

T-1.353

PRÁCTICAS QUE FAVORECEN LA EXISTENCIA DE UN TRIÁNGULO EN UN CONTEXTO DINÁMICO

José Carlos León Ríos -Isabel Zoraida Torres Céspedes
jleonn@ulima.edu.pe – iztorres@ulima.edu.pe

Universidad de Lima. Instituto Geogebra Universidad de Lima (IGUL). Perú

Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Modalidad: T

Nivel educativo: Medio básico

Palabras clave: pensamiento y lenguaje variacional, visualización, geogebra.

Resumen

A partir de la condición de existencia del triángulo, situaciones variacionales y el uso del Geogebra, propiciamos el significado gráfico del valor numérico y algebraico de dicha condición. Esta resignificación del objeto, permite llevarlo a un contexto alejado de las aulas y modelar el movimiento de algunos mecanismos empleados en actividades humanas, cuyo funcionamiento está relacionado al pensamiento dinámico de la matemática. Las situaciones planteadas se fundamentan en la línea de investigación del Pensamiento y Lenguaje Variacional (Pylvar) cuyas características, de acuerdo a Caballero y Cantoral (2013), muestran elementos propios de dicho pensamiento, los cuales describen la forma en que se desarrolla. Nuestras actividades propician cambios en el objeto de estudio, cuantifican las transformaciones y las integran a otros escenarios, fuera de las aulas. Nuestra pregunta de investigación plantea lo siguiente ¿Cómo desarrollar y comunicar el pensamiento variacional, a partir de la existencia de un triángulo, cuando nos encontramos en un contexto social distinto al de las aulas? Las situaciones dinámicas planteadas, permitieron al participante, movilizar argumentos y generar estrategias variacionales.

Una revisión a los textos, nos permite señalar que el tema de la condición de existencia de triángulos, gira en torno la variación numérica y algebraica de dicha condición, es decir, dado el valor numérico de los lados de un triángulo, estos números deben garantizar la condición de existencia, verificando que las longitudes dadas cumplan que cada lado de un triángulo sea menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia.

Nuestras actividades pretenden, en cambio, propiciar el significado gráfico a los valores numéricos de dicha condición, eso incluye integrar y favorecer también el campo de la visualización.

728

Debido a la importancia de visualizar determinado evento, incluimos el trabajo de Gonzalo, Fernández y Díaz (2011), los cuales señalan que “visualizar y orientar un objeto, sujeto o espacios no solamente incluye la habilidad de verlos, sino también la de reflexionar sobre ellos y sus posibles representaciones, sobre las relaciones entre sus partes y de examinar sus posibles transformaciones de rotación, sección y desarrollo” (p.100). En esa mirada, creemos oportuno considerar el reciente Programa Curricular de Educación Secundaria del 2016, el cual considera a la matemática como una actividad humana que ha contribuido al desarrollo del conocimiento y de la cultura de nuestros países. Dicho programa curricular, describe una de las competencias como logro del perfil de egreso del estudiante de educación Básica de la siguiente forma:

Competencia RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN. Consiste en que el estudiante se oriente y describa la posición y el movimiento de objetos y de sí mismo en el espacio, visualizando, interpretando y relacionando las características de los objetos con formas geométricas bidimensionales y tridimensionales. Implica que realice mediciones directas o indirectas de la superficie, del perímetro, del volumen y de la capacidad de los objetos, y que logre construir representaciones de las formas geométricas para diseñar objetos, planos y maquetas, usando instrumentos, estrategias y procedimientos de construcción y medida. Además describa trayectorias y rutas, usando sistemas de referencia y lenguaje geométrico. (p.154)

En ese sentido, nuestras actividades se basan, en algunos aspectos del Pensamiento y Lenguaje Variacional que es una línea de investigación de la teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa.

Al respecto, Cantoral (2013) indica que “El pensamiento y lenguaje variacional estudia los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de saberes matemáticos propios de la variación y el cambio en el sistema educativo y el medio social que les da cabida” (p.202). El autor aclara que existe una distinción entre los vocablos cambio y variación. El primero, referido a la modificación del estado del objeto, mientras que el segundo, denota la cuantificación de dicho cambio. Además, hace énfasis en la capacidad inherente al ser humano por tratar de predecir ciertos sucesos de cambio y anticipar los resultados y comportamiento de sistemas complejos. Agrega también, que la variación congrega a

diversos campos simbólicos, numéricos, algebraicos, analíticos, visuales, gráficos y geométricos.

En nuestras actividades, enriquecemos el significado gráfico asociado al valor numérico de la condición de existencia del triángulo. Creemos, que la sola reducción de ciertos mecanismos geométricos a la aplicación de algoritmos y procedimientos, se aleja de la comprensión basado en experiencias vividas. Pensemos entonces, en el valor de uno de los lados del triángulo, como un segmento de longitud variable.

Dicho tratamiento gráfico, nos encamina a la necesidad de describir y procesar el contenido visual que ofrece, reinterpretando dicho significado en aquellas actividades cuyos procesos de cambio y variación puedan ser visualizados en un contexto social fuera de las aulas. En ese sentido, tomamos como referencia de experiencias vividas, ciertos sistemas con articulaciones mecánicas, pues tienen la peculiaridad de reproducir el significado gráfico de la condición de existencia de los triángulos, propiciando la puesta en juego de estrategias que permiten explicar el carácter dinámico de dichas articulaciones, utilizadas en contextos de la vida cotidiana. El enfrentamiento a este tipo de actividades, permite a los estudiantes de las prácticas tradicionales de aula, hay un acercamiento a las prácticas de lo que cambia y varía, de lo que permanece constante, de lo que rota o se traslada, logrando una ruptura con el sistema tradicional de la enseñanza de la condición de existencia del triángulo.

Nuestras actividades estuvieron basadas en la caracterización propuesta por Caballero y Cantoral (2013), y que los autores clasificaron en tres fases. La primera fase describe las estrategias variacionales que los alumnos ponen en juego cuando se enfrentan a las situaciones variacionales. La segunda fase, detalla los elementos de interacción que caracterizan el desarrollo del pensamiento variacional y en la tercera, establece un modelo que interpreta la interacción de dichos elementos.

En la figura 1, mostramos el modelo de interacción del desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional (Pylvar) y que resume las tres fases.

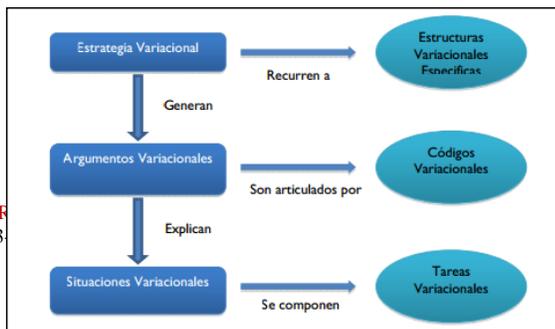


Figura 1 Modelo de interacción de los elementos Pylvar.
Fuente: Caballero et al. (2013, p.1204)

De acuerdo a Caballero et al. (2013), dicho modelo de interacción contiene elementos que por su naturaleza, actúan de manera conjunta y no aislada. Una breve explicación a dicho proceso de interacción se describe a continuación.

La Situación Variacional, incluye situaciones problemáticas que propicien la variación, el cambio, la cuantificación y que demanden la puesta en juego de las *Estrategias Variacionales* por parte de los alumnos. De acuerdo a Salinas (2003 como se citó en Caballero et al., 2013), algunas de las siguientes *Estrategias Variacionales* se hacen presente, cuando el alumno razona y actúa, en el momento del análisis de las actividades:

- Comparación: Asociada a la acción de establecer diferencias entre estados.
- Seriación: Se analizan estados sucesivos y se establecen relaciones entre ellos.
- Estimación: A partir de conocer el comportamiento de un fenómeno en estados previos, se proponen nuevos estados o comportamientos a corto plazo.
- Predicción: Está asociada a la acción de poder anticipar un comportamiento, estado o valor, luego de realizar un análisis de estados previos. (p.1199).

El empleo de una o más *Estrategias Variacionales* estará conformado por *Tareas Variacionales*, que son las acciones ejecutadas en una situación variacional como la tabulación, análisis de registros de patrones de comportamiento, construcción y análisis de gráficos. En nuestro caso, son los gráficos y registros de comportamiento gráfico en lo que incidiremos, los alumnos deslizan el puntero, hacen anotaciones y estiman resultados. Para ello, se requiere de un esquema o comportamiento organizado para una situación específica, que los autores denominan *Estructura Variacional Específica*, que de acuerdo a González (1999 como se citó en Caballero et al., 2013), son las “herramientas, procesos y procedimientos especializados del ámbito matemático o científico” que funcionan para analizar cuánto y cómo cambian los elementos que la componen. Por ejemplo, en un análisis

a priori, consideramos como procedimientos la resolución de desigualdades, el conocimiento de las propiedades de los triángulos y circunferencias y el uso de las herramientas básicas del programa Geogebra. La *Estrategia Variacional* genera también *Argumentos Variacionales* que se articulan por *Códigos Variacionales*. De acuerdo a de acuerdo a Cantoral (2000 como se citó en Caballero et al., 2013), dichos códigos son “maniobras, ideas, técnicas, o explicaciones que de alguna manera reflejan y expresan el reconocimiento cuantitativo y cualitativo del cambio en el sistema u objeto que se está estudiando”. Las justificaciones y explicaciones fueron parte de esta caracterización.

Nuestra investigación es cualitativa, de orden descriptivo y está formada por cuatro actividades para ser desarrolladas con alumnos de cuarto y quinto de secundaria.

Se dispone de 3 horas para la ejecución del taller. En las dos primeras horas, se ejecutan las tareas de las actividades y se identifican algunos elementos del modelo de interacción del Pylvar. En la siguiente hora se modelan algunos mecanismos sobre la base de la condición de existencia del triángulo.

Daremos una breve descripción de las actividades.

Primera actividad

Se construye la figura que se muestra a continuación, haciendo uso de deslizadores, hemos considerado r_2 mayor o igual a r_1 . Posicione los deslizadores a 3 y 8 unidades. Luego, desplace dos de los vértices del triángulo ABC sobre las circunferencias sin alterar las longitudes de los radios.

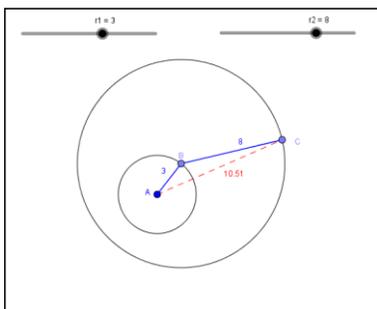


Tabla 1. Variación del segmento AC

- a) ¿Es cierto que el triángulo ABC siempre existe? Justifique.

- b) Si la longitud de los segmentos AB y BC corresponden a 3 y 8 unidades, ¿qué valor o valores podría tomar la longitud del segmento AC ? Justifique.
- c) Modifique los deslizadores y determine el valor o valores que podría tomar la longitud del segmento AC . Complete la tabla.
- d) Determine una expresión que restrinja la longitud del segmento AC , cuando los lados se representan por a , b y c que corresponden a los segmentos AB , BC y AC respectivamente.

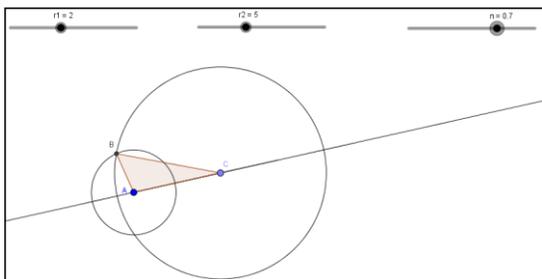
Segunda actividad

Modifique las propiedades de cada uno de los deslizadores creados en la primera actividad. Para ello ingrese al menú contextual y considere $r1$ mayor o igual a $r2$.

- a) ¿La restricción de la longitud del segmento AC que determinó en la parte d) de la primera actividad, se sigue cumpliendo? Justifique su respuesta.
- b) Proponga una nueva restricción en esas circunstancias.

Tercera actividad

Construya una familia de triángulos como se muestra en la figura. Los deslizadores $r1$, $r2$ corresponden a las longitudes de los lados AB y BC . El tercer deslizador controla el desplazamiento del vértice C sobre la recta.



Con la herramienta Polígono del Geogebra, coloree el triángulo.

Cuarta actividad

Ingrese al internet y observe en las páginas correspondientes, algunos mecanismos como sistemas basculantes en levadizos de puertas, automóviles, sistema manivela y biela. Luego

modele dichos mecanismos haciendo uso del triángulo que construyó en la cuarta actividad y del programa Geogebra.

Conclusiones

En las actividades se emplearon estrategias variacionales como la comparación y predicción, respaldados por deslizadores con el objetivo de comprobar los patrones de regularidad para la condición de existencia. Las tareas que realizaron los alumnos, como análisis de registros de patrones de comportamiento, construcción y análisis de gráficos, están orientadas para explicar la situación variacional propuesta con el uso de argumentos variacionales.

Las actividades mostradas, intentan favorecer el desarrollo del lenguaje y pensamiento variacional en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la condición de existencia del triángulo. Por tal motivo, recurrimos a la modelación de eventos físicos como los mecanismos hidráulicos y otros similares, los cuales exigen el uso de un triángulo de lado variable.

Referencias bibliográficas

Caballero, M. y Cantoral, R. (2013). *Una caracterización de los elementos del Pensamiento y Lenguaje Variacional*. En Flores R. (Ed.) (2013). Acta Latinoamericana de Matemática Educativa A.C., Vol. 26. (pp.1195-1204). México DF: Editorial Colegio Mexicano de Matemática

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre la construcción social del conocimiento*. México DF: Editorial Gedisa

MINEDU (2016). Currículo Nacional de Educación Básica. Ministerio de Educación. Perú.