

T-594

CÓMO ENSEÑAR EN PRIMARIA A “PENSAR CON FUNCIONES”

Rafael Ramírez, Rodolfo Morales, María C. Cañadas y Aurora del Río

rramirez@ugr.es, alefut7@hotmail.com, mconsu@ugr.es, adelrio@ugr.es

Universidad de Granada (España)

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.

Modalidad: T

Nivel educativo: Primaria

Palabras clave: Diseño tareas, Educación Primaria, Funciones, Pensamiento funcional.

Resumen

Presentamos un taller en el que abordamos el trabajo con funciones en educación primaria a través del pensamiento funcional, con la intención de que sea útil para los maestros en sus aulas. Este tipo de pensamiento implica centrar la atención en las relaciones entre cantidades que varían de forma conjunta, expresar esas relaciones en diferentes sistemas de representación (verbal, pictórico, tabular, gráfico y simbólico) y su generalización.

Una tarea que busca promover el pensamiento funcional se puede caracterizar como una oportunidad para que el alumno pueda establecer relaciones entre cantidades que varían, representar, justificar y generalizar esa relación.

Proponemos una metodología activa en la que nos centramos en la descripción y el reconocimiento de los elementos del pensamiento funcional en procesos de enseñanza. Tras la introducción y un debate con los asistentes, presentaremos diferentes tareas, con diferentes focos de interés dentro del pensamiento funcional (relaciones funcionales, generalización, representaciones, etc). A continuación, deberán analizar y proponer modificaciones según diferentes supuestos de enseñanza prácticos que involucran diferentes

408

indicadores (nivel educativo, agrupación de los estudiantes, metodología, materiales, atención a la diversidad, etc).

Introducción

El pensamiento funcional implica centrar la atención en las relaciones entre cantidades que varían de forma conjunta, expresar esas relaciones en diferentes sistemas de representación (verbal, pictórico, tabular, gráfico y simbólico) y su generalización (Cañadas, Brizuela, Blanton, 2016; Cañadas y Molina, 2016). Su introducción a partir de los primeros cursos de escolarización es recomendada por diversos autores, dado que se considera un enfoque potente para desarrollar el pensamiento algebraico en los alumnos desde edades tempranas (Kaput, 2000; Blanton, Levi, Crites, y Dougherty, 2011). Además, contribuye a sentar una base sólida para futuros aprendizajes del concepto de función, ayudando a solventar las dificultades que presentan los alumnos cuando se enfrentan por primera vez a este concepto en la educación secundaria (Ellis, 2011).

Las dos de las relaciones entre variables que Confrey y Smith (1991) proponen para trabajar las funciones con los estudiantes son la covariación y la correspondencia. La relación de covariación es aquel cambio simultáneo entre dos variables que se produce por la existencia de una relación entre ellas (Gómez, 2016). Identificar este tipo de relación es reconocer ese cambio entre las cantidades de ambas variables. Por ejemplo, para la función $f(x)=x$, si se percibe que es necesario sumar tres más a la cantidad de la variable dependiente dado que la cantidad de la variable independiente aumento en tres. La relación de correspondencia es aquella regla que se establece entre los pares correspondientes de las cantidades de ambas variables. Identificar una relación de correspondencia es identificar esa regla que permite calcular cualquier cantidad de una de las variables. Por ejemplo: sumar cinco a la cantidad de la variable independiente para encontrar cualquier cantidad de la variable dependiente para la función $f(x)=x+5$.

Una tarea que busca promover el pensamiento funcional se puede caracterizar como una oportunidad para que el alumno pueda establecer relaciones entre cantidades que varían,

representar, justificar y generalizar esa relación (Soares, Blanton y Kaput, 2005). Para ello, debe de haber una función involucrada en el problema. En particular, para educación primaria debe tratarse de una función lineal. Por ejemplo, identificar la relación entre el número de orejas o colas y la cantidad de conejos en una granja se trata de un problema que puede promover el pensamiento funcional de los estudiantes según como se trabaje. Si se va proporcionado información sobre algunos casos particulares: con un conejo, dos orejas; con dos conejos, cuatro orejas... ampliando las cantidades involucradas, se puede guiar a los alumnos hacia una generalización de la relación involucrada.

De las investigaciones, deducimos la dificultad de discriminar aspectos muy específicos del pensamiento funcional en las respuestas de los estudiantes. Sin embargo, se pueden extraer ideas para aproximar el concepto de pensamiento funcional al maestro de Primaria. El objetivo de este taller es suministrar ideas y estrategias docentes para que el maestro seleccione y diseñe tareas que favorezcan el desarrollo de este tipo de pensamiento en los estudiantes de Primaria.

Metodología del taller

Inicialmente sintetizamos los principales aportes de las investigaciones sobre pensamiento funcional. Nos centramos principalmente en la descripción y el reconocimiento de sus elementos en procesos de enseñanza. En una puesta en común inicial reflexionaremos acerca de las concepciones de los asistentes referentes al pensamiento funcional y al uso de las funciones en Educación Primaria. A partir de este intercambio de ideas, mostramos un proceso basado en la descripción de pensamiento funcional que puede resultar operativo para seleccionar, adaptar o crear tareas. En el siguiente esquema señalamos los focos de trabajo (Figura 1). Presentaremos ejemplos de tareas que han sido utilizada en investigaciones sobre pensamiento funcional, analizaremos sus características para desarrollar el pensamiento funcional y la modificaremos con la intención de convertirla en una tarea de enseñanza. Para ello, tendremos en cuenta las modificaciones posibles para adaptarla al nivel educativo, reformular el contexto, gestionar el agrupamiento de los estudiantes, considerar los recursos y graduaciones posibles para la atención a la diversidad. La metodología será el trabajo en grupos reducidos, repartiendo los ejemplos y realizando puestas en común. Finalmente, se plantea una reflexión final sobre la adaptación realizada de las tareas.

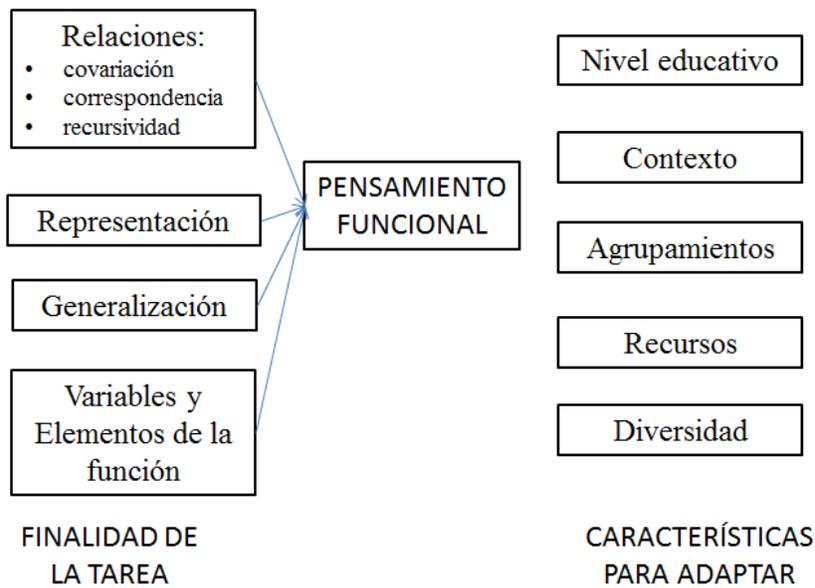


Figura 1. Focos de atención para el diseño de tareas

Ejemplo 1: Una cuidadora de animales debe comprar platos de comida y agua para los perros, de modo que cada perrito debe tener su plato de comida, y cinco platos con agua en un sitio donde los perros que tengan sed puedan ir y beber agua.

- Si a la cuidadora llega un perro ¿cuántos platos en total se necesitan?
- Si a la cuidadora llegan dos perros ¿cuántos platos en total se necesitan?
- Si a la cuidadora llegan tres perros ¿cuántos platos en total se necesitan?
- Si a la cuidadora llegan cinco perros ¿cuántos platos en total se necesitan?
- Si a la cuidadora llegan diez perros ¿cuántos platos en total se necesitan?
- Si a la cuidadora llegan treinta perros ¿cuántos platos en total se necesitan?
- Si a la cuidadora llegan cien perros ¿cuántos platos en total se necesitan?
- ¿De qué manera tú puedes calcular la cantidad de platos totales?

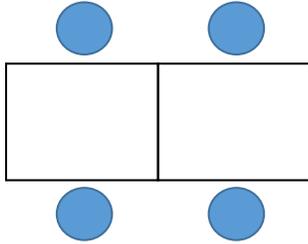
Ejemplo 2: Averiguar la edad de Carmen dada una edad de Álvaro. El enunciado del problema fue el siguiente: “dos niños, Álvaro y Carmen, se llevan cinco años, siendo Carmen cinco años mayor que Álvaro”.

- Cuando Álvaro tiene un año ¿cuántos años tendrá Carmen?
- Cuando Álvaro tiene dos años ¿cuántos años tendrá Carmen?
- Cuando Álvaro tiene tres años ¿cuántos años tendrá Carmen?
- Cuando Álvaro tiene cinco años ¿cuántos años tendrá Carmen?
- Cuando Álvaro tiene diez años ¿cuántos años tendrá Carmen?
- Cuando Álvaro tiene treinta años ¿cuántos años tendrá Carmen?
- Cuando Álvaro tiene cien años ¿cuántos años tendrá Carmen?
- ¿Cómo calcularías los años de Carmen?

Ejemplo 3: Laura decide regalar a su nieto Pedro un euro por cada domingo que pasa. Pedro, a su vez, decide guardar cada euro que le regalará su abuela en su alcancía que ya cuenta con cinco euros ahorrados.

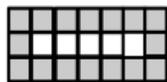
- Si pasa un domingo ¿cuántos euros tendrá en su alcancía?
- Si pasan dos domingos ¿cuántos euros tendrá en su alcancía?
- Si pasan tres domingos ¿cuántos euros tendrá en su alcancía?
- Si pasan cinco domingos ¿cuántos euros tendrá en su alcancía?
- Si pasan diez domingos ¿cuántos euros tendrá en su alcancía?
- Si pasan cien domingos ¿cuántos euros tendrá en su alcancía?
- ¿Cómo podrías calcular el total de euros que Pedro tiene en ahorrado en su alcancía?

Ejemplo 4. En un curso la maestra decide ordenar las mesas de la sala de clases en una fila, donde en cada una de ellas se podrán sentar solo dos alumnos en los lados opuestos de la mesa, como muestra la siguiente figura (Se le muestra la imagen al alumno o a través de material concreto)



- Si hay tres mesas ¿cuántos niños se pueden sentar en ellas?
- Si hay cuatro mesas ¿cuántos niños se pueden sentar en ellas?
- Si hay cinco mesas ¿cuántos niños se pueden sentar en ellas?
- Si hay diez mesas ¿cuántos niños se pueden sentar en ellas?
- Si hay treinta mesas ¿cuántos niños se pueden sentar en ellas?
- Si hay cien mesas ¿cuántos niños se pueden sentar en ellas?
- Si hay mil mesas ¿cuántos niños se pueden sentar en ellas?
- ¿Cómo calcularías la cantidad de niños que se pueden en las mesas, si no se sabe la cantidad de ellas?

Ejemplo 5. Un colegio quiere reformar el suelo de todos sus pasillo porque está ya muy estropeado. El equipo directivo decide enlosar los pasillos con baldosas blancas y con baldosas grises. Todas las baldosas son cuadrada y tienen el mismo tamaño. Las baldosas se van a colocar en cada pasillo de la manera que ves en la siguiente imagen. El colegio contrata a una empresa para que reforme los pasillos de las tres plantas del colegio. Te pedimos que ayudes a los albañiles a contestar algunas preguntas que necesitan responderá para hacer este trabajo.



- ¿Cuántas baldosas grises necesitan para el suelo de un pasillo en el que colocan 5 baldosas blancas?

- Unos pasillos son más largos que otros. Por eso, los albañiles necesitan diferente número de baldosas para cada pasillo. ¿Cuántas baldosas grises necesitan para el suelo de un pasillo en el que colocan 8 baldosas blancas?
- ¿Cuántas baldosas grises necesitan para el suelo de un pasillo en el que colocan 10 baldosas blancas?
- ¿Cuántas baldosas grises necesitan para el suelo de un pasillo en el que colocan 100 baldosas blancas? Ahora hazlo de una forma diferente.
- Los albañiles de una empresa siempre colocan primero las baldosas blancas y después las baldosas grises.
- ¿Cómo puedes saber cuántas baldosas grises si ya han colocado las baldosas blancas?
- En uno de los pasillos, por error los albañiles han colocado las baldosas grises antes que las blancas. Han colocado 20 baldosas grises, ¿cuántas baldosas blancas necesitan?
- En otro pasillo los albañiles también han colocado las baldosas grises antes que las blancas. Han colocado 56 baldosas grises, ¿cuántas baldosas blancas necesitan?

Ejemplo 6. El sábado vamos a esquiar a Sierra Nevada. Tenemos que dejar el coche en el parking y nos dice que la entrada cuesta 1 euros y dos euros cada hora que el coche esté allí.

¿Cuánto nos cuesta el parking si estamos una hora?

¿Cuánto nos cuesta el parking si estamos 3 horas?

¿Cuánto nos cuesta el parking si estamos 10 horas?

¿Cuánto nos cuesta el parking si estamos 1 día entero (24 horas)?

¿Cuánto nos cuesta el parking si estamos 2 días (48 horas)?

¿Cuánto nos cuesta el parking si estamos 1 semana (168 horas)?

¿Cómo podrías calcular la cantidad de dinero si no sabes la cantidad de horas estarás en el parking?

Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado dentro de los proyectos de investigación del Plan Nacional I+D con referencias EDU2013-41632-P y EDU2016-75771-P, financiados por el Ministerio de Economía y Competitividad de España.

Referencias bibliográficas

Blanton, M., Levi, L., Crites, T. y Dougherty, B. (2011). *Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in grades 3–5*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Cañadas, M. C., Brizuela, B. M., y Blanton, M. (2016). Second graders articulating ideas about linear functional relationships. *The Journal of Mathematical Behavior*, 41, 87-103.

Cañadas, M. C. y Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruíz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209-218). Granada, España: Comares.

Confrey, J. y Smith, E. (1991). A framework for functions: Prototypes, multiple representations and transformations. In R. Underhill (Ed.) *Proceedings of the 13th annual meeting of the North American Chapter of The International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 57-63). Blacksburg, Virginia, U.S.A.

Ellis, A. (2011). Algebra in the middle school: Developing functional relationships through quantitative reasoning. En *Early Algebraization* (pp. 215-238). Springer Berlin Heidelberg.

Gómez, B. (2016). Sobre el análisis didáctico de la razón. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruíz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 165-174). Granada, España: Comares.

Kaput, J. (2000). *Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by “algebrafying” the K-12 curriculum*. Dartmouth, MA: National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.

Soares, J., Blanton, M. L. y Kaput, J. (2005). Thinking Algebraically across the Elementary School Curriculum. *Teaching children mathematics*, 2(5), 228–235.