

**DESAFÍO GEOGEBRA:  
MODELIZACIÓN GEOMÉTRICA EN CLASE CON  
MOVIMIENTOS ARTICULADOS**

Diego Lieban

[diegolieban@yahoo.es](mailto:diegolieban@yahoo.es)

Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Rio Grande do Sul, Brasil  
(doutorando em Educação Matemática na Johannes Kepler Universität, Austria)

Núcleo temático: Recursos para o ensino e aprendizagem das matemáticas

Modalidade: T

Nível educativo: Formación y actualización docente

Palavras chave: GeoGebra, modelización geométrica<sup>5</sup>, articulaciones

**Resumen**

*La propuesta del taller es presentar un abordaje de modelización geométrica desde el uso combinado de recursos. Teniendo estructuras articuladas como eje central, la actividad se inicia con la exposición de dos modelos como ejemplos, desde su construcción. Luego, los participantes tendrán posibilidad de realizar sus propias construcciones, en dos versiones, físico y digital. Para eso, utilizarán, en este workshop, el kit educacional 4Dframe y también el software de geometría dinámica GeoGebra. La intención es detenerse más en la representación del funcionamiento de simples mecanismos del cotidiano para extraer las posibilidades de explorarlos en clases de matemáticas y para la enseñanza de ciencias y tecnología en general. Bajo el punto de vista matemático, dos aspectos son especialmente observados: la relación de escalas en dichas construcciones y la transposición de relaciones geométricas de objetos entre el plan y el espacio. Este trabajo es parte del estudio de doctorado del autor y la practica tiene como principio discutir y evaluar, entre profesores y futuros profesores, un modelo de aprendizaje centrado en el alumno, con especial atención para sus aspectos de colaboración y desarrollo de estrategias múltiples de solución.*

**Resumo**

*A proposta desta oficina é apresentar aos participantes uma abordagem de modelagem*

---

<sup>5</sup> Nota del autor: El trabajo ha sido desarrollado originalmente en inglés, donde la expresión más habitual es *geometric modelling*. En portugués la forma más recurrente es *modelagem geométrica*, aunque aparece mucho más en el sentido de diseño asistido por computador (CAD) que asociado a la enseñanza de las matemáticas. En español he encontrado, a parte de *modelización geométrica*, algunas otras variaciones como *modelado geométrico* ó *modelación geométrico*, pero parecen ser menos usuales.

*geométrica a partir do uso combinado de recursos. Tendo como foco estruturas articuladas, dois modelos serão apresentados inicialmente. Em seguida, os participantes terão a possibilidade de realizar seus próprios modelos, em duas versões, física e digital. Para tanto, trabalharão com o kit educacional 4Dframe e também com o software de geometria dinâmica GeoGebra. O objetivo é identificar e discutir diferentes possibilidades para o ensino de matemática e ciências, em geral. Sob o ponto de vista matemático, dois aspectos são especialmente observados: a relação de escalas em tais construções e a transposição de relações geométricas de objetos entre o plano e o espaço. Como parte de projeto de doutorado do autor, esta prática tem como princípio, discutir e avaliar um modelo de aprendizagem centrada no aluno, com especial atenção ao seu aspecto colaborativo e de estratégias múltiplas de desenvolvimento.*

## **Introducción**

Modelización geométrica ha sido utilizado en distintos contextos, desde la creación de prototipos de fármacos a la potente industria cinematográfica, con las animaciones 3D. Sin embargo, podría tener más atención en clases, donde contribuiría en la preparación de jóvenes para demandas actuales como las mencionadas, por ejemplo. La expresión modelización geométrica en general está asociada al uso de técnicas digitales para la representación de objetos ó superficies, es decir, sus modelos virtuales. Por eso la vemos más como diseño auxiliado por computadoras (CAD - del inglés, *computer aided design*), cuyas tareas tratan de la aproximación de estructuras reales ya existentes ó en la idealización de nuevos modelos, buscando atender configuraciones requisitadas por el mercado ó por una necesidad particular. El tema es que normalmente la tratan en cursos muy específicos y dependen de conocimientos técnicos sofisticados, además de *software* que no suelen ser accesibles al público en general, sea por su especificidad técnica ó por valores de licencia de uso. Por su vez, el GeoGebra viene ganando aún más espacio en clases por su interface intuitiva y distintas posibilidades de uso. Eso hace con que algunas practicas pedagógicas hayan cambiado al largo de los últimos años. Además, por ser un *software* libre y con distintos materiales disponibles en la red para uno que quiera utilizarlo, ó mismo adaptarlo, GeoGebra ha sido una especial herramienta para el soporte del profesorado.

## **La Modelización Geométrica a través de la Geometría Dinámica**

Espacios de Geometría Dinámica (DGS, *del inglés dynamic geometry system*) como el GeoGebra pueden ser considerados como una oportunidad de convertir estudiantes en exploradores. Entre sus momentos investigativos, alumnos no solo crean, sino que son capaces también de desarrollar conjeturas, tan importante para el proceso científico. Muchos estudios han defendido su utilización (e.g. Schumann, 2004; Gawlick, 2005; Bu &

Hohenwarter, 2015) y destacan la importancia en trascender los cursos tradicionales de geometría, delante de la creciente y amplia aplicación de la geometría en días actuales. Es decir, no solo en cambios de enseñanza y aprendizaje, sino también en las practicas profesionales, con nuevas demandas, como las impresoras 3D, por ejemplo. Entre las perspectivas asociadas con la modelización geométrica, identificamos la resolución de problemas, formación conceptuales, construcciones, visualización espacial, entre otros tantos. Por ejemplo, GeoGebra permite diferentes puntos de vista de un mismo objeto y, más aún, hasta visualización de secciones transversales. Tales recursos son muy útiles para la aproximación entre representaciones 2D y 3D. Además, cambios de escalas de dichas construcciones pueden ser controlados por simples deslizadores, aunque exigen del creador una comprensión del comportamiento variable de sus objetos.

### **Enseñanza con Recursos Físicos y Digitales**

Alsina (2007) afirma que alumnos pueden tener buenas ideas a partir de las funcionalidades de objetos y eso les despierta también el proceso creativo. Gravina (1996) explica que DGS promueven las experimentaciones y generación de hipótesis en las representaciones digitales de objetos geométricos. Swan et al. (2007) defiende la idea del refinamiento del pensamiento con distintas representaciones de situaciones problema. En nuestro caso, el uso combinado y en paralelo de las representaciones físicas y digitales permiten que los autores observen y evalúen como las articulaciones se apoyan en relaciones matemáticas y que herramientas en ele software les pueden ser útiles para la representación digital a fin de tener una solución más “económica” (es decir, con menos objetos) y al mismo tiempo más precisa. Estudios recientes (e.g., Sinclair et al., 2016; Camou, 2012; Lesh and Sriraman, 2010) traen los efectos positivos de los diseños e implementación de un abordaje multirepresentacional para explorar objetos tridimensionales usando materiales reciclados, tecnologías computacional, sin abandonar el papel y lápiz. En este contexto, hemos procurado defender una propuesta que no solo suele integrar recursos, como también estrategias matemáticas (como algebra y geometría) de manera más natural al alumno.

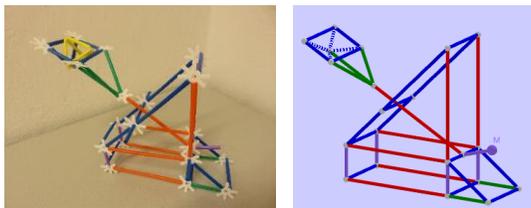
### **Resumen de la propuesta**

Esencialmente la actividad central del taller es proponer a los participantes que hagan el modelo digital y físico, con los recursos disponibles, de una estructura a ser compartida (no revelada anteriormente). El reto consiste en preservar tanto cuanto sea posible los movimientos de sus elementos básicos, así como mantener la coherencia entre las dos construcciones. Todas las construcciones desarrolladas en el taller son constituidas esencialmente de puntos y segmentos de reta, inspiradas en el material físico (4Dframe) a ser

utilizado y como muestran los modelos adelante.

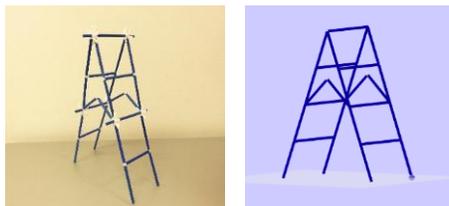
Para tanto, la actividad está programada para ocurrir en las siguientes etapas:

**Etapa I (50 min):** Dividida en dos tiempos, se destina en compartir dos ejemplos ya desarrollados en experiencias previas (físico y digital), así como su proceso de construcción. Con la presentación de la catapulta (Figura1), la idea es explorar las herramientas y estrategias utilizadas, conectadas a discusiones conceptuales siempre que posible.



**Figura 1:** la catapulta representada en ambos formatos, con 4Dframe e GeoGebra

El desarrollo de la escalera (Figura 2) trae la perspectiva de promover un ambiente colaborativo de construcción, donde los participantes son incentivados a tomaren parte de la construcción con sus contribuciones. Durante el proceso, esperase valorar las distintas posibilidades de obtención del modelo. Así como en el ejemplo anterior, la exploración será no solo con la herramienta, sino también conceptual.



**Figura 2:** La escalera representada en ambos formatos, con 4Dframe e GeoGebra, respectivamente. Para interactuar con los ejemplos presentados, visite <https://www.geogebra.org/m/xCxJUyxx>.

**Etapa 2 (20min):** en conjuntos de dos o tres, los participantes tendrán oportunidad de manipular el material disponible para que puedan hacer sus propios modelos, que deben ser reproducidos digitalmente en la etapa siguiente.

**Etapa 3 (90 min):** es donde se concentra la mayor parte del taller, con el modelo digital a ser desarrollado en el GeoGebra por los mismos grupos que hicieron el montaje en la etapa anterior y supervisada por el ministrante. Como ejercicio, la idea es que traten de hacer con que las representaciones de los modelos sean mas próximas posible. Eventuales ajustes en el modelo físico aún podrán ser llevados en cuenta si los participantes consideraren conveniente.

**Etapa 4 (20 min):** en los minutos finales, habrá una breve discusión con los participantes respecto a la experiencia realizada, evaluando sus puntos positivos y negativos.

### **Recursos**

Más que presentar un abordaje con modelización geométrica entre profesores y futuros profesores, el taller tiene por finalidad también: (i) promover un espacio colectivo de construcción, donde los participantes interactúen con diferentes perspectivas ó ideas de solución; (ii) hacer uso de la a experiencia para rediseñar y mejorar la propuesta para aplicaciones futuras.

Como recursos digital e físico, respectivamente, serán utilizados esencialmente el GeoGebra, ya presentado, y el 4Dframe, que es un material educacional de fácil manipulación, permitiendo montajes y desmontajes rápidas y llenas de posibilidades a través de sus “pajillas” y conectores flexibles y multifuncionales.

### **Reflexiones**

La practica a ser desarrollada por los participantes por cierto suscitará la exploración natural de distintos comandos del *software* GeoGebra. En particular, destacamos que algunos de los recursos del programa deben tener especial atención por el carácter de la tarea, como: (i) representación 3D, (ii) visualización transversal y (iii) deslizador, por ejemplo. Todos tienen objetivos bien planteados, aunque la propuesta permita otras perspectivas a parte. Mientras los dos primeros visan las posibles correlaciones en transcender de la geometría plana a la espacial, el tercer tópico trata de explorar conceptos de semejanzas, escalas y razonamiento funcional, por ejemplo. Sin embargo, conviene notar que no hay ningún requisito previo para la realización del taller. Por fin, se espera que además de compartir ideas para utilización de nuevos recursos en la enseñanza de matemáticas, la actividad sea una oportunidad de promover una reflexión de los papeles de los profesores y de los alumnos en clase.

### Referencias bibliográficas

Alsina, C. (2007) Less chalk, less words, less symbols more objects, more context, more actions. In W. Blum, P. L. Galbraith, H-W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 35–44). New York, NY: Springer.

Bu, L., & Hohenwarter, M. (2015). Modeling for Dynamic Mathematics: Toward Technology- Integrated Aesthetic Experiences in School Mathematics. In X. Ge et al. (Eds.), *Emerging Technologies for STEAM Education* (pp. 355–379). Switzerland: Springer.

Camou, B.J. (2012). High school students learning of 3D geometry using iMAT (integrating Multitype-representations, Approximations and Technology) engineering. Doctoral dissertation of University of Georgia.

Gawlick, T. (2005). Connecting Arguments to Actions Dynamic Geometry as Means for the Attainment of Higher van Hiele Levels. *ZDM*, 37, pp.361–370.

Gravina, M. A. (1996). Geometria Dinâmica – uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. *Anais do Simposio Brasileiro de Informatica na Educacã o*, pp.1–13. Belo Horizonte, Brazil.

Lesh, R., & Sriraman, B. (2010). Re-conceptualizing Mathematics Education as a Design Science. In B. Sriraman & M. Niss (Eds.), *Theories of Mathematics Education* (pp. 123–146). New York, NY: Springer.

Schumann, H. (2004). Reconstructive Modelling inside Dynamic Geometry Systems. *EduMath* 19.

Sinclair, N. et al. (2016). Recent research on geometry education: an ICME-13 survey team report. *ZDM Mathematics Education*, 48, pp.691–719.

Stein, M. K., Engle, R., Smith, M., & Hughes, E. (2008). “Orchestrating Productive Mathematical Discussions Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell”. *Mathematical Thinking and Learning*, 10, pp.313–340.

Swan, M., Turner, R., Yoon, C., & Muller, E. (2007) The roles of modeling in learning mathematics. In W. Blum, P. L. Galbraith, H-W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 275–284). New York, NY: Springer.