T-383

MATEMÁTICA TANGIBLE CON EL CUBO FLEXIBLE BAFI

Mª Esperanza Teixidor Cadenas
cubodidacticobafi@gmail.com
Sociedad Canaria Isaac Newton de Profesores de Matemáticas. Pedagoga, maestra de Primaria y creadora de BaFi. España

Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas
Modalidad: T
Nivel educativo: Primario (6 a 12 años)
Palabras clave: Innovación didáctica, geometría, dificultades, enseñanza-aprendizaje

Resumen

La mayoría de los objetos que existen en la realidad son tridimensionales. La enseñanza-aprendizaje de la geometría debe comenzar investigando objetos de tres dimensiones, y a partir de su manipulación descubrir los bidimensionales, hasta llegar a los unidimensionales, que son los más abstractos. La manipulación será imprescindible para un aprendizaje significativo. Invertir el orden tradicional 1D, 2D, 3D, supondrá un reto para el docente. Para lograrlo contamos con la ayuda de un divertido material educativo llamado Bafi. En el taller cada uno manipulará un cubo didáctico Bafi, para descubrir toda su potencialidad, no solo en geometría, sino también en medidas de longitud, superficie y capacidad. Veremos cómo Bafi fomenta el interés y el aprendizaje eficaz de la geometría. Además desarrolla la visión espacial, la imaginación y la creatividad.

Justificación:

Es conocida la conveniencia de que el alumnado manipule materiales para que sea capaz de llegar a los conceptos matemáticos. La dificultad aparece cuando no contamos con materiales apropiados y, con frecuencia, en el aula acabamos haciendo lo contrario: se explica el concepto -que se memoriza- para aplicarlo a situaciones descontextualizadas. De esta forma las matemáticas son un cúmulo de conceptos a memorizar. Lo que se hace más difícil cuando se trata de la geometría.

Bafi es un cubo flexible que puede utilizarse como novedoso recurso didáctico. Al manipularlo se convierte en sucesivas figuras geométricas tales como hexágonos, pirámides, hexaedros, trapecios, rombos, y muchas más.

ISBN 978-84-945722-3-4

Por otro lado, Bafi acerca también el sistema métrico al alumnado. Por ejemplo, permite hacerse una idea de lo que es un metro cúbico, o un metro cuadrado. También se practica la estimación de longitudes con Bafi de diferentes tamaños. Con este material la clase de geometría es dinámica, logrando el interés y el deseo de aprender del alumnado.

Es una realidad que gran parte del profesorado, al igual que el resto de las personas, carecen de formación tridimensional. Este taller propone invertir el orden de la enseñanza de la geometría, empezando por la tercera dimensión, que es nuestra realidad. Así se explica en "Números", Revista de Didáctica de las Matemáticas: http://www.sinewton.org/numeros/numeros/92/Experaula.pdf

Procuraremos que los conceptos matemáticos sean entendidos en profundidad, para que el alumnado adquiera una base sólida donde construir su conocimiento, desde los primeros niveles de la enseñanza.

Los participantes en el taller se entusiasmarán con el gran recurso que tienen en sus manos (el cubo flexible Bafi), para lograr una matemática tangible, que consiga un aprendizaje significativo.

Descripción del material que se utiliza en el taller

Cada cubo flexible Bafi se transforma al manipularlo en al menos 18 figuras geométricas distintas. El cubo está formado por doce tubos iguales, ensartados en un hilo elástico, que los mantiene unidos formando así un cubo flexible. Esta flexibilidad le hace muy versátil ya que se transforma en polígonos, cuerpos geométricos e incluso letras del abecedario.

Bafi es un "Modelo de Utilidad", según el Boletín Oficial de la Propiedad Industrial de fecha 21/10/2014. Al ser un cubo tridimensional, se han elegido tres colores para visualizar los segmentos que son paralelos, cuando se construye cualquier hexágono.

Hay distintos tamaños del cubo flexible. El Bafi del alumnado mide 10 cm de arista para que al formar un cubo pueda visualizar un litro, que es la capacidad del cubo = 1 dm^3.

También se mostrarán las posibilidades didácticas de otros objetos, formados de la misma manera que el cubo Bafi, que se encuentran en la exposición matemática: El universo del cubo flexible Bafi.

Ventajas de utilizar el cubo didáctico Bafi

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Son muchas las dificultades que se superan con Bafi, gracias a la visualización de los conceptos que se quieren aprender. De esta manera se logra una matemática tangible a la que todo el alumnado llega, y no sólo el que tiene mayor inteligencia espacial. La meta será aprender a ver. A medida que se desarrolla aumenta la capacidad de asombro e implicación del alumnado en su propio aprendizaje.

Sin hacer una lista exhaustiva, a continuación se exponen algunos ejemplos de las ventajas que proporciona este material didáctico:

Facilidad para reconocer las figuras geométricas. El alumnado se habitúa a girar la figura que ha construido, y la distingue en cualquier situación. De esta manera, se supera el error de visualización siempre en la misma posición, que es lo que suele ocurrir en los libros de texto. Debería ser fácil pensar que un cambio de posición no puede alterar la esencia de la figura. Pero esto no ocurre espontáneamente y es necesario que se visualice y manipule**.**

Distinción entre objetos de tres, dos o una dimensión. Es frecuente el error de ver una pirámide triangular y decir que es un triángulo. Es cierto que está formado por triángulos pero no es una superficie, "que con mi mano puedo recorrer", sino un volumen donde "caben cosas dentro".

Utilidad para trabajar medidas de longitud. Se puede doblar el Bafi del alumnado hasta conseguir tres segmentos de 1 dm, 2 dm o 3 dm. Es importante que los alumnos tengan el decímetro asimilado para poder hacer cálculos aproximados de medidas. Con el cubo flexible Bafi del profesorado se puede conseguir otras medidas, lo que nos servirá para el cálculo mental ya que una distancia será la suma de varios segmentos. Tenemos tres tamaños: el mayor, de 1 metro de arista, le sigue el de medio metro de arista y por último el de 25 cm de arista. Con el Bafi cuya arista es de 1 metro puedo conseguir segmentos de 1, 2 o 3 m. Con el segundo obtengo distancias de 0'5 m, 1m o 1'5m. Y con el de 25 cm de arista logro 0`25m, 0'5m o 0'75m.

Interesante para las medidas de capacidad. Una experiencia significativa es preguntar: ¿cuántos litros caben en un cubo de medio metro de arista? La contestación de la mayoría del

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

alumnado es afirmar que contiene 500 litros, sin darse cuenta de su error. El origen de esta equivocación se encuentra en que el alumnado deduce que será la mitad de la capacidad de un cubo de un metro de arista. Si bien es cierto que el alumnado domina que en un cubo de un metro de arista caben 1000 litros, en cambio falla al creer que la mitad de la longitud implica la mitad del volumen total. Este error se puede evitar si disponemos de un cubo Bafi de un metro de arista, e introducimos dentro otro cubo Bafi de medio metro. El alumnado se dará cuenta al instante que su volumen es mucho menor. Entonces es fácil llegar a la solución: el volumen es la octava parte, donde caben 125 litros.

<u>Interiorización del metro cuadrado con el Bafi de un metro de arista</u>. Siempre partiremos de una realidad contextualizada, como hicieron en el Instituto Schaman, de Las Palmas de Gran Canaria. La profesora propuso al alumnado que investigara si era posible el dato de 4000 asistentes, extraído de un periódico, respecto a un concierto de la cantante Malú en la ciudad. Para ello el alumnado tuvo que comprobar las personas que caben en un metro cuadrado, los metros cuadrados del local donde se realizó el concierto… y extraer la conclusión.

<u>Adquisición del concepto de fracción, número decimal y porcentaje, con distintos tamaños de Bafi</u>. Se aprenden al mismo tiempo y no como bloques desconectados, ya que corresponden a una misma realidad.

<u>Posibilidad de construir una misma figura de diferentes formas.</u> Lo importante será que el alumnado verbalice los pasos que da para su construcción. De esta manera se comprueba su competencia matemática y lingüística, además de favorecer la iniciativa y creatividad.

<u>Utilidad para la asignatura de lengua, al transformarse en letras.</u> Conviene que sea el alumno el que las descubra. La clase se enriquece con la aportación de todos. Según el nivel podremos hacer distintas actividades: unas sólo de reconocimiento o diferenciación de letras y otras de relación entre letras. Por ejemplo ¿qué giro he dado para transformar una N en Z?
Con letras formamos las palabras y con cifras los números.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Ventajas de utilizar el resto de los cuerpos platónicos: icosaedro, dodecaedro, octaedro y tetraedro

Al girar el icosaedro y el octaedro se visualizan los cuerpos en revolución. Con el octaedro veremos dos conos y con el icosaedro además un cilindro.

Se puede contar con facilidad las aristas y los vértices.

Ventajas de utilizar polígonos flexibles

Se diferencia visualmente un número par de otro impar a través de las figuras que se pueden formar. Si es rectángulo o doble segmento será par. Y si se transforma en un trapecio o en triángulo, será impar**.**

También ayuda al cálculo mental, ya que se visualizan las descomposiciones de los números en dos sumandos. Por ejemplo del 10: 9+1= 8+2=7+3=6+4=5+5

Investigaciones para descubrir conceptos complejos

Relación de los volúmenes de dos cuerpos semejantes

Se trata de investigar cuál es la relación entre los volúmenes de dos cuerpos semejantes. De esta manera evitaremos el error de pensar que la mitad de la longitud es la mitad del volumen. El primero es un Bafi de 1dm de arista donde cabe 1litro y su volumen es 1dm^3. El cuerpo semejante será otro de razón de semejanza 2, ya que la arista de esta construcción nueva es el doble de la inicial. El cuerpo semejante está formado por 8 Bafis como el inicial, luego caben 8 litros y su volumen es 8 dm^3.

Calculamos la razón entre los volúmenes dividiendo el volumen del segundo cuerpo entre el primero (8 dm^3: 1 dm^3 = 8). Llegamos a la conclusión que la razón entre los volúmenes de dos cuerpos semejantes es la razón de semejanza al cubo 8 = 2^3.

Las unidades de volumen siempre se expresan con un superíndice que es el tres. Hacer hincapié en esto es necesario para que no les de igual poner dm o dm^3.

Relación de las superficies de dos figuras semejantes

Repetimos el procedimiento pero no con cubos sino con cuadrados formados con BaFi. Se trata de investigar cuál es la relación entre las superficies de dos figuras semejantes. El

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

primero es un Bafi de 1dm de arista cuya superficie es $1dm^2$. La figura semejante será otra de **razón de semejanza 2**, ya que la arista de esta construcción nueva es el doble de la inicial. La segunda figura está formada por 4 cuadrados como la inicial, luego su superficie es 4 dm^2.

Calculamos la razón entre las superficies dividiendo la superficie de la segunda figura entre la primera ($4\ dm^2: 1\ dm^2 = 4$). Llegamos a la conclusión que la razón entre los volúmenes de dos cuerpos semejantes es **la razón de semejanza al cuadrado $4= 2^2$.**

Las unidades de superficie siempre se expresan con un superíndice que es el dos.

<u>Visualización</u>

Se trata de aprender a ver, a descubrir empezando por lo más sencillo y avanzando progresivamente. El nivel de dificultad se va complicando. Lo importante no es que el alumnado diga el resultado sino que lo muestre. Estamos trabajando también la competencia lingüística. Nos valemos del conocido test de los cuadrados: https://es.slideshare.net/guestbbfcfa/test-de-los-cuadrados-presentation

¿Cómo se podría saber el número de cuadrados sin tener que contarlos visualmente? Cuando la figura tenga más unidades sería muy largo y tedioso llegar al número de cuadrados que contiene. ¿Hay un camino más corto para llegar a la solución? Después de investigar llegan a descubrir que es la suma de cuadrados de los números consecutivos.

$1^2 = 1$

$1^2 + 2^2 = 1 +4 = 5$

$1^2 + 2^2 + 3^2 = 1 + 4 + 9 = 14$

$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 1 + 4 + 9 +16 = 30$

A continuación hacemos con Bafi un hexágono y preguntamos: ¿Cuántos triángulos hay? Seis. ¿Y cuántos rombos? También 6. ¿Y cuántos trapecios? Igualmente 6. En una hoja isométrica se plasma cada uno de ellos y cómo lo han descubierto. Es aconsejable terminar con una pregunta reto que puede plantear el propio alumnado ¿Ocurrirá lo mismo con el octógono? A investigar.

Objetivos del taller:

ISBN 978-84-945722-3-4

El objetivo general es que el docente conozca este innovador y versátil cubo didáctico. Y como objetivos específicos los siguientes:

- Fomentar el interés y el aprendizaje significativo de la geometría, medidas y números.
- Mejorar la actitud ante las matemáticas, evitando bloqueos, ya que al manipular y visualizar, el concepto se aprende mejor.
- Favorecer la concepción espacial, porque en una figura también pueden verse otras alternativas.
- Diferenciar los objetos de tres, dos y una dimensión.
- Desarrollar la imaginación y la creatividad al existir distintas maneras de formar una figura.
- Asociar matemáticas con investigación.
- Ayudar a verbalizar los razonamientos.
- Potenciar el trabajo colaborativo.

Contenidos que se desarrollarán en el taller

1) Reconocimiento de las figuras en todas las posiciones. Hábito de girar las figuras para verlas en otras posiciones. Visión espacial.

2) Distinción de objetos de 3D, 2D y 1D.

3) Características de polígonos y cuerpos.

4) Medida de capacidad: el litro.

5) Medidas de longitud, volumen, superficie.

6) Fracciones, números decimales, porcentaje.

7) Interés y creatividad en la búsqueda de soluciones de situaciones cotidianas.

8) Relación con el lenguaje.

Referencias bibliográficas

Libros

Canals, M. A. (2009). *Superficies, volúmenes y líneas*. Barcelona: Associació de Mestres Rosa Sensat.

Artículos en revistas

Teixidor, E. (2016). 3D, 2D, 1D. Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas, 92, 93-103.

ISBN 978-84-945722-3-4

Teixidor, E. (2010). Pajifiguri: un material manipulativo y un cuento interactivo. Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas, 74, 75-92.

Información extraída de una página web

Cubo didáctico BaFi (2014). https://cubodidacticobafi.com/Consultado 17/03/2017

Slide Share. https://es.slideshare.net/guestbbfcfa/test-de-los-cuadrados-presentation/ Consultado 17/03/2017

ISBN 978-84-945722-3-4