T-922

GEOMETRIA FRACTAL: ESTUDO E CONSTRUÇÕES DE MODELOS USANDO MATERIAL MANIPULÁVEL E SOFTWARES MATEMÁTICOS

Karla Aparecida Lovis – Ana Eliza Pescini – Eliane Suely Everling Paim – Andriceli Richit – Douglas Meneghatti
karla.lovis@ifc-concordia.edu.br – anaeliza97@hotmail.com – eliane.paim@ifc-concordia.edu.br – andriceli.richit@ifc- concordia.edu.br – douglas.meneghatti@ifc-concordia.edu.br
Instituto Federal Catarinense – Campus Concórdia – Brasil

Modalidade: T
Nível Educativo: Formação e atualização de ensino
Tópico: Recursos para o ensino e aprendizagem das matemáticas
Palavras-chave: Geometria Fractal, Softwares Matemáticos, Material Manipulável.

Resumo:
O objetivo deste trabalho é apresentar possibilidades para o uso da Geometria Fractal no Ensino de Matemática. A Geometria Fractal ainda é pouco abordada nas salas de aulas, tanto na escola básica, quanto no ensino superior, e como justificativa os professores apontam para a falta de conhecimento com relação a este conteúdo. No entanto, considera-se que esta Geometria tem sua importância e potencialidades, o que justifica seu ensino. Deste modo, nos propomos com esta apresentação explorar questões teóricas referentes aos Fractais bem como a construção de modelos tanto com softwares Matemáticos, como com material manipulável. Sendo assim esperamos que o presente trabalho ofereça subsídios para que os participantes conheçam um pouco mais sobre a Geometria Fractal e possam propor explorações para a sala de aula, tanto do ensino básico, quanto do ensino superior.

Introdução:

Ao analisar as dificuldades que os alunos apresentam na disciplina de matemática, D'Ambrósio (1996, p. 43) destaca que "a Matemática é a mais antiga das Ciências, por isso ela é difícil. Porque já caminhou muito, já sofreu muitas rupturas e reformas, possuindo um acabamento refinado e formal". Além disso, é recorrente a percepção de que a Matemática é limitada à sala de aula e que está desvinculada aos contextos do cotidiano, seguindo a ideia de que a Matemática está restrita a fórmulas, memorização e reprodução. Porém é uma área de conhecimento que possui diversas aplicabilidades no nosso dia a dia, sendo a Geometria Fractal um exemplo. Destaca-se que esta Geometria aparece vinculada fortemente a inúmeras áreas do conhecimento, auxiliando vigorosamente em resultados satisfatórios e precisos.

ISBN 978-84-945722-3-4

No que se refere à Geometria Fractal, observa-se que ela está inserida em poucos planos de cursos, tanto da educação básica, quanto do ensino superior. No entanto, ela tem sido desenvolvida e resultados eficazes estão aparecendo em prol de diversas áreas. Neste contexto, Santaló (2006), destaca que, nas últimas décadas, a Geometria Fractal tem,

> [...] despertado muito interesse pelo seu amplo espectro de aplicações, desde as artes plásticas até a física, a biologia e a astronomia, e que tem muitos vínculos com a computação e, também, com as teorias 'caóticas' que estão se desenvolvendo conjuntamente a partir da física e da filosofia (SANTALÓ, 2006, p. 22).

O precursor da Geometria Fractal, o matemático Benoit Mandelbrot criou a primeira definição de Fractais por volta da década de 80. Barbosa expõe que "a geometria fractal de Mandelbrot reflete uma natureza de irregularidades, de reentrâncias, saliências e depressões, de fragmentação" (Barbosa, 2002, p.12).

Considerando o exposto, o presente trabalho tem como intuito apresentar possibilidades de aplicações da Geometria Fractal na educação básica, principiando com um breve panorama da teoria fractal e caminhando para a construção de modelos com materiais manipuláveis e softwares matemáticos.

Características dos Fractais

As Geometrias, em geral, oferecem ao professor e ao educando diferentes formas de pensar, de compreender, descrever e interagir com o espaço no qual vivemos. Lorenzato (1993) expõe que não basta conhecer bem a Aritmética ou Álgebra para conseguirmos resolver problemas de Geometria Euclidiana, por exemplo, é preciso desenvolver diferentes maneirar de raciocinar, de explorar e descobrir.

A Geometria Fractal apresenta três características principais: a auto-semelhança, a dimensão fracionária e complexidade infinita.

No que se refere a auto-semelhança ou auto similaridade, Barbosa (2002) expõe que esta característica busca explicar o traçado de formas irregulares, fragmentadas, de saliências e depressões, além de apresentar o impacto de surpresa de ordem existente na desordem. Ela

ISBN 978-84-945722-3-4

traz consigo o ver ordem e padrões aonde antes era apenas visto irregularidades, o imprevisível, o caótico. Para Barbosa,

> Nessas quatro ou cinco décadas vimos o nascimento e o subsequente desenvolvimento de uma nova ciência, denominada CAOS. Biólogos, físicos, economistas, astrônomos, meteorologistas, ecologistas, fisiologistas e cientistas de várias outras especialidades se depararam com questões oriundas da natureza, procurando dar enfoque mais adequados à sua complexidade (BARBOSA, 2002, p. 10).

Na figura 1 temos o exemplo do Triângulo de Sierpinski. Partimos de uma triângulo equilátero, após encontrar o ponto médio de cada lado do triângulo, constrói-se quatro triângulos equiláteros e remove o triângulo central. Posteriormente faz o mesmo procedimentos formando novos triângulos equiláteros e assim sucessivamente.

Figura 1: Triângulo de Sierpinski
Fonte: Autores, 2017

A dimensão de um Fractal, ao contrário do que acontece na Geometria Euclidiana, não é necessariamente um número inteiro; ela pode ser um número fracionário. Para exemplificar a dimensão fractal vamos analisar a dimensão de um cubo, de um quadrado e de um segmento de reta que tem respectivamente dimensões 3, 2 e 1 e possuem propriedade de auto-similariedade. As três imagens a seguir podem ser repartidas em objetos auto-similares:

ISBN 978-84-945722-3-4

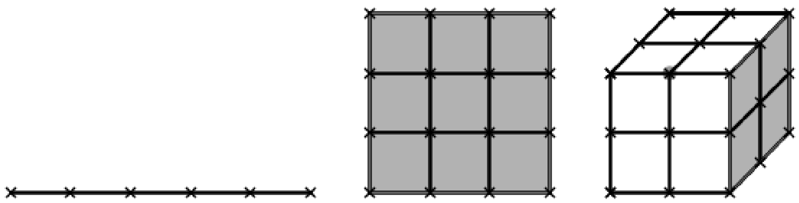


Figura 2 – Dimensões em inteiros
Fonte: Autores

Na figura 2 observamos as seguintes divisões: um segmento de reta dividido em 5 partes; um quadrado dividido em 9 quadrados congruentes, repartindo o lado em 3 partes; um cubo dividido em 8 cubos menores, dividindo cada aresta em 2 partes. Cada peça menor é auto-similar ao todo, portanto, para que cada peça fique igual ao todo devemos ampliá-la por um fator de aumento igual a respectivamente a 5, 9 e 8. Em geral, o número n de peças é dado por $n = m^D$, na qual m é o fator de aumento e D é a dimensão.

Com relação a complexidade infinita, temos que o processo gerador dos Fractais é recursivo, tendo um número infinito de iterações. Também podemos ampliar quantas vezes desejarmos sem nunca obtermos a imagem final. Essas três principais características dos Fractais serão exploradas com mais profundidade no decorrer do minicurso.

Construções da Geometria Fractal

O presente trabalho tem como objetivo central a inserção da Geometria Fractal a sala de aula, trazendo esta nova ciência próxima ao conhecimento dos alunos, uma vez que a mesma está sendo inserida cada vez mais as diversas áreas.

A construção de um Fractal pode ser realizada por meio de materiais manipuláveis, bem com softwares, explorando assim recursos distintos, desfrutando das demais afinidades e complexidade dos alunos.

A construção dos Fractais pode ser realizada com diversos softwares, tais como, GeoGebra, MATLAB, entre outros, os quais auxiliam na visualização do modelo Fractal, possibilitando o entendimento complexo e aguçando a curiosidade sobre novas alternativas de construção de modelos de fractais.

ISBN 978-84-945722-3-4

Destaca-se a construção do Floco de Neve de Koch, que foi desenvolvido pelo matemático Helge Von Koch. Na figura 3 apresetamos alguns níveis do Floco de Neve de Koch.

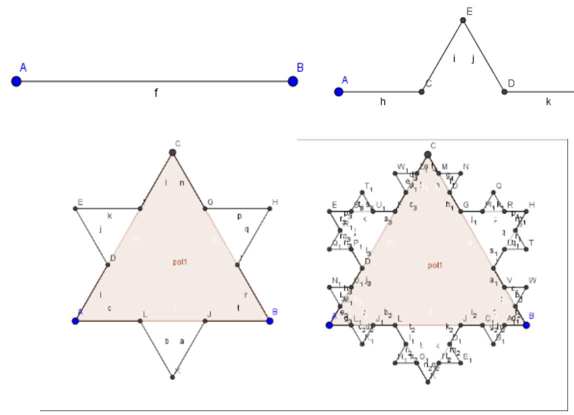
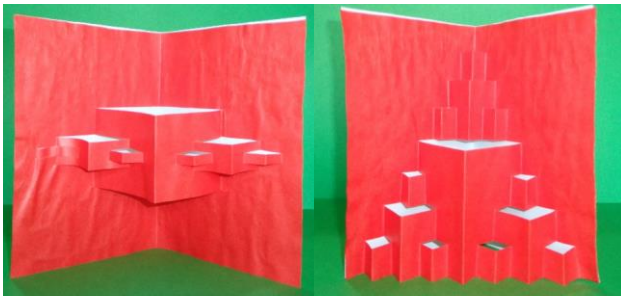


Figura 3: Floco de Neve
Fonte: Autores, 2017

O floco de neve de Koch é um Fractal obtido por meio de um triângulo equilátero. Cada lado do triângulo é dividido em três partes iguais e a do meio é substituída por um triângulo equilátero sem um dos lados. Ao estudar o Floco de Neve de Koch percebe-se que ele tem um perímetro infinito e uma área finita. Durante o Taller será construído este modelo usando o GeoGebra.

Outra possibilidade para construção de modelos de fractais é com o uso de material manipulável. No decorrer do Taller serão construídos dois cartões fractais, nos quais serão explorados padrões, conceitos de medidas, áreas, perímetro e auto-semelhança. Os exemplos de cartões estão na figura abaixo.



ISBN 978-84-945722-3-4

Figura 4: Cartão Fractal
Fonte: Autores, 2017

Destaca-se que as construções por intermédio de materiais manipuláveis colaboram para a percepção a quem possui maior afinidade com métodos manuseáveis, explorando a visualização real e palpável das construções dos modelos fractais.

Procura-se indagar os alunos, afrontando seus saberes e provocando-os a pensar sobre as diversas áreas em que a mesma poderia ser aplicada, despertando o ser crítico de cada discente. Sobre isto, Picolli (2006, p. 07) comenta

> A realidade das salas de aula aponta para um ensino muitas vezes descontextualizado; os alunos não chegam, em geral, a fazer uma relação entre os assuntos estudados na escola e suas vivências extra-escolares, e, por isso, talvez, acabem por, simplesmente, memorizar conceitos prontos, regras, fórmulas que perdem o significado no cotidiano. Percebe-se, assim, a necessidade de aproximar escola e aluno.

Desta forma, a variabilidade de métodos utilizados para a abordagem da geometria fractal possibilita ao aluno melhor entendimento, assim também estimulando nos discentes a argumentação.

A articulação entre a Geometria Euclidiana e a Geometria Fractal, possibilita compreender o porquê de os fractais estarem presentes em diversas disciplinas, bem como na biologia, em que há bactérias e plantas fractais, conhecidas por nós, brócolis e samambaia são exemplo a serem apontados. Além dos fractais estarem presentes também na fisiologia fractal, eles estão expostos na estética, já que possuem medidas numéricas ou estatísticas que são preservadas em diferentes escalas.

Considerações Finais

Diante dos argumentos expostos, considera-se que o estudo da Geometria Fractal, perpassa a compreensão de elementos da geometria euclidiana, possibilitando assim uma abrangência maior para o estudo e entendimento das diversas geometrias, as quais numerosamente são vistas como assuntos complexos e de árduo entendimento.

ISBN 978-84-945722-3-4

Buscaremos ao final do desenvolvimento do presente taller, discutir e construir modelos fractais por meio de materiais manipuláveis e softwares matemáticos de modo a contribuir com professores em serviço, futuros professores e estudantes no que diz respeito ao estudo de elementos relacionados com a Geometria Fractal.

Referências Bibliográficas

BARBOSA, R. M. *Descobrindo a Geometria Fractal para a sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

D'AMBROSIO, U. *Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática*. Campinas: Unicamp, 1996.

LORENZATO, S. *Por que não ensinar Geometria?* A Educação Matemática em Revista, São Paulo, v. 4, n. 4, p. 3-13, 1995.

PICCOLI; L. A. P. *A construção de conceitos em matemática: uma proposta usando tecnologia de informação*. 2006. Disponível em: <http://meriva.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/2977/1/000383787-Texto%2BCompleto-0.pdf> Acesso em: 23/Mar/2017.

SANTALÓ, L. A. Matemática para não-matemáticos. In: SAIZ, Irma; PARRA, Cecilia (Org.). *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*. Tradução: Juan Acuna Llorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 2006.

ISBN 978-84-945722-3-4