ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS, 34.1 (2016): 173-192
Investigaciones didácticas
http://dx.doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1765
ISSN (impreso): 0212-4521 / ISSN (digital): 2174-6486

Instrucción en el uso de esquemas para la resolución de problemas aditivos a estudiantes con necesidades educativas especiales

Instruction on use of schematic diagrams in solving addition word problems for students with special educational needs

Laura Ramos, Encarnación Castro, Elena Castro-Rodríguez
Universidad de Granada
24.lauri@gmail.com, encastro@ugr.es, elenacastro@ugr.es

RESUMEN • Se presenta un estudio basado en el trabajo de tres estudiantes (17-18 años) con necesidades educativas especiales a los que se les hace una instrucción directa sobre situaciones y problemas aritméticos verbales de suma y resta, de una etapa, mediante el uso de esquemas visuales. El trabajo tiene como objetivo explorar si influye en dichos estudiantes este modelo de implementación de los problemas. Los tres estudiantes presentan tipologías diferentes, por lo que se trata de un estudio de tres casos. El análisis de los datos ha mostrado influencia positiva en los tres estudiantes.

PALABRAS CLAVE: necesidades educativas especiales; problemas aritméticos verbales aditivos; esquemas.

ABSTRACT • We present a study based on the work of three students (17-18 years old) with special educational needs who have been instructed about how to solve situations and arithmetic word problems (addition and subtraction) situations and one-step arithmetic world problems using schematic diagrams. The aim of the study is to explore how this model of instruction influences students. As the three students present different typologies so there are three cases. Data analysis has shown positive influence on the three students.

KEYWORDS: special educational needs; arithmetic word problems; schematic diagrams.

Recepción: abril 2015 • Aceptación: septiembre 2015 • Publicación: marzo 2016

INTRODUCCIÓN

En nuestra sociedad actual, las matemáticas impregnan los diferentes ámbitos de la vida cotidiana: la casa, la escuela, la comunidad, el trabajo. Las personas, para poder desenvolverse en los ámbitos señalados, han de adquirir un conocimiento matemático. De ahí que las leyes educativas aludan a la alfabetización matemática y a la resolución de problemas (LOE, 2006, Título I). En el preámbulo de la citada ley encontramos: «Lograr que todos los ciudadanos puedan recibir una educación y una formación de calidad, sin que ese bien quede limitado solamente a algunas personas o sectores sociales» y en el artículo 1 (sobre principios), un principio incide en la calidad y otro en la equidad:

a) La calidad de la educación para todo el alumnado, independientemente de sus condiciones y circunstancias.
b) La equidad, que garantice la igualdad de oportunidades, la inclusión educativa y la no discriminación y actúe como elemento compensador de las desigualdades personales, culturales, económicas y sociales, con especial atención a las que deriven de discapacidad (LOE, 2006, Artículo 1).

Uno de los escenarios más difíciles para el principio de equidad implica a los estudiantes en riesgo, de educación especial o con problemas de aprendizaje, ya que, como indican Woodward y Brown (2006), los efectos beneficiosos de los desafíos matemáticos que representa la resolución de problemas, en estos estudiantes, son a menudo anecdóticos.

La resolución de problemas se considera parte destacada en la formación matemática, en los currículos oficiales y en la comunidad educativa. Schimizzi (1988) indica que los currículos de diferentes países recomiendan que la resolución de problemas sea el foco principal de las matemáticas escolares, y las comunidades de investigadores y educadores están de acuerdo en que la resolución de problemas es una parte sustancial de la disciplina matemática y crucial para la comprensión de esta materia (Castro, 2008; Lester, 1994; Mayer, 1980; Puig y Cerdán, 1988; Polya, 1981; Schoenfeld, 1985; Schoenfeld y Kilpatrick, 2008). La psicología percibe la resolución de problemas como uno de los aspectos más importantes del desarrollo cognitivo de los estudiantes, como aprendices de matemáticas (Sweeney, 2010), siempre que la resolución de problemas sea considerada una actividad que implica pensar y usar conocimiento, algo más que usar operaciones numéricas. Para diferentes autores, la resolución exitosa de problemas no requiere solo una respuesta operatoria recuperada de la memoria, sino que es algo mucho más complejo que entraña la integración de varios procesos. Para Mayer (1980), la resolución de problemas exige la coordinación de diferentes formas de conocimiento: lingüístico, que permite codificar expresiones presentes en el problema; reconocimiento del esquema común a todos los problemas de su clase; conocimiento algorítmico, que hace posible realizar los procedimientos adecuados; y conocimiento de estrategias sobre la manera de abordar los problemas. También Schoenfeld (1985) presenta cuatro factores que contribuyen al éxito en la resolución de problemas: conocimiento matemático, conocimiento de heurísticos, afectos, y capacidad de gestión relacionada con la selección y ejecución de estrategias adecuadas.

Por su complejidad, la resolución de problemas presenta un desafío para muchos estudiantes y suscita que aquellos con dificultades de aprendizaje no obtengan resultados aceptables cuando se enfrentan a esta tarea; frente a la postura que atribuye la dificultad de la resolución de problemas a las diversas variables de tareas: contenido, contexto, estructura, sintaxis, heurístico (Goldin y McClintoch, 1979). La postura defendida por Lester (1994) es que la dificultad de los problemas no está tanto en función de las variables de tarea, sino más bien en las características del resolutor.

Estudiantes con necesidades educativas especiales

La Ley orgánica de Educación de 2006 (LOE) aplica el término «necesidades educativas especiales», para referirse a aquel estudiante que, en comparación con sus compañeros, se encuentra muy por debajo o muy por encima en cuanto a habilidades cognitivas, y requiere, por ello, que se incorporen apoyos a su proceso de aprendizaje. Prescindiendo de los alumnos que se encuentran por encima de sus compañeros en habilidades cognitivas, entre los que requieren apoyo educativo se encuentran: los que presentan alguna discapacidad psíquica, sensorial, física o de lenguaje; los que se han incorporado tarde al sistema educativo por cualquier razón; y aquellos alumnos con condiciones personales conflictivas de cualquier tipo. Ahora bien, los datos muestran que las tres cuartas partes de los estudiantes que reciben apoyo escolar en centros ordinarios no presentan ninguna alteración orgánica ni física (Núñez, 2008), pero tienen dificultades para aprender. Los estudiantes con dificultades de aprendizaje muestran limitaciones de capacidad estructural, lo que influye en el tipo y cantidad de información que manejar y reduce la que puede llegar a adquirir; revelan deficiencias en la metacognición acerca de sus propios procesos cognitivos y métodos ejecutivos; así como limitaciones en procesos de transferencia de unas tareas a otras; y generalización de situaciones (Fierro, 1987). Con frecuencia, las dificultades de aprendizaje se manifiestan en las matemáticas, especialmente en la resolución de problemas (Montague, 1991; Parmar, Cawley y Frazita, 1996). En numerosas ocasiones sucede que un bajo rendimiento puede ser el resultado de factores como la falta de motivación, instrucción inadecuada, problemas emocionales, o absentismo escolar (Rosenzweig, Krawec y Montague, 2011). Algunos de estos factores van unidos. Por ejemplo, los estudiantes que llegan a la escuela preparados para aprender y no reciben instrucción eficaz, se quedan rezagados y se desmotivan.

Investigación en este ámbito

La literatura sobre la investigación efectuada con estudiantes que presentan dificultades de aprendizaje revela la complicación que supone investigar sobre dificultades matemáticas en estudiantes que necesitan atención especial. Varios factores se señalan: la amplitud y complejidad del campo de las matemáticas, la naturaleza de las necesidades específicas del estudiante que es muy diversa, las diferentes discapacidades cognitivas que pueden darse, las diversas formas de instrucción (Geary, Brown y Samaranayake, 1991). Esta complicación ha podido influir en la escasa investigación realizada en este ámbito. Se manifiesta que, comparativamente con lo que ocurre con las dificultades en la lectura, la investigación sobre dificultades en el aprendizaje de matemáticas se ha mantenido relativamente descuidada. A pesar de su prevalencia en los estudiantes, las dificultades en matemáticas han sido foco de menos estudio sistemático que la dificultad lectora. Pocos estudios empíricos se han llevado a cabo sobre los mecanismos cognitivos que pueden contribuir a una dificultad en el aprendizaje matemático (Fuchs y Fuchs, 2005), a pesar de que se ha aprendido mucho acerca de la adquisición de conceptos y procedimientos matemáticos básicos en niños sin dificultades. Se critica que la investigación realizada se haya centrado desproporcionadamente en la adquisición de hechos numéricos básicos, en los algoritmos de la suma y la resta de números de uno o dos dígitos (Bruno y Noda, 2010), y en problemas aritméticos verbales de un solo paso que involucran suma y resta. Todos ellos conceptos ubicados en los primeros cursos escolares. En cuanto a los sujetos participantes en dichos estudios, Parmar, Cawley y Frazita, (1996) destacan que la mayoría de las investigaciones han sido realizadas con sujetos cuyas dificultades son debidas a discapacidades.

La investigación realizada sobre resolución de problemas ha puesto de manifiesto que los estudiantes con dificultades de aprendizaje se desempeñan en niveles significativamente más bajos que aquellos sin dificultad. El desempeño es aún más bajo en problemas cuyo planteamiento presenta lenguaje indirecto, contiene información superflua, o requieren más de una etapa en su solución (Parmar, Cawley y Frazita, 1996). Estos alumnos tienden a sobreestimar su capacidad matemática (Garrett, Mazzocco y Baker, 2006; Rosenzweig, Krawec y Montague, 2011), ejecutan rápidamente el proceso y presentan déficits en este (Fuchs y Fuchs, 2002; Geary, 2004; Rosenzweig, Krawec y Montague, 2011). Además, tienden a responder impulsivamente, utilizar ensayo y error, no suelen verificar la solución ni evaluar las respuestas y tienen dificultad con el vocabulario matemático (Bryant, Bryant y Hammill, 2000); proporcionan mayor número de soluciones incorrectas en los problemas y hacen uso de estrategias menos avanzadas (Geary, 2004).

Parte de la investigación realizada ha tratado de estudiar la efectividad de enseñar estrategias para la resolución de problemas verbales de una sola etapa a niños con dificultad de aprendizaje por discapacidad o estudiantes en riesgo. Destacan los trabajos de dos grupos, uno liderado por Jitendra y el otro, por Fuchs. En la mayoría de los trabajos del grupo de Jitendra (Jitendra, 2002, 2011; Jitendra *et al.*, 1997; Jitendra *et al.*, 2007; Jitendra *et al.*, 2013; Jitendra y Xin, 1997; Xin *et al.*, 2005), se realiza una intervención sobre resolución de problemas basada en la teoría del esquema de la psicología cognitiva mediante instrucción directa. Los trabajos del grupo de Fuchs (Fuchs y Fuchs, 2002, 2005, 2006; Fuchs *et al.*, 2009; Fuchs *et al.*, 2010; Powell, 2011) están ligados a la instrucción con esquemas de ampliación. Ponen su énfasis en la transferencia de lo aprendido a otros problemas con características diferentes a los tipos trabajados (problemas con información irrelevante, información relevante presentada fuera de la narrativa en figuras o tablas, presentación de problemas en el contexto de la vida real). Los dos enfoques tienen en común el que la intervención implica que los estudiantes puedan mirar más allá de las características superficiales del problema, centrándose en su estructura subyacente (Jitendra *et al.*, 2013). En los dos casos, se trata de investigación experimental con contrastes de los resultados obtenidos en grupos de alumnos que reciben distinto tratamiento.

Objetivo

Atendiendo a los estudiantes con necesidades de apoyo educativo, que presentan dificultades para resolver problemas aritméticos verbales de una etapa, la revisión de la literatura de investigación comentada nos llevó a cuestionarnos si a nuestros alumnos el uso de esquemas para resolver dichos problemas les ayudaría a mejorar su desempeño en esta tarea. Para dar respuesta a nuestra cuestión, diseñamos un experimento de enseñanza (Molina, Castro, Molina y Castro, 2011) basado en la instrucción directa o explícita (González-Peiteado, 2013) y apoyado por esquemas. Nuestro propósito es estudiar si una instrucción directa empleando esquemas facilita la resolución de problemas aditivos de una etapa a tres alumnos con dificultades especiales de aprendizaje, y también analizar el proceso de diseño de instrucción y su implementación, para mejorarlo y refinarlo con vistas a llevarlo nuevamente a la práctica.

MARCO TEÓRICO

Problemas aritméticos verbales y su trabajo en la escuela

Problema aritmético verbal (o con historia) es aquel que contiene una presentación lingüística, la cual plantea una situación hipotética, contiene elementos numéricos y describe alguna relación entre ellos (Castro, Rico y Gil, 1992; Puig, y Cerdán, 1988; Riley, Greeno, y Heller, 1983). Estos problemas se resuelven mediante operaciones aritméticas, y cuando se requiere una sola operación se dice «problema de una etapa». Si la operación es suma o resta se trata de un problema aditivo (Vergnaud, 1982). Los problemas aditivos de una etapa están asociados a situaciones que involucran tres datos numéricos, de modo que el problema se produce cuando se desconoce uno de ellos. Entre estos problemas se diferencian tipos dependiendo de lo que la narración indica que sucede (Powell, 2011). La mayoría de estos problemas son clasificados en cuatro tipos: cambio, combinación, comparación e igualación (Carpenter y Moser, 1984; De Corte, Verschaffel y De Win, 1985; Nesher y Katriel, 1977; Nescher, Greeno y Riley, 1982; Riley, Greeno y Heller, 1983), esta clasificación se establece basándose en la teoría de los esquemas cognitivos de la psicología y la comprensión mostrada por estudiantes de educación primaria al resolver los problemas. Como la posición de lo desconocido puede ser cualquiera de los tres elementos, el número de enunciados posibles es elevado.

Se aconseja trabajar los problemas verbales por los beneficios que aportan a los escolares en la comprensión del uso de las matemáticas en la vida real. Los escenarios mostrados en la presentación lingüística suelen describir eventos que ocurren fuera del aula y proporcionan preguntas que desafían a los estudiantes a aplicar el pensamiento matemático a situaciones cotidianas (Bates y Wiest, 2004; Mancl, 2011). Podría pensarse que la resolución de problemas aritméticos verbales aditivos de una sola etapa, tarea propia de los primeros cursos escolares, es un conocimiento sencillo que todos los estudiantes adquieren sin esfuerzo, pero no es así con aquellos que presentan dificultades de aprendizaje. Resolver con éxito un problema requiere traducir e integrar la información del problema en una representación mental coherente que media en la resolución (Mayer, 1980). Muchos estudiantes tienen dificultades para realizar esa integración, por lo que la construcción de un esquema que represente la situación expuesta en el texto puede facilitar la construcción mental adecuada que permita resolverlo eficazmente (Tzur *et al.*, 2013).

Esquema

Un esquema, según Hershkovitz y Nesher (2003), es un desarrollo lógico innato, un medio de percibir el mundo, como un patrón de acción, una estrategia para la solución de un cierto tipo de problemas. Para Marshall (1995), se trata de un marco, o plan, para resolver un problema, que puede ser expresado mediante una representación visual o esquema. El esquema ha de contener los datos del problema organizados, manifestando las relaciones entre ellos (Hershkovitz y Nesher, 2003). La representación gráfica del esquema como soporte concreto permite la utilización de las relaciones y conexiones internas que en este se manifiesta (Willis y Fuson, 1988). Ha de ser común a un tipo de problemas que comparten la misma estructura subyacente y requieren procesos de soluciones similares (Gick y Holyoak, 1983). Por tanto, aun siendo los esquemas elementos innatos y abstractos, es posible fomentar la construcción de esquemas en los estudiantes, trabajando con su representación gráfica. Esta es una herramienta potente que permite analizar un problema verbal dado, en términos del esquema abstracto subyacente. El uso de esquemas en la resolución de problemas proporciona una posibilidad para que los estudiantes den significado a la tarea, poniendo menos énfasis en la memorización de hechos y habilidades de cálculo, como suele ocurrir en educación especial (Jitendra, DiPipi y Perron-Jones, 2002).

MÉTODO

Los objetivos planteados los abordamos mediante un estudio exploratorio de carácter descriptivo. Para obtener información, hemos diseñado e implementado una intervención directa sobre resolución de tres tipos de problemas aritméticos verbales aditivos: cambio, combinación y comparación. No incluimos los problemas de igualación debido a que su esquema coincide con el de cambio. Una vez realizada la intervención, exploramos las reacciones, ante tal aplicación, de tres alumnos que presentan dificultades de aprendizaje; por presentar estos tres estudiantes tipologías diferentes, se puede considerar esta investigación un estudio de tres casos.

Participantes

Los participantes en este estudio son tres alumnos integrantes de un grupo de 14 jóvenes de 17 a 18 años de edad que durante el curso académico 2013-14 realizaron tareas escolares en un centro especial que alberga estudiantes que cumplen algún tipo de medida judicial. Estos estudiantes normalmente cursan estudios en diferentes institutos, y durante el tiempo que la justicia lo estipula lo hacen en el centro especial indicado. El hecho de tomar solo estos tres alumnos se debe a la coincidencia de estos en su periodo de permanencia en el centro, durante el tiempo de realización del trabajo de campo. Los identificamos por E1, E2, E3. La tabla 1 recoge información de estos tres alumnos.

Tabla 1.
Caracterización de los sujetos del estudio

	Estudiantes		
Variables	E1	E2	E3
Edad	18	18	17
Matrícula	1.º ESO	1.º ESO	No matriculado
NC	3. er ciclo primaria	2.º ciclo primaria	2.º ciclo primaria

Nota. ESO = educación secundaria obligatoria; NC = nivel curricular.

Se observa que ninguno de los tres ha aprobado asignatura alguna de 1.º de ESO, nivel escolar en el que dos de ellos están matriculados; solo asignaturas de educación primaria. La información que de ellos se tiene indica: alto grado de absentismo escolar, poca motivación e interés por el aprendizaje y el estudio, y comportamiento no adecuado en la institución escolar. Los tres abandonan su centro escolar antes del ingreso en este centro especial. E3 ha sido diagnosticado con necesidad educativa especial. En los meses anteriores al desarrollo de la experiencia, un grupo de estudiantes en el que se encontraba E1, han estado trabajando los algoritmos de la multiplicación y la división con números de varias cifras y resolviendo problemas mediante dichos algoritmos. Los estudiantes E2 y E3, integrados en un grupo con necesidad de adaptación curricular especializada, han estado trabajando los algoritmos de la suma y la resta y resolviendo problemas mediante dichas operaciones.

Nuestra intervención fue realizada por la primera de las autoras de este artículo, profesora del centro especial, la cual imparte docencia de matemáticas a varios grupos de estudiantes de dicho centro.

Instrumentos de recogida de datos

Hemos utilizado el test de Raven (1975), una prueba de resolución de problemas aritméticos verbales aditivos, realizando grabaciones en audio de la interacción producida entre profesora-investigadora y alumnos, y entre los alumnos durante la instrucción directa.

Test de Raven. El test de Raven o Test de Matrices Progresivas tiene como objetivo medir la capacidad intelectual en actividades de observación, comparación y pensamiento racional (Raven, 1975).

Prueba de problemas aritméticos verbales aditivos. Esta prueba la hemos construido expresamente para la investigación y ha sido aplicada en dos momentos: (*a*) momento primero, para valorar el desempeño de los tres alumnos, y (*b*) momento segundo, tercera fase de la instrucción explícita (véase apartado de la intervención). Para la realización de esta prueba consideramos las siguientes variables de tarea: (*a*) tipos de problemas (cambio, combinación y comparación); (*b*) números que aparecen en el problema (naturales, 2 o 4 cifras); (*c*) lugar de la incógnita en la ecuación que resuelve el problema (tres posibilidades); orden del enunciado (coincidiendo o no con el orden de la ecuación y la posición de la incógnita). Dado que todas las combinaciones posibles de estas variables proporcionan un número elevado de problemas, algunas de las combinaciones se han suprimido. Con el objetivo de romper la reiteración de los problemas de suma y resta, se introdujeron problemas multiplicativos. Por experiencia docente conocemos que si, en una relación de problemas, varios de los primeros se resuelven con la misma operación, los resolutores tienden a pensar que el resto también los resuelve dicha operación. La prueba así construida consta de 34 problemas, 28 aditivos y 6 multiplicativos. La tabla 2 recoge las características de los 34 problemas que se propusieron.

Tabla 2.
Caracterización de los problemas de la prueba

N.º	*Estructura*	*Ecuación*	*Cifras*	*Orden*
1	Cambio	a + x = c	2	Sí
2	Cambio	a – x = c	4	Sí
3	Multiplicativo			
4	Cambio	a – b = x	2 y 4	Sí
5	Cambio	a + x = c	4	No
6	Cambio	x – b = c	4	No
7	Combinación	a + b = x	2	Sí
8	Combinación	a + x = c	2	No
9	Multiplicativo			
10	Comparación	Diferencia	2	Sí
11	Comparación	Referente	2.	Sí
12	Comparación	Comparado	2	No
13	Cambio	a + x = c	4	No
14	Cambio	a + x = c	2	Sí
15	Cambio	x + b = c	4	No
16	Multiplicativo			
17	Cambio	a + b = x	2	Sí
18	Cambio	a + b = x	2	No
19	Cambio	a + b = x	4	Sí
20	Multiplicativo			
21	Cambio	a – b = x	2	Sí
22	Cambio	a – b = x	2	No
23	Cambio	x + b = c	2	No
24	Cambio	x – b = c	4	No
25	Combinación	a + b = x	4	Sí
26	Cambio	x + b = c	2	No
27	Multiplicativo			
28	Comparación	Referente	4	Sí
29	Combinación	a + x = c	2	Sí
30	Comparación	Diferencia	4	Sí
31	Multiplicativo			
32	Comparación	Diferencia	4	Sí
33	Comparación	Comparado	2	Sí
34	Cambio	x – b = c	2	Sí

Los enunciados de los problemas presentaban contextos cercanos para estos alumnos, pues si la situación en la que se incrusta un problema es familiar proporciona a los resolutores información que puede ayudarles en su desempeño (Sullivan, 2011).

La intervención

Hemos diseñado e implementado una intervención utilizando una metodología de instrucción directa o explícita y usando esquemas. El diseño de un experimento se hace para estudiar en profundidad una innovación en pequeña escala no centrada en la capacidad de respuesta de toda el aula. A veces se hace para comprender la naturaleza y la efectividad de la intervención en estudiantes con discapacidad o en riesgo (Gersten *et al.*, 2009). El diseño de instrucción directa que planificamos se sustenta en los siguientes principios: (*a*) realizar el trabajo en tres fases: fase 1, análisis de situaciones dadas y ubicación de los elementos numéricos presentes en la situación, en el esquema propio; fase 2, trabajo con problemas y uso del esquema para resolverlos; fase 3, resolver problemas sin el uso de esquemas; (*b*) tomar los tipos de problemas verbales de cambio, combinación y comparación; (*c*) usar esquemas diferentes para cada tipo de problema, considerando el aprendizaje del uso de estos como un medio, no como un fin. Tanto los esquemas utilizados (fig. 1) y las fases de desarrollo de la instrucción son una adaptación de las que presentan Aguilar, Navarro y Alcalde (2003).

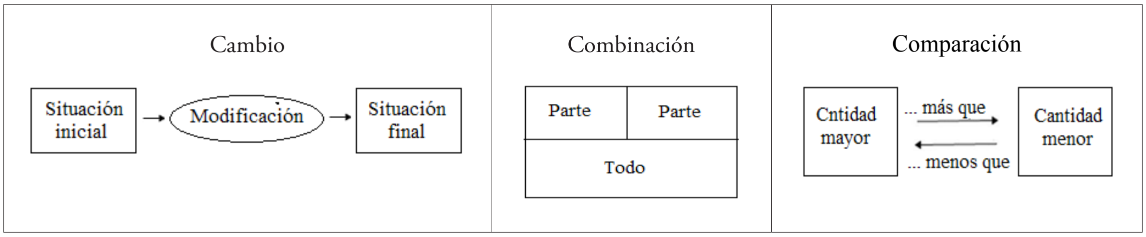

Fig. 1. Esquemas utilizados en los tres tipos de problemas estudiados

La planificación se hizo para cuatro sesiones de una hora de duración en días alternos de la semana. La primera sesión se dedica a las dos primeras fases de los tipos «cambio» y «combinación». La segunda, a las dos primeras fases del tipo «comparación». Las dos últimas sesiones se dedicaron a la tercera fase de los tres tipos de problemas.

Desarrollo

Los alumnos realizan individualmente el test de Raven en una versión interactiva de este que aporta directamente los resultados al finalizar su realización. Pasada una semana, efectuaron individualmente en dos sesiones de una hora y en días consecutivos la prueba de los 34 problemas, repartidos en dos fichas (17 problemas en cada ficha). Pasados dos meses, se lleva a cabo la intervención en dos de cuyas sesiones se realiza la instrucción directa.

Primera sesión. La profesora-investigadora entrega a los tres estudiantes dos protocolos, uno con enunciados de situaciones y otro con esquemas. Les dice que van a trabajar en una forma nueva de resolver unos problemas que ya habían resuelto otras veces. Que lo harán individualmente, pero las dudas y correcciones las tratarán entre todos. Presenta el esquema de cambio (fig. 1) y muestra un ejemplo de su utilización con una situación, colocando los números que representan cada uno de los tres momentos (inicial, modificación y final). A continuación les propone que ellos hagan de forma similar con el resto de los ejemplos proporcionados.

Cambio	*Combinación*	*Comparación*
Situaciones		
30 kg. → 12 kg. → 18 kg.	23 vacas blancas / 22 vacas negras / 45 vacas	Antonio 4.245 € → 1.252 € más que → Juan 2.993 €
Problemas		
30 kg. → ¿... kg.? → 18 kg.	23 vacas blancas / ¿... vacas? negras / 45 vacas	Antonio 4.245 € → 1.252 € más que → Juan ¿ ... €?
Nota: Las situaciones-problemas corresponden a los siguientes enunciados: cambio = Un camión, que se dirigía al pueblo iba cargado con 30 kg de trigo. Ha perdido 12 kg al tomar una curva, ha llegado al pueblo con 18 kg de trigo; combinación = En un prado hay 45 vacas pastando, 23 son negras y 22 blancas; comparación = Juan gana bastante dinero por su trabajo. Antonio gana 1.252 € más que Juan. Antonio gana 4.245 €, Juan 2.993 €.		

Fig. 2. Esquemas con situación y con problema insertados

Se trabaja el cambio en las dos fases (situaciones y problemas), y, posteriormente, la combinación. En la fase primera los estudiantes practican con 4 situaciones de cambio y 4 de combinación, y en la fase segunda realizan 5 problemas de cambio y 4 de combinación (tabla 2).

Tabla 2.
Características de problemas trabajados en la sesión 1

	Problemas		
	Cambio	Combinación	Comparación
Lugar incógnita nº cifras	a + b = x 2	a + b = c 2	Diferencia 2
	a – b = x 1	a + x = c 4	Referido 4
	x – b = c 2	a + x = c 2	Diferencia 2
	a – x = b 4	a + b = c 1	Referente 4
	x – b = c 2		Referido 2

Segunda sesión**.** Se trabaja la comparación en sus dos primeras fases, con 4 situaciones y con 5 problemas (tabla 2).

Sesiones tercera y cuarta**.** Estas sesiones se dedican a resolver problemas sin el uso de esquemas, actividad correspondiente a la tercera fase. Se resuelven 34 problemas (17 en cada sesión).

Datos

Las puntuaciones obtenidas por los tres estudiantes, tanto en el test de Raven como en las pruebas de resolución de problemas, se recogen en la tabla 3. Se dispone además de las transcripciones de las grabaciones en audio de la intervención de la profesora y de las interacciones producidas.

Tabla 3.
Datos de los estudiantes

	Sujetos		
	E1	E2	E3
CI	Entre 50-70	Entre 50-70	Entre 30-50
P1	26(28) = 92,8 %	13 (28) = 46,4%	13 (28) = 46,4%
P2	26(28) = 92,8 %	26 (28) = 92,8 %	25 (28) = 89%

Nota. CI = coeficiente intelectual; entre 50-70 = por debajo del término medio; entre 30-50 = deficiente; P1 = prueba primera de resolución de problemas; P2 = prueba segunda de resolución de problemas.

ANÁLISIS DE LOS DATOS

Las respuestas dadas en el test de Raven (tabla 3) muestran que ninguno de los tres alumnos alcanza el término medio en CI. Los estudiantes E1 y E2 caen en un intervalo que queda por debajo del término medio, y E3 cae en el intervalo considerado deficiente.

Alumno E1. No tuvo dificultad para resolver los problemas propuestos en la prueba en ninguno de los dos momentos. Resuelve correctamente 26 de los 28, en las dos ocasiones (casi un 93%). Los problemas que no resuelve correctamente son diferentes en cada uno de los casos. En el primer momento, uno de dichos problemas es de cambio, con la incógnita en la cantidad inicial, con números de dos cifras y no lineal, realiza el algoritmo adecuado correctamente; incurre en el error de no dar significado al resultado obtenido. El otro problema es de combinación, con la incógnita en una parte, números de dos cifras y orden lineal; el error está en tratar de realizar la resta con minuendo y substraendo cambiados. En la segunda prueba, no resuelve un problema de cambio (incógnita en la cantidad final, números de dos cifras y no lineal) y sí resuelve correctamente un problema de comparación con referente desconocido, números de cuatro cifras y lineal; el error está en realizar una operación inadecuada.

Dado que este alumno realizaba correctamente la mayoría de los problemas aditivos, el trabajo con esquemas no supuso mejora en su desempeño. Durante las dos primeras fases de la instrucción, interviene poco y, cuando lo hace, casi siempre es para corregir la respuesta de alguno de sus compañeros o para dar la suya propia. En la primera fase de la situación de cambio, mostró entender rápidamente dónde colocar en el esquema los números que aparecen en la situación dada.

E1: *Esa es la cantidad primera.*

En la segunda fase, trata de obviar los esquemas y realizar directamente el problema presentado.

E1: *Pues hay que sumar los que tenía con los que le dan.*

Cuando la profesora-investigadora llama la atención para que se usen los esquemas, lo hace y comete algunos errores.

P.: *Hay que colocar este dato en su sitio si ya sabéis dónde es. Y luego ¿qué pasa?, ¿qué es lo que hace el camión después? Descarga parte de la paja pero, ¿sabemos cuánta descarga?*

E1: *No*

E2: *Pues yo he puesto 2512 kg.*
E3: *Esa es la cantidad final, que es lo que le queda.*
P.: *Exactamente, esa es la cantidad final.*
E1: *Pues yo lo he puesto en la modificación.*
P.: *¿Pero ves ahora que la modificación es lo que descarga el camión y que eso no lo sabemos?*
E1: *Sí, ahora sí.*

El uso del esquema de combinación le permitió ver la relación parte-todo entre conjuntos.

E1: *Las partes son las 23 bolas blancas y las 15 rojas.*
E3: *Y el total son las 38 bolas.*

Alumno E2. Está poco concentrado al comienzo de las dos sesiones, muestra en sus frases dificultad para realizar la tarea.

E3: *María tiene 4 canicas, cantidad inicial. Ana le ha regalado 5, modificación. Y 9 es la final.*
P.: *Vale, esa parece que está clara.*
E2: *Pues yo no me he enterado.*

Muestra momentos de retroceso.

E2: *Modificación es 123 y cantidad final 96.*
P.: *A ver, piénsalo. ¿Cuál es la cantidad inicial? ¿Cuántos cromos tiene Raquel al principio del día? Eso lo tienes claro, ¿no?*

Otros de avance.

E2: *¿Lo que te dan es la modificación, no?*
P.: *Claro, es lo que le dan o le quitan a la cantidad inicial.*

Posteriormente, da muestras de haber entendido el proceso y en las situaciones de cambio diferencia las partes del todo.

E2: *En el siguiente el total es 24 y las partes los otros dos números.*

En las situaciones de comparación (segunda sesión) expresa desconcierto en principio, pero finalmente muestra comprensión.

E2: *Rosa tiene 69, y es la mayor, y Antonio 34 que es la menor. Y 35 la diferencia.*

Alumno E3. Ha sido diagnosticado alumno de educación especial con vistas a su escolarización para el curso 2014-15. Presenta un CI muy bajo en el test de Raven. Su actitud durante la instrucción ha sido muy positiva. De los tres estudiantes es el que más interviene y se percibe muy receptivo. En la primera sesión, en la fase primera, tuvo dificultad en conocer cómo había que poner los datos, con o sin expresiones verbales.

E3: *¿Ponemos tiene?*

A veces percibe sus errores.

E3: *Yo creo que me he equivocado.*

Llega a respuestas correctas.

E3: *Y la modificación es que le dan 23.*
P.: *Perfecto, entonces solo queda averiguar cuántos tiene al final. ¿Cómo lo podemos hacer? ¿La cantidad tiene que ser mayor o menor?*

En el caso de combinación, distingue las partes y el todo y la operación que realizar cuando se desconoce una de las partes.

E3: *¡Ah, claro!, las partes son los hombres y las mujeres y el total son las 7927 personas. Y nos faltan los hombres que se calcularían restando.*

Cuando se trabaja la situación de comparación, confunde cantidad mayor y menor con los números que hay en el problema.

E3: *Cantidad mayor 53, y la menor 10, que es el número más pequeño.*

P.: *Cuidado, no hay que buscar el número más pequeño que aparezca en el problema y decir que esa es la cantidad menor. Aquí se habla de edades, la edad de Sergio y la edad de Tomás. Esos son los primeros datos que hay que buscar, esas dos edades y poner la mayor en la cantidad mayor y la menor en la menor.*

En cuanto a la intervención de las notas de la profesora-investigadora, se desprende que fue costoso conseguir que estos estudiantes mantuviesen la atención. Destaca asimismo las dificultades en la comprensión lectora que presentan. A veces, no colocan los datos de manera adecuada en los esquemas porque o no leen los enunciados completos o lo leen pero no dan significado a lo leído. En muchas ocasiones, los estudiantes tienden a hacer los cálculos mentalmente y no llegan a resultados correctos, sobre todo cuando los números son de cuatro cifras. El número de cifras que presentaban los datos del problema solo ha influido en ese sentido. Tampoco ha tenido incidencia en la resolución de los problemas el que estuvieran enunciados linealmente o no.

En cuanto al uso de los esquemas en las dos fases, observamos que:

– *Cambio*: en la primera fase (situaciones), los estudiantes tienen dificultad para distinguir entre las cantidades que representan los tres momentos: inicial, final y modificación. La profesora hace hincapié sobre la relación (mayor o menor) entre las cantidades inicial y final, dependiendo de si a la inicial se le da o se le quita. En la segunda fase (problemas), siguen cometiendo errores al colocar los datos en el esquema, que les lleva a un resultado incorrecto.

  E3: *Ah, vale, vale, tengo que coger aquí y hacer una resta*.

  P.: *Antes de pensar qué cuenta hay que hacer, tenemos que colocar bien los datos en el diagrama.*

  E3: *¡Ahhhh!, pregunta cuánto tenía al salir de casa, que sería la cantidad inicial.*

  E2: *En su casa entró con 35 así que al principio tenía más.*

– *Combinación*: en la primera fase**,** el uso de los esquemas no ha presentado dificultad para los tres alumnos. Consideran que el proceso es más fácil que con los problemas de cambio.

  E2: *Yo ya los he terminado, estos son mucho más fáciles.*

– *Comparación*: En la primera fase, se produce alguna confusión con el ejemplo propuesto.

  E2: *Yo me estoy liando.*

  P.: *Vale, empezamos con cantidades más pequeñas. Imagina que te digo: este estuche azul vale 5 € y este verde vale 3 €. ¿Cuál es la cantidad mayor?*

  En la segunda fase, tienen dificultad al tratar de identificar la operación que realizar para resolver el problema.

  P.: (…) *pensamos, Loli tiene 45, Raquel, 34.* ¿Cuántos tiene Loli más que Raquel?

  E2: *Once*

  P.: *¿Cómo lo has hecho?*

  E3: *De cabeza.*

  E2: *Sumando.*

  P.: *¿Qué has sumado?*

  E2: *Pues, 34 hasta 45.*

  P.: *Ah, entonces no hemos sumado 34 más 45, hemos dicho: ¿cuánto va desde 34 hasta 45? Y esa, ¿qué operación es?*

  E3: *¿Restar?*

Reflexión

Igual que en investigaciones anteriores (Xin, Jitendra y Deatline-Buchman, 2005), la enseñanza mediante instrucción explícita sobre la estrategia de usar esquemas que representan la estructura subyacente del problema, ha resultado positiva para los tres estudiantes con los que hemos trabajado. Los resultados los interpretamos con la cautela que supone las limitaciones que tiene este trabajo de investigación: pocos estudiantes, escasa duración de la intervención, sin seguimiento posterior sobre la permanencia de lo aprendido. Pero sin obviar estas limitaciones, hemos obtenido información sobre el proceso de instrucción y la posible influencia de esta en la resolución de problemas verbales aditivos de una etapa en estudiantes con dificultades de aprendizaje, según nuestro objetivo.

Cuando realizamos en un primer momento la prueba sobre resolución de problemas, E1 apenas comete errores y podíamos haberlo descartado, pero decidimos que interviniera en el trabajo tratando de obtener información de ese caso. Vemos que E1 rechaza el uso de esquemas; suele ocurrir este hecho cuando un estudiante tiene adquirido un conocimiento y pretendemos presentárselo de otra manera. A E1 la instrucción ha podido beneficiarle en la percepción de las relaciones numéricas establecidas entre los tres elementos numéricos que aparecen en una situación y en un problema. Sobre esta hipotética afirmación no tenemos datos que la corroboren. La comparación del desempeño de E2 con la de sus compañeros, muestra que en el test de Raven cae en el mismo intervalo que E1, pero su desempeño, en el primer momento de resolver los problemas coincide con el de E3. Durante la intervención parece distraído, aunque a veces da muestras de seguir el discurso. Cuando resuelve los problemas, en el segundo momento, obtiene un buen resultado. Los datos nos hacen conjeturar que pudo existir alguna causa ajena a las estrictamente achacables a su dificultad para resolver los problemas, en el primer momento, que influyó en su bajo rendimiento. Pero dado que su nivel curricular es de 2.º ciclo de primaria (más bajo que el de sus compañeros) y que ha sido incluido en el centro especial en un grupo que requiere adaptación curricular, esta conjetura puede que no sea acertada, y la mejora experimentada podría ser achacable al trabajo resolviendo problemas con ayuda de esquemas. El alumno E3 presenta un nivel curricular de 2.º ciclo de primaria, ha sido incluido en un grupo que necesita adaptación curricular y su resultado en el test de Raven lo sitúa en un intervalo considerado deficiente; su desempeño al resolver los problemas, en el primer momento, está en la línea de todo lo anterior, pero en el segundo momento mejora sus resultados. Entendemos que el trabajo con esquemas le ha ayudado a establecer relaciones, que han podido hacer más significativo el enunciado del problema y su paso a la operación que lo resuelve, influyendo en su mejor rendimiento.

Los alumnos E2 y E3 mejoran sus resultados de la primera a la segunda vez que realizan la prueba. Los dos resuelven correctamente el mismo número de problemas en el momento inicial, algo menos de la mitad (13 de 28). Cuando lo hacen por segunda vez, en los dos casos, aumenta considerablemente el número de los resueltos correctamente. Podríamos suponer que en este segundo momento ya conocían estos problemas y la forma de resolverlos, pero hay varios hechos que no avalan esta suposición: (*a*) no conocían los resultados obtenidos en la primera ocasión y (*b*) por lo general, no coinciden los problemas que no resuelven adecuadamente en ambos momentos. También es posible que la mejora de los alumnos E2 y E3 se deba a que se vuelve a insistir en el estudio de conceptos ya trabajados anteriormente, y que se hubiesen producido mejoras aun usando un mediador diferente a los esquemas. No lo descartamos. No obstante, en esta instrucción, se ha insistido en las relaciones existentes entre las cantidades de las situaciones y entre las cantidades y la incógnita en los problemas, cosa que no se hace en otro tipo de enseñanza.

Hemos percibido que la introducción del uso de los esquemas requiere constancia y explicación clara por el profesorado, que no resulta evidente para los alumnos, pero que les hace reflexionar sobre los datos del problema, la relación entre ellos y cómo mantener esa relación una vez que se colocan en el esquema.

Los resultados obtenidos amplían, aunque sea de forma débil, los de investigaciones anteriores en cuanto a la eficacia de la intervención mediante esquemas en resolución de problemas aritméticos verbales (Fuchs y Fuchs, 2005; Jitendra *et al.*, 2013). Nuestra aportación reside en haber hecho un estudio de casos que ha permitido analizar con detalle las facilidades y dificultades que encuentran estos estudiantes, desmotivados y con graves complicaciones sociales, para diferenciar situaciones y problemas de los tipos «cambio», «combinación» y «comparación».

Asimismo, hemos obtenido información sobre las debilidades de la instrucción en cuanto a material, tiempo de la intervención, motivación de los estudiantes, intervención del profesor e interacción con los estudiantes. Todo ello es muy útil para la preparación de una nueva intervención, que se desarrollará en el curso 2015 con estudiantes de similares tipologías.

Implicaciones para la enseñanza

Indica Warnock que

> Si la educación especial no va a ser definida ya por referencia al lugar en que debe impartirse, sino a las necesidades que ha de satisfacer; y si aproximadamente el 20 y no el 2 por 100 de los niños pueden tener alguna necesidad especial en el transcurso de su vida escolar, resulta claro que la mayoría de estas necesidades habrán de ser cubiertas en las escuelas ordinarias (Warnock, 1987: 53).

Esta expectativa presenta muchos retos para los maestros. Al maestro de aulas regulares en las que se incluyen estudiantes con dificultades se le exige una instrucción que proporcione aprendizaje a todos los estudiantes. Pero las necesidades de los estudiantes son diversas, más incluso entre los que presentan dificultades de aprendizaje, lo que hace necesario utilizar un repertorio variado de formas de instrucción que satisfaga las necesidades de todos sus alumnos. Si se trata de resolver problemas, la variedad de formas de instrucción ha de hacer frente a cualquier dificultad que los estudiantes puedan tener en dicha resolución (Hinton, Flores y Shippen, 2013). Los maestros deben poder proporcionar enseñanza de diferentes estrategias para la resolución de problemas. Si la instrucción basada en esquemas anima a los estudiantes a utilizar un esquema para cada uno de estos tipos de problemas, entonces es importante que los maestros potencien el uso de esquemas (Fuchs *et al.*, 2009). La instrucción basada en esquemas tiene como propósito dotar a los estudiantes con dificultades de aprendizaje de herramientas conceptuales necesarias para comprender las relaciones de cambios de valor, relaciones parte-todo, y las relaciones de orden entre las comparaciones de valores (Jitendra, 2011). El diseño instruccional es de particular importancia. Es necesario conocer y partir de la formación que tienen los estudiantes y conectarla con lo que se intenta que aprendan. Los problemas aritméticos verbales son fácilmente asequibles, aparecen en los libros de textos de matemáticas de los primeros cursos de educación primaria, pero están pensados para estudiantes sin dificultades especiales para las matemáticas. Pueden requerir alguna modificación para atender a estudiantes que necesiten ajustes pedagógicos. En estos casos, es conveniente considerar que los problemas que presentan contextos realistas son más familiares y significativos para los alumnos, y que a veces números muy altos obscurecen algunos tipos de problemas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aguilar, M., Navarro, J.I. y Alcalde, M.C. (2003). El uso de esquemas figurativos para ayudar a resolver problemas aritméticos. *Cultura y Educación: Revista de teoría, investigación y práctica*, 15(4), 385-397.
http://dx.doi.org/10.1174/113564003322712956

Bates, E.T. y Wiest, L.R. (2004). Impact of Personalization of Mathematical Word Problems on Student Performance. *The Mathematics Educator*, 14(2), 17-26.

Bruno, A. y Noda, A. (2010). Necesidades Educativas Especiales en Matemáticas. El caso de Personas con Síndrome de Down. En M. M. Moreno, Estrada, A., Carrillo, J., y Sierra, T. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV*, 141-162. Lérida: SEIEM.

Bryant, D.P., Bryant, B.R. y Hammill, D.D. (2000). Characteristic behaviors of students with L D who have teacher-identified math weaknesses. *Journal of Learning Disabilities, 33*, 168-177. http://dx.doi.org/10.1177/002221940003300205

Carpenter, T.P. y Moser, J.M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(3), 179-202. http://dx.doi.org/10.2307/748348

Castro, E. (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. En Luengo, R., Gómez B., Camacho M. y Blanco, L. (Eds.), *Investigación en educación matemática XII*, 113-140. Badajoz: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Castro, E., Rico, L. y Gil, F. (1992). Enfoques de investigación en problemas verbales aritméticos aditivos. *Enseñanza de las ciencias*, 10(3), 243-253.

De Corte, E., Verschaffel, L. y De Win, L. (1985). Influence of rewording verbal problems on children's problem representation and solutions. *Joumal of Educational Psychology, 82,* 359-365. http://dx.doi.org/10.1037/0022-0663.77.4.460

Fierro, A. (1987). Desarrollo cognitivo, intervención e integración educativa en los deficientes mentales. *Revista de Educación*. nº. extraordinario, 105-131.

Fuchs, L.S. y Fuchs, D. (2002). Mathematical problem-solving profiles of students with mathematics disabilities with and without comorbid reading disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 35, 563-573.
http://dx.doi.org/10.1177/00222194020350060701

Fuchs, L.S. y Fuchs, D. (2005). Enhancing Mathematical Problem Solving for Students with Disabilities. *The Journal of special education*, 39(1), 45-57.
http://dx.doi.org/10.1177/00224669050390010501

Fuchs, D. y Fuchs, L.S. (2006). Introduction to Response to Intervention: What, why, and how valid is it?. Reading Research Quarterly, 41(1), 93-98.
http://dx.doi.org/10.1598/RRQ.41.1.4

Fuchs, L.S., Powell, S.R., Seethaler, P.M., Cirino, P.T., Fletcher, J.M., Fuchs, D. y Zumeta, R. O. (2009). Remediating number combination and word problem deficits among students with mathematics difficulties: A randomized control trial. *Journal of Educational Psychology*, 101(3), 561-576.
http://dx.doi.org/10.1037/a0014701

Fuchs, L.S., Geary, D.C., Compton, D.L., Fuchs, D., Hamlett, C.L., Seethaler, P.M. y Schatschneider, C. (2010). Do different types of school mathematics development depend on different constellations of numerical versus general cognitive abilities? *Developmental Psychology*, 46, 1731-1746.
http://dx.doi.org/10.1037/a0020662

Garrett, A.J., Mazzocco, M.M. y Baker L. (2006). Development of the Metacognitive Skills of Prediction and Evaluation in Children with or without Math Disability. *Learn Disabil Res Pract*, 21(2), 77-88.
http://dx.doi.org/10.1111/j.1540-5826.2006.00208.x

Geary, D.C. (2004). Mathematics and Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37(1), 4-15.
http://dx.doi.org/10.1177/00222194040370010201

Geary, D.C., Brown, S.C. y Samaranayake, V.A. (1991). Cognitive Addition: A Short Longitudinal Study of Strategy Choice and Speed-of-Processing Differences in Normal and Mathematically Disabled Children. *Developmental Psychology*, 27(5), 787-797.
http://dx.doi.org/10.1037/0012-1649.27.5.787

Gersten, R., Chard, D.J., Jayanthi, M., Baker, S.K., Morphy, P. y Flojo, J. (2009). Mathematics Instruction for Students With Learning Disabilities: A Meta-Analysis of Instructional. *Review of Educational Research*, 79(3), 1202-1242.
http://dx.doi.org/10.3102/0034654309334431

Gick, M.L. y Holyoak, K.J. (1983). Schema Induction and Analogical. Transfer. *Cognitive Psychology*, 15, l-38.
http://dx.doi.org/10.1016/0010-0285(83)90002-6

Goldin, G.A. y McClintock, C.E. (Eds.). (1979). *Task variables in mathematical problem solving.* Columbus, Ohio: ERIC/SMEAC.

González-Peiteado, M. (2013). Los estilos de enseñanza y aprendizaje como soporte de la actividad docente. *Revista Estilos de Aprendizaje*, 11(11). Consultado 29/06/2015 en: http://www.uned.es/revistaestilosdeaprendizaje/numero_11/.

Hinton, V., Flores, M.M. y Shippen, M. (2013). Response to Intervention and Math Instruction. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 1(3), 190-201.

Hershkovitz S. y Nesher, P. (2003). The Role of Schemes in Solving Word Problems *The Mathematics Educator*, 7(2), 1-24.

Jitendra, A.K. (2002). Teaching Students Math Problem-Solving Through Graphic Representations. *Teaching Exceptional Children*, 34(4), 34-38.

Jitendra, A.K. (2011). Cognitive Strategy Instruction for Improving Expository Text Comprehension of Students With Learning Disabilities: The Quality of Evidence *Exceptional Children*. Disponible en:
http://www.readperiodicals.com/201101/2251251431.html#ixzz3PTS623XG
Consultado 07/12/2014.

Jitendra, A.K., DiPipi, C.M. y Perron-Jones, N. (2002). An exploratory study of schema-based word-problem solving instruction for middle school students with learning disabilities: An emphasis on conceptual and procedural understanding. *The Journal of Special Education*, 36, 23-38.
http://dx.doi.org/10.1177/00224669020360010301

Jitendra, A.K., Griffin, C.C. y Deatline-Buchman, A. (2007). Mathematical Word Problem Solving in Third-Grade Classrooms. *The Journal of Educational Research*, 100(5), 283-302.
http://dx.doi.org/10.3200/JOER.100.5.283-302

Jitendra, A.K., Hof, K. y Beck, M.M. (1997). The Role of Schema-Based Instruction on Solving Multistep Word Problems. *Paper Presented at the CEC Annual Convention*, Salt Lake. Utah.

Jitendra, A.K., Petersen-Brown, S., Lein, A.E., Zaslofsky, A.F., Kunkel, A.K., Jung, P.G., Egan, A.M. (2013). Teaching Mathematical Word Problem Solving: The Quality of Evidence for Strategy Instruction Priming the Problem Structure. *Journal of Learning Disabilities*, 20(10), 1-22.

Jitendra, A.K. y Xin, Y.P. (1997). Mathematical word problem-solving instruction for students with mild disabilities and students at risk for math failure: A research synthesis. *The Journal of Special Education*, 30, 412-438.
http://dx.doi.org/10.1177/002246699703000404

Lester, F.K. (1994). Musings about mathematical problem-solving research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 660-675.
http://dx.doi.org/10.2307/749578

Ley orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE). BOE nº 106, de 4 de mayo de 2006, páginas 17158 a 17207.

Mancl, D.B. (2011). *Investigating the effects of a combined problem-solving strategy for students with learning difficulties in mathematics*, UNLV. Theses/Dissertations/ Professional. Paper 927.

Marshall, S.P. (1995). *Schemas in problem solving*. New York: Cambridge University Press. http://dx.doi.org/10.1017/CBO9780511527890

Mayer, R.E. (1980). Cognitive Psychology and Mathematical Problem Solving. *Technical Report Series in Learning and Cognition*. Report No. 80-1. Department of Psychology University of California. Santa Barbara, California.

Molina, M., Castro, E., Molina, J. y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(1), 75-88. ISSN: 0212-4521.

Montague, M. (1991). Gifted and learning-disabled gifted students' knowledge and use of mathematical problem-solving strategies. *Journal for Education of the Gifted*, 14, 393-411. http://dx.doi.org/10.1177/016235329101400405

Nescher, P., Greeno, J.G. y Riley, M.S. (1982). The development of semantics categories for addition and subtraction. *Educational Studies in Mathematics*, 13, 373-394. http://dx.doi.org/10.1007/BF00366618

Nesher, P. y Katriel, T.A. (1977). Semantic Analysis of Addition and Subtraction Word Problems in Arithmetic. *Educational Studies in Mathematics*, 8, 251-269. http://dx.doi.org/10.1007/BF00385925

Núñez, M.T. (2008). Educación Especial: Normalizar ou volver patolóxicas as diferenzas? *Eduga*, 57, 20-23.

Parmar, R.S., Cawley, J. F. y Frazita, R. R. (1996). Word problem-solving by students with and without mild disabilities. *Exceptional Children.* Publisher: Council for Exceptional Children Audience: Academic; Professional Format: Magazine/Journal 62(5).

Polya, G. (1981). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas: México.

Powell, S.R. (2011) Solving Word Problems using Schemas: A Review of the Literature. Learning Disabilities. Research & practice. *Division for Learning Disabilities*, Council for Exceptional Children, 26(2), 94-108.
http://dx.doi.org/10.1111/j.1540-5826.2011.00329.x

Puig, L. y Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Matemáticas: cultura y aprendizaje. Madrid. Síntesis.

Raven, J.C. (1975). *Test de Matrices Progresivas. Escala General. Manual*. Buenos Aires: Paidós.

Riley, M.S., Greeno, J.G. y Heller, J.I. (1983). Development of Children's Problem-solving Ability in Arithmetic. En H. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking*. Academic Press.

Rosenzweig, C., Krawec, J. y Montague, M. (2011). Metacognitive Strategy Use of Eighth-Grade Students with and without Learning Disabilities During Mathematical Problem Solving: A Think-Aloud Analysis. *Journal of Learning Disabilities*, 44(6), 508-520. http://dx.doi.org/10.1177/0022219410378445

Schimizzi, N.V. (1988).Word Problem Solving. What Is Experimental Research Saying about Mathematics Word Problem Solving? A Review of Forty-Four Studies Completed between 1980-1987. Paper presented at *the National Council of Teachers of Mathematics Annual Conference*. Chicago, Illinois.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic Press.

Schoenfeld, A. y Kilpatrick, J. (2008). Toward a Theory of Proficiency. En Teaching Mathematics. T. Wood (Series Ed.) y D. Tirosh (Vol. Ed.). *International handbook of mathematics teacher education*: Vol. 2. Tools and Processes in Mathematics Teacher Sense Publishers.

Sullivan, P. (2011). *Teaching Mathematics: Using research-informed strategies*. Australian Council for Educational Research. ACER Press.

Sweeney, C.M. (2010). *The metacognitive functioning of middle school students with and without learning disabilities during mathematical problem solving.* A Dissertation. Submitted to the Faculty of the University of Miami in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy. University of Miami.

Tzur, R., Johnson, H.L., McClintock, E., Kenney, R.H., Xin, Y.P., Si, L., Woordward J., Hord, C. y Jin, X. (2013). Distinguishing schemes and tasks in children's development of multiplicative reasoning. *PNA*, 7(3), 85-101.

Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. En T. Carpenter, J. Moser y T. Romberg. *Addition and subtraction. A cognitive perspective*. pp. 39-59. Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum.

Warnock, M. (1987). Encuentro sobre Necesidades de Educación Especial. *Revista de Educación*, núm. extraordinario, 45-79.

Willis, G.B. y Fuson, K. C. (1988). Teaching Children to use Schematic Drawings to Solve Addition and Subtraction Word Problems. *Journal of Educational Psychology*, 80, 192-201.

http://dx.doi.org/10.1037/0022-0663.80.2.192

Woodward, J. y Brown, C. (2006). Meeting the Curricular Needs of Academically Low-Achieving Students in Middle Grade Mathematics. *The Journal of Special Education*, 40(3), 151-159. http://dx.doi.org/10.1177/00224669060400030301

Xin, Y.P., Jitendra, A. y Deatline-Buchman, A. (2005). Effects of mathematical word problem-solving instruction on middle school students with learning problems. *The Journal of Special Education*, 39, 181-192.
http://dx.doi.org/10.1177/00224669050390030501

Instruction on the use of schematic diagrams in solving addition word problems for students with special educational needs

Laura Ramos, Encarnación Castro, Elena Castro-Rodríguez
Universidad de Granada
24.lauri@gmail.com, encastro@ugr.es, elenacastro@ugr.es

We present a study based on the work of three students (17-18 years old) with special educational needs who have been instructed about how to solve situations and arithmetic one-step word problems (addition and subtraction) using schematic diagrams.

The diagram-based instruction aimed to equip students with conceptual tools to understand change, part-whole, and comparison relationships. Specifically, the planned instruction was based on the following principles: (*a*) perform the work in three phases: (phase 1) analysis of the situations and location of the numbers on the diagram; (phase 2) work through problems and solve them using the diagram; (phase 3) solve problems without the use of the diagram; (*b*) consider the types of problems—change, combination, and comparison; (*c*) use different diagrams for each type of problem, considering their use as a means, not an end.

Change relationships were introduced first, in both phases (situations and problems), and subsequently combination relationships. In the first phase, students practised with 4 change situations and 4 combination situations. In the second phase, students worked on 5 change problems and 4 combination problems. Figure 1 presents some examples of schematic diagrams.

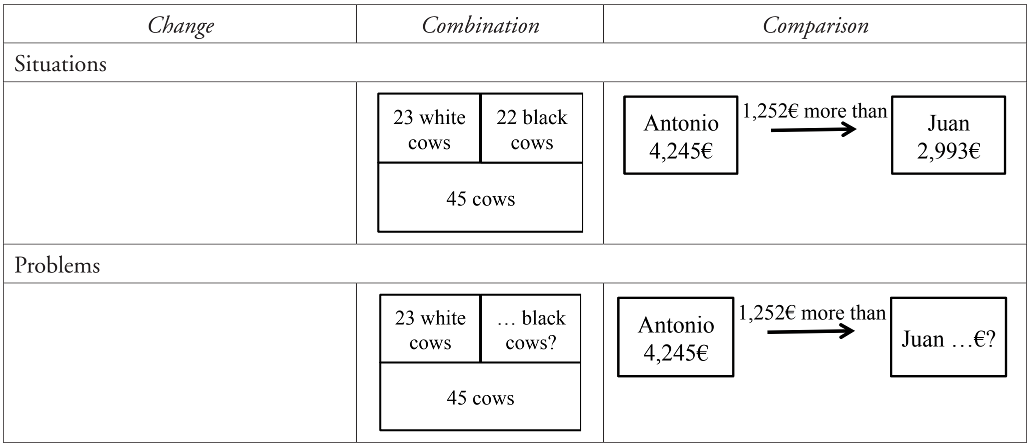

Fig. 1. Examples of schematic diagrams

The aim of the study is to explore how this model of instruction influences students. We used the Raven test to measure intellectual ability, and we tested the students on solving addition word problems at two different times, before and after instruction. As the three students—E1, E2, and E3—presented different typologies, there are three cases.

The first time we gave the problem-solving test, E1 hardly made any mistakes. We could have continued the study without him, but we decided to obtain information for his case. The results show that E1 rejected using the diagrams, a common phenomenon when a student has acquired knowledge and the teacher attempts to present it differently.

E2 obtained the same results as E1 on the Raven test, but his performance on the first problem-solving test was the same as that of E3. He seemed distracted during instruction but sometimes showed signs of following the discussion. He obtained a good score on the second test.

Student E3 scored in a range considered deficient on the Raven test. His results on the first problem-solving test were very low, but he improved on the second test.

The results show that working with diagrams helped the students to establish relationships that made the problems more meaningful and that promoted taking the step to determining the operation, a factor that influences obtaining better performance.