T-1.038

PENSAMIENTO ALGEBRAICO EN EL CONTEXTO ESCOLAR

Pedro Javier Rojas-Garzón – Rodolfo Vergel-Causado
pjrojasg@udistrital.edu.co – rodolfovergel@gmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos
Modalidad: T
Nivel educativo: Secundaria
Palabras clave: Pensamiento algebraico, símbolos literales, generalización, simbolización

Resumen

Se presenta una síntesis de resultados de investigación relacionada con el pensamiento algebraico, vinculada con procesos de generalización y simbolización. Se describen algunas dificultades que encuentran los jóvenes para abordar actividades asociadas a dichos procesos, y se plantean tareas para orientar el trabajo en el aula con niños y jóvenes, las cuales potencian el desarrollo el pensamiento algebraico y, en particular, los procesos de generalización. Adicionalmente se exponen algunas consideraciones que pueden alimentar reflexiones sobre una dialéctica entre formas de pensamiento algebraico y procesos de generalización, particularmente desde el trabajo con patrones.

Para el desarrollo de este taller posteriormente se abordarán de manera individual las tareas planteadas, se discutirán en pequeños grupos las propuestas de solución a dichas tareas, contrastándolas con respuestas esperadas por parte de estudiantes de diversos niveles de escolaridad, y finalmente se realizará una puesta en común de lo abordado en los diferentes grupos, resaltando elementos comunes y posibles diferencias. Las diversas producciones presentadas serán analizadas bajo las categorías o elementos teóricos propuestos.

Introducción

Diversas investigaciones han puesto en evidencia las dificultades que encuentran los niños y jóvenes en la transición aritmética–álgebra (Bednarz, Kieran & Lee, 1996; Rojas, Rodríguez, Romero, Castillo & Mora, 1999; Kieran, 2007; Rojas, 2015; Radford, 2011, 2012; Vergel, 2013, 2015), las cuales han aportado aproximaciones a caracterizaciones del pensamiento algebraico, además de poner en evidencia datos experimentales y justificaciones teóricas sobre la inclusión del álgebra desde la escuela primaria (6/7-10/11 años). El álgebra escolar, orientada al estudio de los polinomios y a la resolución de ecuaciones –asumida en forma

ISBN 978-84-945722-3-4

restrictiva como lenguaje simbólico–, suele abordase de manera abrupta en la educación secundaria (11/12-16/17 años). Un número significativo de estudiantes, que durante los años anteriores habían tenido un adecuado desempeño en aritmética, ahora manifiestan su extrañeza por tener que trabajar con *letras*:

> *"¿...por qué tengo que trabajar con letras?", o,*
> *"¿sí ve, de qué sirvió todo lo anterior? ... ¡para que ahora no entienda nada!".*

La denominación usual de "letra", utilizada en las aulas, podría ser fuente de dificultades, en tanto posibilitaría interpretaciones no deseables sobre el sentido que se le asigna a estos símbolos literales en dichos contextos. En relación con la aritmética y el álgebra es importante reconocer la existencia de un "continuo" entre estos dos campos. Las relaciones aritméticas, de por sí, cuentan con un carácter algebraico (Rojas et al., 1999); desde la aritmética es posible trabajar con cantidades desconocidas y con procesos de variación, por ejemplo, desde la proporcionalidad (que además posibilita una relación con la geometría), desde el reconocimiento y uso de "unidades múltiples", que pocas veces es tematizado en el trabajo de aula. Al respecto, existen propuestas desde las cuales se plantea considerar "la multiplicación como cambio de unidad" como un objeto de la transición aritmética-álgebra (Mora & Romero, 2004; Grupo Mescud, 2006; Rojas, Romero, Mora, Bonilla, Rodríguez & Castillo, 2011), reconociendo que tal reconceptualización de la multiplicación permite entender que, cuando se multiplica:

> lo que esencialmente se hace es expresar una cantidad o magnitud –no necesariamente entera– de cierta cantidad o magnitud unidad, en términos de otra unidad, y que para llevar a cabo tal cambio de unidad, se realizan procesos de unitización o de normación (Rojas et al., 2011, p. 58)

Desde estas asunciones es posible proponer un camino de relaciones entre aritmética y álgebra, que posibilita el logro de mejores aprendizajes, utilizando ideas culturalmente sedimentadas involucradas en la *unitización* (proceso y efecto de construir nuevas unidades de referencia) y en la *normación* (proceso y efecto de reconceptualizar un sistema en relación con alguna unidad establecida).

Kieran (2007) destaca que las dificultades con que se encuentran los estudiantes en el "tránsito de la aritmética al álgebra" tienen que ver con el uso que se hace de las "letras" y con un cambio notable en las convenciones usadas inicialmente en aritmética: la concatenación de símbolos, el uso de paréntesis y los usos del signo igual; reconociendo además otras dificultades, relacionadas con diversas interpretaciones de las "letras", así como el reconocimiento y uso de estructuras (superficial y sistémica). Algunos estudios en el contexto colombiano, en relación con dificultades en el aprendizaje del álgebra y sobre el significado asignado por

ISBN 978-84-945722-3-4

estudiantes de grado 8° y 11° al uso de las "letras" en álgebra (Rojas et al., 1999; Agudelo, 2000; Agudelo & Vergel, 2009), sugieren la necesidad de profundizar en el estudio del currículo del área de matemáticas; necesidad que también se manifiesta en los resultados de estudios internacionales, como el TIMMS, que dan cuenta del escaso desarrollo del pensamiento matemático construido a través del aprendizaje del álgebra. Las dificultades reportadas podrían estar más relacionadas con la escasa tematización que se hace desde el contexto escolar en relación con la generalización, y con lo no determinado o lo desconocido; en este sentido, podríamos pensar que se trata más de dificultades de tipo curricular o didáctico, que de dificultades de tipo cognitivo. De hecho, los niños, desde temprana edad, reconocen y trabajan lo general (Carraher & Schliemann, 2007) e, incluso, pueden tematizar lo desconocido.[24]

Álgebra escolar y currículo. El Álgebra Temprana como una perspectiva de cambio curricular

En un trabajo anterior, Rojas & Vergel (2013) reconocen que si bien desde el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Norteamérica (NCTM, 2000) no se plantea explícitamente un trabajo en los primeros grados de primaria en relación con la integración del pensamiento algebraico en las matemáticas escolares, sí reconocen la importancia de trabajar desde estos cursos tareas y actividades orientadas a la búsqueda de patrones, así como realizar experiencias significativas con números y sus propiedades, como fundamento para un trabajo posterior, comprensivo, con símbolos y expresiones algebraicas. En el contexto canadiense, para plantear otro caso, el currículo ha sido algebrizado, y el álgebra aparece desde el primer año de escuela primaria; sin embargo tal *algebrización* no ha sido en el sentido propuesto por Kaput (2000) de integrar el pensamiento algebraico en las matemáticas escolares. Siguiendo ideas de Radford (2012), en el programa de estudios de matemáticas de Ontario (Canadá) la diferencia entre la aritmética y el álgebra no es clara, no se sabe si ciertos contenidos prescritos están todavía dentro de lo que debería considerarse aritmética o ya están dentro de lo que sería álgebra. Se plantea así la necesidad de prestar más atención a identificar y usar relaciones funcionales, desarrollar y usar tablas, gráficas y reglas para describir

[24] La posibilidad de potenciar el desarrollo de pensamiento algebraico en los primeros años de escolaridad es un aspecto que cada vez genera mayor interés para la investigación en educación matemática. En particular, la generalización de patrones es considerada como una de las formas más importantes de introducir el álgebra en la escuela. Sin embargo esto demanda el desarrollo de una perspectiva amplia sobre la naturaleza del álgebra escolar, orientada más a abordar aspectos estructurales del razonamiento algebraico que simbólicos y procedimentales (Godino, Castro, Aké & Wilhelmi, 2012), que considere, por ejemplo, una relación dialéctica entre las formas de pensamiento algebraico y las maneras de resolver los problemas sobre generalización de patrones (Vergel, 2015).

ISBN 978-84-945722-3-4

situaciones, realizar interpretaciones entre diferentes representaciones (verbales, gráficas, numéricas, tabulares, figurales, simbólicas), además de proponer problemas abiertos y tareas ampliadas, en diferentes contextos, que incorporen el uso de métodos informales en la resolución de problemas e investigar y formular preguntas a partir de situaciones problema.[25]

Precisamente la propuesta de cambio curricular Álgebra Temprana enfatiza la idea de Kaput (2000) sobre la *algebrización* del currículo de matemáticas. Diversos estudios e investigaciones han abordado el problema de la incorporación del Álgebra desde los primeros años escolares, no como una asignatura sino como una manera de pensar y actuar sobre objetos, relaciones, estructuras y situaciones matemáticas, como guía hacia una enseñanza con comprensión y significado de las matemáticas. En términos generales, la propuesta del Álgebra Temprana considera el Álgebra desde una concepción amplia, que abarca el estudio y generalización de patrones y relaciones numéricas, el estudio de relaciones funcionales, el desarrollo y la manipulación del simbolismo, el estudio de estructuras abstraídas de cálculos y relaciones, y la modelización (Kaput, 2000; citado en Socas, 2011).[26] Esta perspectiva convoca a los docentes de todos los niveles a posibilitar en el trabajo de aula de matemáticas la observación y descripción de patrones, relaciones y propiedades matemáticas y propiciar un ambiente escolar en el que se valore que los estudiantes exploren, modelicen, hagan predicciones, discutan, argumenten, comprueben ideas y también, por supuesto, que practiquen y ejerciten habilidades de cálculo (Blanton & Kaput, 2005).

Una caracterización del pensamiento algebraico

El *pensamiento* es entendido aquí como un proceso de actividad humana, lo cual sugiere un proceso en constante movimiento y cambio. En tal sentido, aceptamos que el movimiento es una categoría ontológica fundamental. Según Davydov (1981, p. 279), el pensamiento de un hombre "es el movimiento de formas de actividad de la sociedad históricamente constituidas y apropiadas por aquél".

[25] En Lineamientos Curriculares del Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 1998) se propone una restructuración conceptual y metodológica del álgebra escolar, enfatizada desde el pensamiento variacional, que ponga el acento en los procesos de generalización, la comunicación, la argumentación y la modelación de situaciones de cambio, como ejes fundamentales en la construcción del pensamiento algebraico; además de motivar el estudio de la variación y el cambio, de las regularidades y la detección de los criterios que rigen esas regularidades o las reglas de formación para identificar el patrón que se repite periódicamente, como elementos asociados al pensamiento algebraico, se plantean sugerencias explícitas sobre actividades para desarrollar el pensamiento variacional desde los primeros niveles de la Educación Básica Primaria.

[26] En el contexto internacional se reconoce otra perspectiva, la *Pre-Álgebra*, desde la cual se plantea la necesidad de abordar un trabajo previo al estudio del álgebra formal; una transición desde la Aritmética al Álgebra, que toma como referencia las dificultades y los errores de los alumnos en Álgebra, las cuales dan cuenta de un tratamiento insuficiente de lo aritmético y lo numérico en la Educación Primaria. En este sentido, esta perspectiva curricular se diferencia de la propuesta del Álgebra Temprana o Early Algebra.

ISBN 978-84-945722-3-4

A partir de los trabajos de Viète (1591/1983) y Descartes (1637/1954), es posible afirmar que en el pensamiento algebraico no hay diferenciación entre números conocidos y desconocidos.[27] En este sentido, la diferencia entre la aritmética y el álgebra no puede darse en términos de notaciones, como a menudo se piensa, y es necesario tener en cuenta que el simbolismo algebraico alfanumérico, usado en la actualidad, es una invención reciente, es decir, el nacimiento del álgebra no puede asociarse con el nacimiento del simbolismo moderno (Radford, 2012). En otras palabras, para pensar algebraicamente no es una condición necesaria, ni suficiente, el uso de "letras". Siguiendo ideas de Radford (2013a), el pensamiento algebraico se entiende como un sistema de procesos corporizados de acción y de reflexión, constituidos histórica y culturalmente, y el *Saber algebraico* es una síntesis evolutiva (sintetiza acción humana, es dinámica, transformativa) y culturalmente codificada (como patrones de acción) de hacer y reflexionar en términos analíticos (i.e., la analiticidad en términos del carácter operatorio de lo desconocido) sobre números indeterminados y conocidos. Para este autor, el pensamiento algebraico se puede caracterizar desde tres componentes relacionadas: (a) *el sentido de indeterminancia* (objetos básicos como: incógnitas, variables y parámetro) como aquello opuesto a la determinancia numérica; (b) la *analiticidad*, como forma de trabajar los objetos indeterminados, es decir, el reconocimiento del carácter operatorio de los objetos básicos; y (c) la *designación simbólica o expresión semiótica* de sus objetos, esto es, la manera específica de nombrar o referir los objetos.

Tareas y actividades para orientar el trabajo en el aula

Las tareas y las actividades que puedan suscitarse a partir de ellas imponen dos retos; por una parte, contribuir al desarrollo del pensamiento algebraico, y, por otra, constituirse en unidades de análisis para interpretar la actividad matemática de los estudiantes. En este sentido, los elementos teóricos expuestos en este trabajo fungen como herramientas analíticas que permiten no solo orientar las tareas propuestas sino también interpretar las producciones matemáticas de los estudiantes en las actividades desarrolladas.

> *Dobleces de papel y proceso de generalización.* Tomemos una tira de papel, y realicemos la acción de unir los respectivos extremos (doblar por la mitad), realizando el doblez respectivo (una marca sobre la tira de papel); reiterando esta acción, siempre en el mismo sentido; por ejemplo, al realizar dos veces la acción de doblar por la mitad se obtienen 3 dobleces y a la tercera 5 dobleces. ¿Cuántos dobleces se obtendrían al realizar 5 veces la misma acción? ¿7 veces? ¿15 veces? ¿100 veces?

El trabajo a partir de material concreto motiva a los estudiantes a abordar el trabajo, pues manipular la tira de papel les posibilita responder adecuadamente a la primera pregunta e incluso cuando se realiza 6 veces la misma acción, pero poco a poco la dificultad para

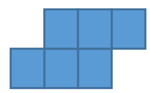
[27] Esta es la razón por la cual Viète y otros matemáticos en el siglo XVI se referían al álgebra como un arte analítico.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

manipular lo concreto hace que se abandone la tira de papel y centren su mirada en lo abstracto, en las relaciones posibles, ya sea entre las respuestas a las acciones anteriores, o entre las veces que se realiza la acción y el número de dobleces que se obtendrían. Si bien muchos estudiantes identifican un patrón y logran generalizar, no siempre logran "capturarlo" mediante una expresión algebraica. Godino et al. (2012, p. 490), citando a English y Warren (1998), reconocen que la parte más difícil es expresar algebraicamente las generalizaciones y resaltan que "hay un desfase entre la habilidad de los estudiantes para reconocer y expresar verbalmente un cierto grado de generalidad y la habilidad para emplear la notación algebraica con facilidad".

De las configuraciones con baldosas a las relaciones área-perímetro

Tomando como referencia la figura dada, en la cual cada par de baldosas debe estar unida al menos por uno de sus lados, ¿es posible añadir baldosas de manera tal que el perímetro de la nueva configuración de baldosas sea 18 unidades?, ¿cuál sería el número mínimo de baldosas requeridas?, ¿cuál sería el máximo?



Explorar esta situación, y encontrar las diversas configuraciones que cumplan la condición planteada, posibilita que los estudiantes reconozcan que añadir una baldosa no implica que el perímetro de la nueva configuración aumente, pues podría mantenerse e, incluso, disminuir; así como reconocer expresiones que le posibiliten resumir los diversos hallazgos, en particular, las relaciones entre área y perímetro.

Secuencia de figuras, áreas y búsqueda de patrones

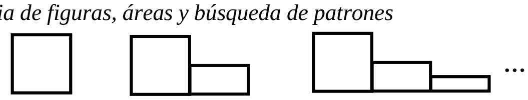


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Si cada figura se obtiene de la anterior adicionando un rectángulo a la derecha ésta, el cual mantiene un lado con longitud igual al lado del cuadrado de la Figura 1 y el otro lado corresponde a la mitad del rectángulo a su izquierda, ¿cuál sería el área de la Figura 5?, ¿de la figura 100?, ¿de la Figura *n*?

Esta tarea, en particular, posibilita, además de relacionar diversos sistemas de representación el figural, el numérico y el algebraico, proceder a una serie de determinaciones sensibles y notar similitudes y diferencias (Radford, 2013b). Es posible que los estudiantes fijen su atención en la forma de las figuras, la cantidad de rectángulos que constituyen cada una de estas figuras, etc. Desde algunos estudios (ver, por ejemplo, Radford, 2013b; Vergel, 2015),

ISBN 978-84-945722-3-4

esta escogencia de similitudes y diferencias la podrían hacer los estudiantes según la comprensión que se hacen del objeto de la actividad de generalización.

Consideraciones finales

La posibilidad de potenciar el desarrollo de pensamiento algebraico en estudiantes jóvenes es un aspecto que continúa generando interés en el campo de la investigación en Educación Matemática. En particular, la generalización de patrones puede verse como una actividad clave para introducir el álgebra en la escuela. El término *algebrización* del currículo introducido por Kaput (2000) parece necesario y pertinente, pues potenciar maneras de pensar y actuar sobre objetos, relaciones, estructuras y situaciones matemáticas, puede ser una ruta para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con comprensión y significado. Es necesario estar sensibles a la actividad matemática de los estudiantes y, en particular, al trabajo de expresar algebraicamente las generalizaciones, reconociendo y potenciando producciones que no contienen signos alfanuméricos. El sentido de la indeterminancia, la analiticidad y la expresión semiótica podrían estar presentes a través de una actividad multimodal, en la cual intervienen la percepción, los gestos, los símbolos matemáticos y el lenguaje natural (Radford, 2013b; Vergel, 2013, 2015), por lo que es necesario reconocer todas aquellas situaciones discursivas (orales y escritas), gestuales y procedimentales que evidencien en los estudiantes intentos de construir explicaciones y argumentos sobre estructuras generales y modos de pensar, así sus argumentaciones y explicaciones se apoyen en situaciones particulares, o en acciones concretas (Godino et al., 2012). En términos epistemológicos, los modos de conceptualizar, conocer y pensar, no pueden ser descritos adecuadamente sólo en términos de prácticas discursivas. Es importante considerar los recursos cognitivos, físicos y perceptuales que los estudiantes movilizan cuando trabajan con ideas matemáticas.

Referencias bibliográficas

Agudelo, C. (2000). Una innovación curricular que enfoca el proceso de transición entre el trabajo aritmético y el algebraico. Tunja: UPTC.

Agudelo, C. & Vergel, R. (2009). Proyecto PROMICE -*Promoción de un enfoque interdisciplinario y de resolución de problemas en el inicio del trabajo algebraico escolar: integrando contextos de ciencias y el uso de tecnología digital*. Informe final – Código 86 de 2007. Centro de documentación, IDEP, Bogotá.

ISBN 978-84-945722-3-4

Bednarz, N., Kieran, C. & Lee, L. (1996). *Approaches to Algebra: Perpectives for Research and Teaching*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Blanton, M. & Kaput, J. (2005). Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education, 36*(5), 412-446.

Carraher, D. & Schliemann, A. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. En: F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (Vol. 2, pp. 669-705). Charlotte, N.C: Information Age Publishing, Inc. y NCTM.

Davydov, V. (1981). *Tipos de generalización en la enseñanza*. La Habana: Pueblo y Educación.

Descartes, R. (1954). *The geometry*. New York: Dover [Original published 1637].

English, L. & Warren, E. (1998). Introducing the variable through pattern exploration. *The Mathematics Teacher, 91*(2), 166 – 171.

Godino, D., Castro, W., Aké, L. y Wilhelmi, M. (2012). Naturaleza del razonamiento algebraico elemental. *Bolema, 26*(42B), 483-511.

Grupo Mescud (2006). *Razonamiento multiplicativo: un camino posible*. Bogotá: Fondo de publicaciones Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Kaput, J. (2000). *Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by "algebrafying" the K-12 curriculum*. Dartmouth, MA: National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.

Kaput, J. & Blanton, M. (2001). Algebrafying the Elementary Mathematics Experience. Part I: Transforming Tasks Structures. In H. Chick, K. Stacey, J. Vincent, & J. Vincent (Eds.), *The Future of the Teaching and Learning of Algebra* (Proceedings of the 12th ICMI Study, Vol. 1, pp. 344-351). Melbourne: University of Melbourne.

Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels. Building meaning for symbols and their manipulation. En, F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (Vol. 2, pp. 707-762). Charlotte, N.C: Information Age Publishing, Inc. y NCTM.

MEN (1998). *Lineamientos Curriculares. Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.

Mora, L. & Romero, J. (2004). ¿Multiplicación y división "o" cambio de unidad? En Rojas, P. (Comp.). *Memorias del Sexto Encuentro Colombiano de Matemática Educativa* (pp. 13-20). Bogotá: Asociación Colombiana de Matemática Educativa.

Radford, L. (2012). Early algebraic thinking: Epistemological, semiotic, and developmental issues. *ICME-12 Regular Lecture*. Seoul, South Korea. July 8-15, 2012.

Radford, L. (2013a). Three key Concepts of the theory of objectification: Knowledge, knowing, and learning. *Journal of Research in Mathematics Education, 2*(1), 7-44.

Radford, L. (2013b). En torno a tres problemas de la generalización. En L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 3-12). Granada, España: Comares.

Rojas, P. (2015). Objetos matemáticos, representaciones semióticas y sentidos. *Enseñanza de las Ciencias*, *33*(1), 151-165.

Rojas, P., Rodríguez, J., Romero, J. Castillo, E. & Mora, L. (1999). *La transición aritmética-álgebra*. Bogotá: Universidad Distrital–Gaia.

Rojas, P., Romero, J., Mora, L., Bonilla, M., Rodríguez, J. & Castillo, E. (2011). *La multiplicación como cambio de unidad: Estrategias para promover su aprendizaje*. Bogotá: Universidad Distrital.

Rojas, P. & Vergel, R. (2013). Procesos de generalización y pensamiento algebraico. *Revista Científica, Edición especial,* 760-766.

Socas, M. (2011). La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. Aportaciones de la investigación. *Números, 77*, 5-34.

ISBN 978-84-945722-3-4

Vergel, R. (2013). Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de Educación Básica Primaria (9-10 años). *Revista Científica, Edición especial,* 234-240.

Vergel, R. (2015). Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano. *PNA, 9*(3), 193-215.

Viète, F. (1983). *The analytic art*. New York: Dover [Original publicado en 1591].

- **Anexo: Otras tareas para orientar actividades en el aula** *(Pensamiento algebraico)*

(1) Encuentre todas las parejas de números tal que: (a) Su suma sea 6, (b) Su producto sea 6.

(2) ¿Es posible encontrar una figura cuya área sea 1centímetro cuadrado y su perímetro sea superior a 4 centímetros?, ¿con área 1 cm^2 y su perímetro superior a 1000 cm?, ¿con área 1 cm^2 y su perímetro superior a un millón de centímetros?, ¿con área 1 cm^2 y su perímetro igual a 1000 cm?

(3) Halle una expresión que permita encontrar la suma de tres números consecutivos cualesquiera: (a) Proponga ejemplos, (b) ¿Existe otra expresión equivalente a la encontrada en cada caso?, (c) ¿Es posible garantizar dicha equivalencia en general?

(4) Encuentre la mayor cantidad de números mayores que 0 y menores que 1, ¿es posible encontrar una expresión general que permita representar dichos números?, ¿podría "mostrar" exactamente mil ejemplos de números entre 0 y 1? ¿existe una expresión mediante la cual puedan ser representados? Explique su respuesta.

(5) Llamaremos *hexarecto* a todo hexágono cuyos lados consecutivos, dos a dos, siempre forman ángulo recto.

- Construya dos hexarectos diferentes de perímetro 24cm; compare los resultados con lo propuesto por tres de sus compañeros.
- Calcule el área de todos hexarectos propuestos por el grupo, ¿cuál es el de menor área? ¿cuál el de mayor área?
- De todos los hexarectos con perímetro 24cm, posibles de construir, ¿cuál sería el de área máxima? Explique su respuesta.
- ¿Es posible representar el perímetro de muchos hexarectos usando una sóla expresión? Explique su respuesta

(6) Induzca una ley general para calcular el producto: $\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$

(7) Investigue sobre el proceso de construcción de la *curva de Köch*,

- ¿Cuál sería la longitud de la curva en cada paso (1°, 2°, 3°,…)?
- ¿Cuál sería su longitud en el paso *n*?

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4