

AFIANZAR LA TRIGONOMETRÍA CON JUEGOS Y PASATIEMPOS

Ana García Azcárate
anagazcarate@gmail.com
Grupo Azarquiel. España

Núcleo temático: **Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.**

Modalidad: Taller (T)

Nivel educativo: Terciario o Bachillerato

Palabras clave: Trigonometría, juegos, motivación, refuerzo

Resumen

Cada vez más profesores de matemáticas, incorporan en su quehacer diario, materiales lúdicos para aumentar la motivación y por lo tanto la implicación de los alumnos. La trigonometría escolar, correspondiente a los cursos de 4º de ESO y Primero de Bachillerato en España, incorpora una parte de memorización que, junto a unos razonamientos sencillos, permiten recordar los valores más importantes de las razones trigonométricas, las relaciones que unen las diversas funciones trigonométricas etc. Los juegos y pasatiempos nos pueden servir para reforzar estos conocimientos memorísticos y conseguir que se incorporen al bagaje cultural de los alumnos de secundaria. Una parte del profesorado de Matemáticas sigue pensando que los alumnos de 15-16 años son mayores para "jugar". Sin embargo he podido comprobar en múltiples ocasiones que el juego y la competición, el afán de ganar, estimula a todas las edades.

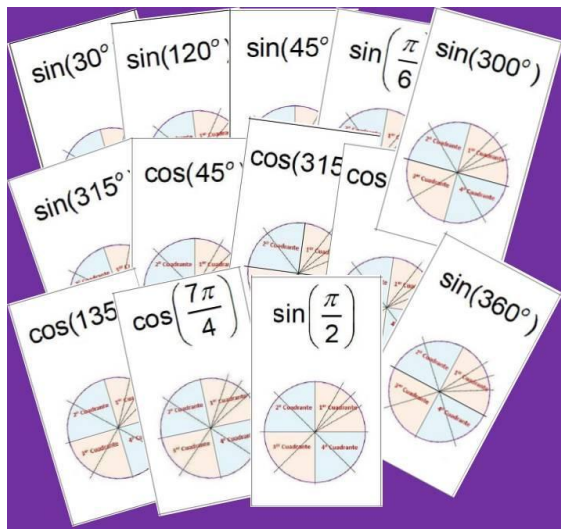
Durante las 2 horas del taller, los profesores van a experimentar "jugando" con todo tipo de materiales lúdicos "trigonométricos", desde un sudomates, un juego de la Oca, una baraja, diversos puzzles, un cuatro en raya, un cuadrado mágico, un Bingo o un dominó.

Quién de nosotros no ha observado con sorpresa a nuestros alumnos de 4º de la ESO o Primero de Bachillerato, al iniciarse un examen de Trigonometría, lanzarse a escribir en una esquina, una misteriosa tablilla que, según ellos, les iba a permitir obtener los valores de las razones trigonométricas que les estábamos preguntando. Sin embargo, todos los que enseñamos trigonometría, sabemos que con la ayuda de pequeños razonamientos, el recordar las razones de los principales ángulos notables de la circunferencia goniométrica es una tarea sencilla. Para ayudar a esta tarea, presentamos aquí unos juegos donde para tener éxito, los jugadores y jugadoras deben utilizar estos valores para ganar por ejemplo, una partida de cartas o de dominó o otros donde deben recurrir para salir vencedores, a las fórmulas y relaciones trigonométricas más sencillas..

1. La baraja de los senos y cosenos

Material necesario:

- Una baraja con 66 cartas con senos y cosenos para cada equipo.



- Una circunferencia trigonométrica por jugador. Dependiendo del grupo, el profesorado puede optar por entregar una circunferencia trigonométrica con todos los ángulos notables indicados, o que tenga sólo los valores de las razones de los ángulos notables del primer cuadrante. Puede también, por el contrario, pedirse a los alumnos que, previamente al juego, dibujen y rellenen en su cuaderno, su propia circunferencia trigonométrica.

Reglas del juego:

- Juego para dos, tres o cuatro jugadores.
- Se reparten todas las cartas. Si hay cuatro jugadores, se descartan dos cartas al azar.
- Cada jugador coloca sus cartas en un montón boca abajo.
- En cada jugada, los jugadores descubrirán la carta que se encuentra encima de su montón.
- La baza se la llevará el jugador que haya sacado la carta con el mayor valor. El ganador recoge todas las cartas y las coloca cerca de él.

- Cuando se tiran dos cartas o más que tienen el mismo valor máximo, se dice que hay "*batalla*". En este caso, los jugadores con los valores iguales tirarán sobre su carta, la carta siguiente de su montón para desempatar. El ganador de la baza se lleva todas las cartas.

- La partida termina cuando se acaban las cartas de los montones de cada jugador.

- Gana el jugador que ha conseguido más cartas.

2. Un "Sudomates" de trigonometría

2.1 Qué es un "Sudomates"?

Combinando un sudoku tradicional con unas preguntas de matemáticas, conseguimos reforzar los contenidos de clase que necesitamos, de una forma mucho más lúdica. Un Sudomates se compone de dos partes:

Por un lado una rejilla completamente vacía con el formato habitual de los Sudokus.

Por el otro lado unas preguntas de cualquier tema que van a permitir ir rellenando las casillas del sudoku, colocando los resultados de las preguntas en las casillas asignadas de la rejilla.

2.2 Un Sudomates de Trigonometría

Debes primero rellenar algunas de las casillas de este tablero de Sudoku completamente vacío, contestando a las preguntas que se hacen en la siguiente tabla. El resultado se debe colocar en la casilla correspondiente.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

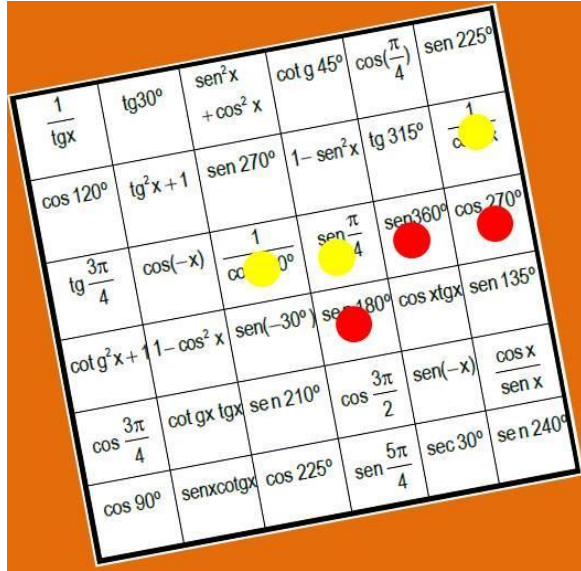
De esta forma conseguirás colocar 33 números, todos del 1 al 9 en las casillas del SUDOKU

TABLA DE PREGUNTAS

A3 : $\frac{\pi}{30}$ radianes en grados	D3 : $\frac{\pi}{90}$ radianes en grados	G3 : $2 \cos(4\pi) + 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$
B1 : $5 + \sin(\pi)$	D4 : $7 \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + 3 \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$	G4 : $2 \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$
B6 : $\frac{2\pi}{45}$ radianes en grados	D7 : $4 + 2 \cos(0)$	G5 : $7 \sin\left(\frac{5\pi}{2}\right)$
B8 : $\frac{1080}{\pi}$ grados en radianes	E1 : $\frac{1620}{\pi}$ grados en radianes	G8 : $\frac{900}{\pi}$ grados en radianes
B9 : $\frac{\pi}{45}$ radianes en grados	E4 : $4 \left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)^2$	H1 : El inverso de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$
C4 : $12 \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$	E6 : $7 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$	H2 : $14 \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$
C5 : $5 \cos(8\pi)$	E8 : $\frac{1440}{\pi}$ grados en radianes	H5 : $12 \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$
C6 : $\frac{\pi}{180}$ radianes en grados	E9 : $\frac{\pi}{36}$ radianes en grados	H6 : $\frac{\pi}{60}$ radianes en grados
C7 : El inverso del cuadrado de $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$	F3 : $\frac{1260}{\pi}$ grados en radianes	H9 : $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + 1$
C9 : $2 + \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$	F6 : $\frac{7\pi}{180}$ radianes en grados	I3 : $\frac{\pi}{20}$ radianes en grados
D2 : $\frac{720}{\pi}$ grados en radianes	F9 : $\frac{360}{\pi}$ grados en radianes	I4 : $8 \left(\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right)^2$

Después debes acabar de rellenar las casillas, siguiendo las reglas clásicas de los Sudokus.

3. Cuatro en raya trigonométrico



Material necesario:

- Un tablero como el de la figura adjunta.
- 10 fichas por jugador/ - un dado para establecer el orden.
- Un tablero solución para el jefe del equipo.

El juego consiste en hacer Cuatro en raya en el tablero.

Reglas del juego:

- Juego para dos o tres jugadores.
- Se tira un dado. El que saque el resultado mayor será el jefe del equipo que custodiará las soluciones de las casillas y jugará el primero.
- El primer jugador elige una casilla del tablero. Para ocuparla debe hallar el valor de la razón que aparece o en su caso debe simplificar la expresión trigonométrica de la casilla. Por ejemplo si aparece: $\frac{\text{sen}x}{\text{cot}gx}$ el jugador deberá sustituirlo por $\cos x$ pues:

$$\frac{\text{sen}x}{\text{cot}gx} = \text{sen}x \cdot \frac{\cos x}{\text{sen}x} = \cos x$$

- El jefe de equipo, si hay alguna duda, consulta el tablero de soluciones:
- Si la respuesta es correcta, el jugador ocupa la casilla.

- Si la respuesta no es correcta, el jugador pierde su turno.

- Gana el que consigue hacer "*Cuatro en raya*"

4. Crucigrama trigonométrico

Utilizando las definiciones que te damos para las casillas tanto horizontales como verticales, rellena estas palabras cruzadas sobre trigonometría.

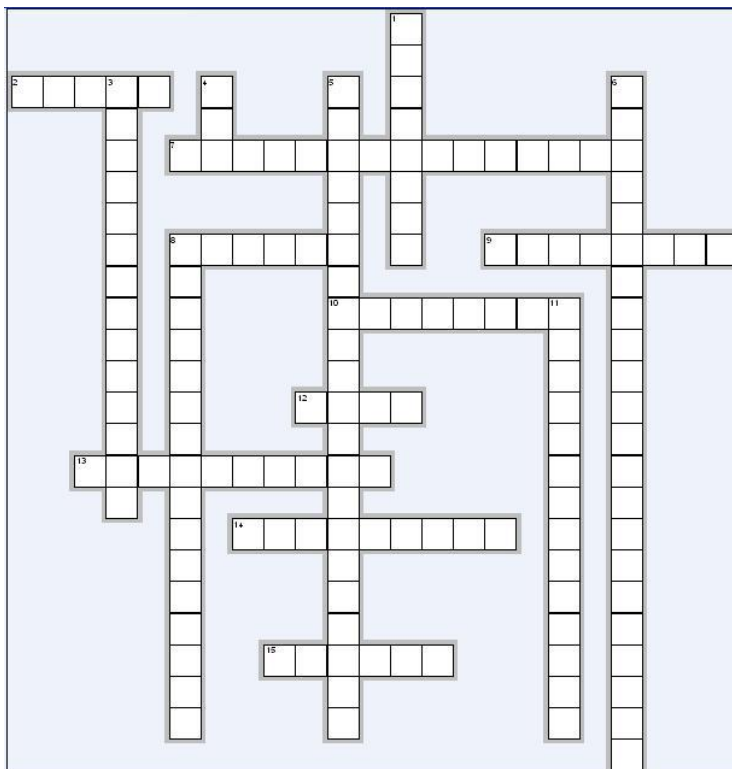
Cuando la respuesta tenga varias palabras, debes dejar entre ellas una casilla vacía.

Horizontales

2. EL VALOR DE $\text{SEN}(-X)$
7. DOS ÁNGULOS TALES QUE EL SENO DE UNO ES EL COSENO DEL OTRO
8. EL COCIENTE ENTRE EL CATETO CONTIGUO Y LA HIPOTENUSA
9. EL COSENO DE UN ÁNGULO DE TRESCIENTOS GRADOS
10. DOS ÁNGULOS ASI TIENEN EL MISMO COSENO
12. EL CATETO OPUESTO PARTIDO POR LA HIPOTENUSA
13. INVERSA DE LA TANGENTE
14. EL SENO DE 330°
15. LA UNIDAD MATEMÁTICA DE ÁNGULO

Verticales

1. EL COCIENTE ENTRE $\text{SEN}X$ Y $\text{COS}X$
3. EL ÁNGULO MAS PEQUEÑO CUYA TANGENTE NO EXISTE
4. LA SUMA DEL CUADRADO DEL COSENO DE UN ÁNGULO Y EL CUADRADO DE SU SENO
5. EL COSENO DE ESTE ÁNGULO ES -1 Y SU SENO ES CERO
6. EL ÁNGULO DEL TERCER CUADRANTE CON SU SENO IGUAL A SU COSENO
8. EL ÁNGULO DEL PRIMER CUADRANTE CUYA TANGENTE ES UNO
11. DOS ÁNGULOS DEL PRIMER Y SEGUNDO CUADRANTE CON EL MISMO SENO



5. Cuadrando el dodecágono

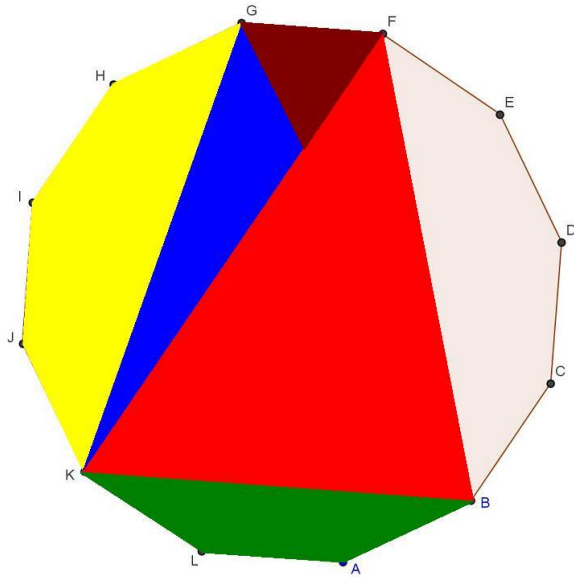
Este es un puzle formado con seis piezas recortadas de un dodecágono. Estas piezas tienen la curiosa propiedad de poder juntarse para formar un cuadrado.

Esta propiedad, es debida entre otras cosas a los ángulos de cada una de las seis piezas.

Investiga entonces ¿qué ángulos tienen las piezas del puzle? Para eso, debes recordar que se trata de un polígono regular, que se puede inscribir en una circunferencia.

Cuando conozcas todos los ángulos, intenta obtener los cuatro ángulos rectos del cuadrado e intenta formar el cuadrado.

Gracias a la trigonometría, si nos dicen que el dodecágono inicial tiene de lado 10 cm, vas a poder hallar el lado del cuadrado final.



6. Cuadrado mágico

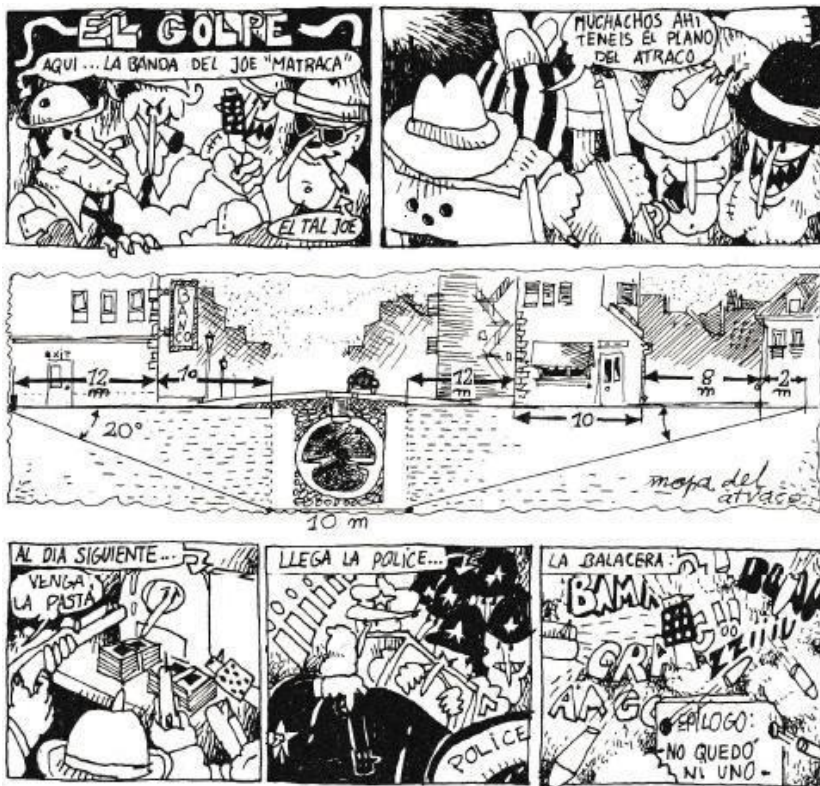
Comprueba que este cuadrado 3x3 es efectivamente un cuadrado mágico.

$1 + \frac{\cot a \cdot \sin 2a}{2}$	$1 - \cos^2(-a)$ $-\cos^2\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$	$1 + \frac{\operatorname{tga} \cdot \sin 2a}{2}$
$1 - \cos 2a$	1	$2 - 2\sin^2(-a)$

$1 - \sin^2 a$	$1 + \cos^2(\pi - a)$ $+ \sin^2(\pi + a)$	$1 - \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 a}$
----------------	--	---

7. El atraco del banco: Homenaje al Grupo Cero de Valencia

Una banda decide atacar un banco. Para introducirse en él, decide construir un túnel. ¿Qué longitud tiene el túnel? ¿Hasta qué profundidad llegan a penetrar?



8. Bingo Trigonométrico

Hemos adaptado las reglas tradicionales del Bingo para repasar las razones trigonométricas de los ángulos notables en toda la circunferencia trigonométrica.

Material necesario:

- Un cartón de Bingo para cada equipo.
- Una baraja de 48 cartas, marcadas con las expresiones de los cosenos, senos o tangentes de los ángulos notables de los cuatro cuadrantes.

Bibliografía

García Azcárate Ana C. (2013). *Pasatiempos y juegos en clase de matemáticas: geometría*. Madrid: Editorial Aviraneta.
Grupo Cero (1982) *Matemáticas de Bachillerato: 2º Curso*. Barcelona: Editorial Teide
Juegos y Matemáticas: <http://www.anagarciaazcarate.wordpress.com>