considerada como toda la actividad de hacer

ISBN 978-84-945722-3-4

aserciones, desafiándolos, respaldándolos, produciendo razones, hacer críticas de esas razones, refutar las críticas y así sucesivamente. Por argumento, este mismo autor lo concibe como cadenas de razonamientos, siendo la secuencia de afirmaciones vinculadas entre sí y razones que entre ellas establecen el contenido y la fuerza de la posición de un hablante en particular del argumentador.

En el trabajo que se presenta, los argumentos son fuente de análisis para reconstruir la argumentación y se estudian con base en los razonamientos que emergen al discutir desde lo colectivo, características invariantes de los triángulos basadas en los ángulos y lados de esta clase de polígonos. En ese contexto, el razonamiento se comprende como el uso de argumentos en la interacción (Schnell, 2014), en el que el núcleo: dato, garantía y aserción del modelo de Toulmin es útil en la reconstrucción de la argumentación desde lo colectivo (Krummheuer, 1995). Se analizan con base en aquellos argumentos que refieren a una serie de proposiciones en las cuales una aserción se infiere de los datos y la garantía (Toulmin, Rieke & Janik, 1984). La reconstrucción de la argumentación se establece desde las interacciones (lo colectivo). Para ello, se usa el modelo extendido de Toulmin, que es una adaptación propuesta en Conner (2008); quien considera la participación del profesor agregado en la estructura básica del argumento, ya que es quien apoya de forma activa la producción de argumentos; contribuyendo de forma directa partes (datos o garantías), tal como se muestra en la figura 1.

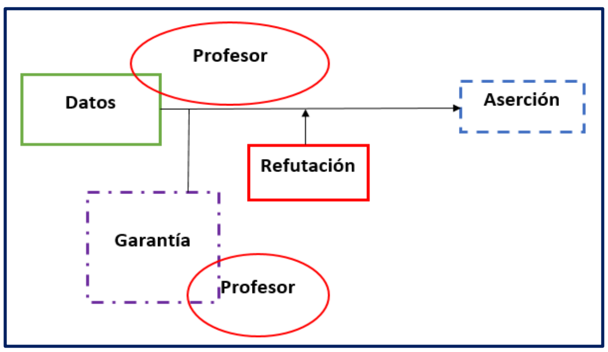

Figura 4. Adaptación del modelo del Toulmin (1958/2003) en Conner (2008).

ISBN 978-84-945722-3-4

2.2. Argumentación colectiva

La reconstrucción de la argumentación se plantea desde las interacciones colectivas, en el taller, entre los profesores y el grupo de investigadores que tiene a cargo su desarrollo. La argumentación colectiva se entiende desde la postura de Yackel (2002), como un concepto útil para analizar la naturaleza de la actividad dentro de las aulas de matemáticas que se caracterizan por la resolución colaborativa de problemas y discusiones en toda la clase. Además, la argumentación ha sido estudiada en su mayoría mediante la implementación del modelo de Toulmin (e. g., Whitenack & Knipping, 2002; Krummheuer, 2015; Reid, Knipping & Crosby, 2011), dado que se usa como método para facilitar la reconstrucción-análisis de la naturaleza de la actividad y discusión en clase de matemáticas. A partir de la reconstrucción de la argumentación, se identifican los respaldos y/o garantías de una aserción particular que están inicialmente presentes, a fin de valorar su validez y con ello, si la aserción es objeto de debate (o se refuta). De ser refutada la aserción, entonces el respaldo o las garantías se ponen bajo escrutinio y con ello, se modifica dicha aserción, consecuentemente garantía y/o respaldo.

2.3. Refutación de argumentos

El concepto de refutación se toma de Toulmin (1958/2003); quien la explica en término de las excepciones que presenta la aserción/conclusión. En otras palabras, significa que la refutación muestra los casos donde la garantía no conecta los datos con la aserción. Reid, Knipping & Crosby, (2011) afirman que la refutación niega totalmente una parte del argumento, que puede ser la aserción, la garantía o el dato. Asimismo, estos investigadores reconocen tres formas en que un argumento puede implicar una refutación; 1) los datos del argumento pueden ser refutados, y se deja la conclusión en duda, 2) la garantía del argumento puede ser refutada, dejando otra vez la conclusión en duda o 3) la conclusión misma puede ser refutada, lo que implica que los datos o la garantía son inválidos, pero sin decir cual.

2.4. Propiedades y definiciones relativas a la clasificación de triángulos

El estudio se desarrolla en torno a los conceptos de triángulo equilátero, isósceles y escalenos, objeto de estudio en las tareas planteadas en el marco de la refutación de aserciones. También

ISBN 978-84-945722-3-4

se discuten propiedades, que refieren a características invariantes de los triángulos cuando se estudian en el contexto de la clasificación según sus lados y ángulos.

Propiedades:

- *Centrada en los ángulos interiores del triángulo*: refiere al uso de la propiedad: la suma de los ángulos interiores de todo triángulo es igual a 180°. Esta propiedad puede presentarse de forma implícita, en forma de contra ejemplo donde se evidencie que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es diferente de 180°.
- *Centrada en la clasificación de polígonos*: Esta clasificación viene dada en términos de características de un polígono, por ejemplo, el caso: es un cuadrado si los cuatro ángulos miden 90° cada uno y los lados del cuadrado tienen la misma medida.

3. Aspectos Metodológicos

3.1. Participantes y contexto

El taller se diseñó para realizarse con profesores de primaria, en un tiempo promedio de dos horas. El contexto son tareas, planteadas a través de preguntas con respuestas cerradas a fin de favorecer la refutación de asersiones y con base en ello poner bajo escrutinio las garantías o los datos o bien, la aserción, establecidas por los profesores. El tiempo promedio para el análisis de cada tarea es de 30 minutos, desde la participación colectiva. Al finalizar, se realiza un cierre por parte del equipo de investigación acerca de los argumentos de refutación y las garantías puestas en juego a partir de definiciones y propiedades de los triángulos en cuestión.

3.2. Principios epistemológicos del diseño de las tareas.

El diseño de las tareas se fundamenta en tres principios, de modo que en el proceso de solución: 1) Se discutan características invariantes de los triángulos: equilátero, isósceles y escaleno con base en sus lados y sus ángulos, 2) se confronten y refuten aserciones y a partir de ello, revisar la garantía de los argumentos, y; 3) se reconozcan contradicciones en las garantías a fin de identificar la naturaleza de los argumentos.

ISBN 978-84-945722-3-4

Tabla 1: Tareas

Triángulo Equilátero	Triángulo Isósceles	Triángulo Escaleno
Bloque I	**Bloque II**	**Bloque III**
T1: ¿Existen triángulos equiláteros con un ángulo de 90°? Justifica tu respuesta.	**T4:** ¿Existen triángulos isósceles con un ángulo de 90°? Justifica tu respuesta.	**T7:** ¿Existen triángulos escaleno con un ángulo de 90°? Justifica tu respuesta.
T2: Existen triángulos equiláteros con un ángulo menor a 90°? Justifica tu respuesta.	**T5:** ¿Existen triángulos isósceles con un ángulo menor a 90°? Justifica tu respuesta.	**T8:** ¿Existen triángulos escaleno con un ángulo menor a 90°? Justifica tu respuesta.
T3: ¿Existen triángulos equiláteros con un ángulo mayor a 90°? Justifica tu respuesta.	**T6:** ¿Existen triángulos isósceles con un ángulo mayor a 90°? Justifica tu respuesta.	**T9:** ¿Existen triángulos escaleno con un ángulo mayor a 90°? Justifica tu respuesta.

En el taller, el análisis se enfoca en las tareas del bloque I, que refieren al triángulo equilátero.

4. Reflexiones

Los tres principios en que se sustentan las tareas a desarrollar desde las argumentaciones colectivas, son básicas en la producción de argumentos y refutación de aserciones. Basados en el segundo principio, las tareas favorecen la refutación de aserciones del tipo "si" o "no", las que pueden dejar en duda la (s) garantía (s) y/o respaldo (s) presentado (s) por un argumentador, y con ello, ponerlos bajo escrutinio, consecuentemente, las características y propiedades invariantes de triángulos.

Se espera además, que los profesores, reconozcan la importancia de la refutación en el desarrollo de habilidades argumentativas e identifiquen la estructura básica de los argumentos según el modelo de Toulmin. Así también, que comprendan un modo de reconstruir la argumentación desde lo colectivo.

Referencias bibliográficas

Corcoran, J. (1989). *Argumentation and logic*. Kluwer Academic Publishers, New York. *3*(1), 17-43.

ISBN 978-84-945722-3-4

Conner, A., Singletary, L., Smith, R., Wagner, P. & Francisco, R. (2014). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities, *Educational Studies in Mathematics*, *86* (2), 401–429.
Conner, M. (2008). Expanded Toulmin diagrams: a tool for investigating complex activity in classrooms. En O. Figueras, J.Cortina, S. Alatorre, T Rojano, & A. Sepúlveda (Eds.). *Proceedings of International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol 2, 361-368*, México, Morelia.
Goizueta, M., Planas, N. (2013). Temas emergentes del análisis de interpretaciones del profesorado sobre la argumentación en clase de matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias 31*(1), 61-78.
Krummheuer, G. (1995). The ethnology of argumentation. In: P. Cobb and H. Bauersfeld (eds.). *The Emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures.* Hillsdale: Erlbaum, pp. 229–269.
Macagno, F., Mayweg-Paus, E., & Kuhn, H. (2015). Argumentation Theory in Education Studies: Coding and Improving Students' Argumentative Strategies, *Educational Studies in Mathematics*, *34*:523–537, DOI 10.1007/s11245-014-9271-6
National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: Author.
Pedemonte, B., Balacheff, N. (2016). Establishing links between conceptions, argumentation and proof through the ck¢-enriched Toulmin model. *The Journal of Mathematical Behavior 41*(1), 104–122.
Reid, D., Knipping, C., & Crosby, M. (2011). Refutations and the logic of practice. *PNA*, *6*(1), 1-10
Rumsey, C., & Langrall, C. W. (2016). Promoting mathematical argumentation. *Teaching children mathematics*, *22*(7), 413-419.
Schnell (2014). Types of arguments when dealing with chance experiments. In C. Nicole, S. Oesterle, P. Lijedahl & D. Allan, (Eds.*) Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36, Vol. 5*, pp. 113-120. Vancouver, Canada: PME 38.
Schwarz, B. (2009). Argumentation and Learning. In Nathalie, M. & Anne-Nelly, P-C. (Eds). *Argumentation and Education. Theoretical Foundations and Practices* (pp. 91-126). New York: Springer.
Toulmin, S. E., Rieke, R. D., & Janik, A. (1984). *An introduction to reasoning* (2nd ed.). New York London: Macmillan.
Toulmin, S. (1958/2003). *The uses of argument.* New York: Cambridge University Press.
Whitenack, J., & Knipping, N. (2002). Argumentation, instructional design theory and student's mathematical learning: a case for coordinating interpretive lenses. *The Journal of Mathematical Behavior*, *24*(4), 441-457.
Yackel. E., (2002). What we can learn from analyzing the teacher's role in collective argumentation. *The Journal of Mathematical Behavior 21*(4), 423–440.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4