

Construcción de fractales lineales

Joan Folguera Farré

email: jfolgue2@xtec.cat

Profesor del Instituto Samuel Gili i Gaya de Lleida, miembro del MMACA
(Museo de las Matemáticas de Cataluña)

RESUMEN

Realización de algunas actividades que he desarrollado en el aula con mis alumnos

Construcción de las curvas de Peano y Hilbert con una curva que pasa por los centros de cuadrados que dividen el cuadrado unidad

Construcción por iteración del pentágono de Sierpinski y otros fractales parecidos.

Muestra de fractales poliédricos como generalización de algunos de los anteriores con dimensión 3

Cálculo de la dimensión de un fractal.

PALABRAS CLAVE: Fractal, geometría, polígonos, poliedros.

CONSTRUCCIÓN DE FRACTALES LINEALES

1. Descripción

En primer lugar, con la ayuda del ordenador, se muestran las construcciones de las curvas de Hilbert y de Peano a partir de divisiones del cuadrado unidad en cuadrados más pequeños y como una curva va recorriendo de manera ordenada todos los centros de dichos cuadrados.

Seguidamente, se construye la tercera iteración de la curva de Hilbert uniendo los centros de los cuadrados que dividen al cuadrado unidad y se construye la cuarta iteración a partir de la unión de 4 veces la tercera iteración. Cálculo de la dimensión.

Posteriormente, se construye la segunda iteración de la curva de Peano uniendo los centros de los cuadrados de manera análoga. Cálculo de la dimensión de éste fractal.

Construcción de la cuarta iteración del pentágono de Sierpinski a partir de la unión de varias veces una iteración anterior.

Construcción de la tercera iteración de la flecha de Sierpinski.

Cálculo de la dimensión fractal de todas las actividades.

Muestra de fractales poliédricos construidos por el autor del taller y de sus alumnos como una generalización de algunos de los anteriores en dimensión 3.

2. Material

Regla, Tijeras y pegamento.

Fichas para hacer fractales, figura 1:

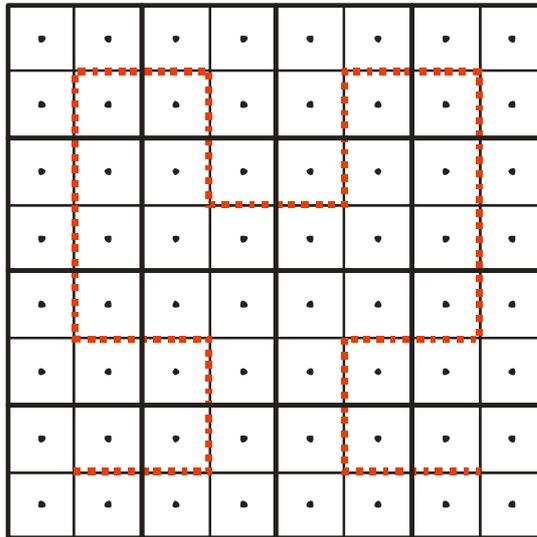


Fig 1 - Ficha tercera iteración curva de Hilbert

Modelos de fractales poliédricos realizados por el autor, figura 2

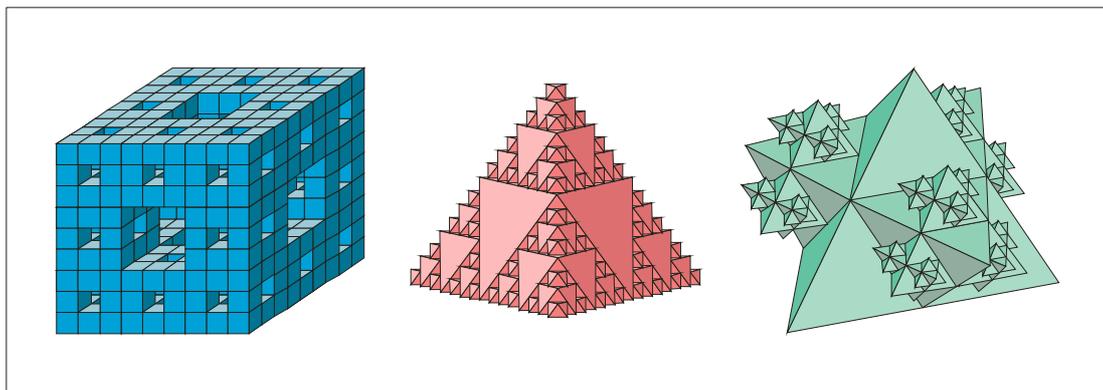


Fig 2 - Ejemplos de fractales poliédricos

3. Actividades de los asistentes

Actividad 1: Curva de Hilbert

Con la ficha de la figura 1 se ha de construir la tercera iteración de la curva de Hilbert [3].

Hay que construir una curva que pase por todos los centros de los cuadrados, línea azul, y que vaya siguiendo la dirección de la línea roja (segunda iteración). Se van uniendo los centros de 4 en 4. Observe la figura 3

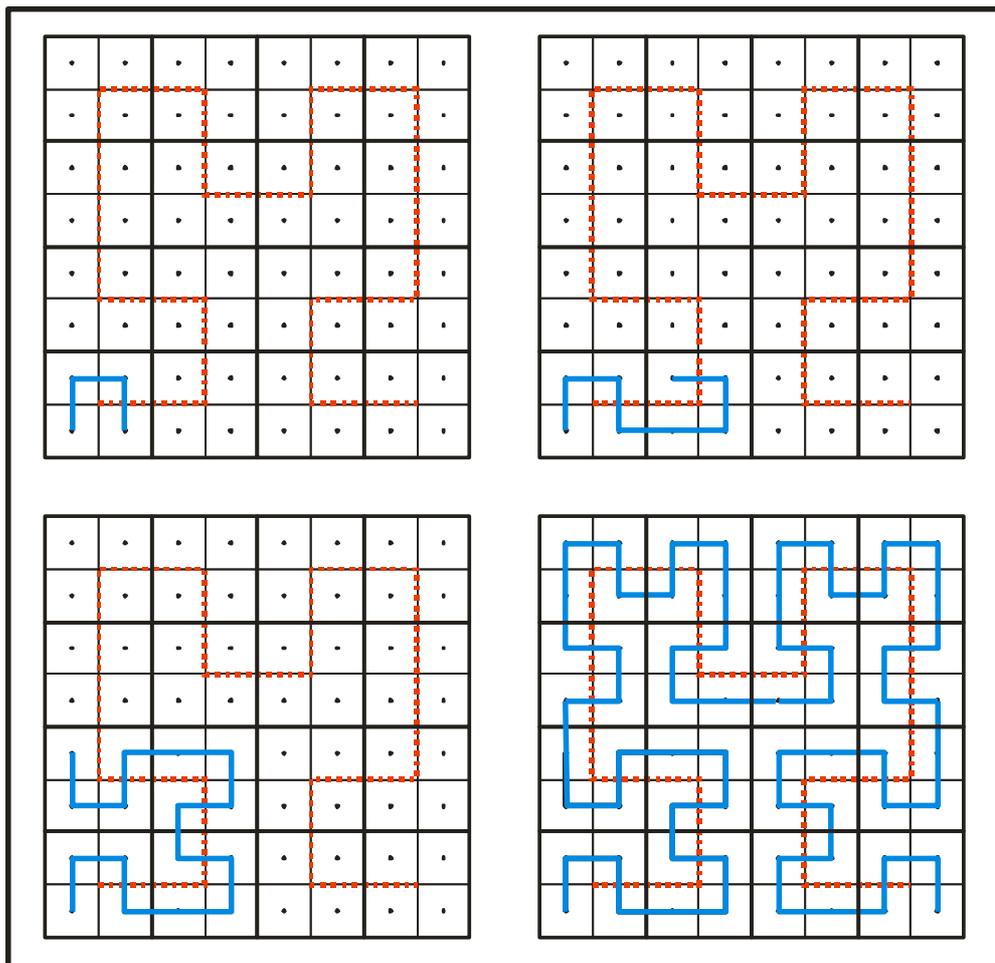


Fig 3 - tercera iteración curva de Hilbert

Después se dan 4 fichas de la tercera iteración pero de tamaño la mitad, se juntan, tal y como indica en la figura 4, con un bolígrafo, en la figura 5 de color azul, y tenemos la cuarta iteración.

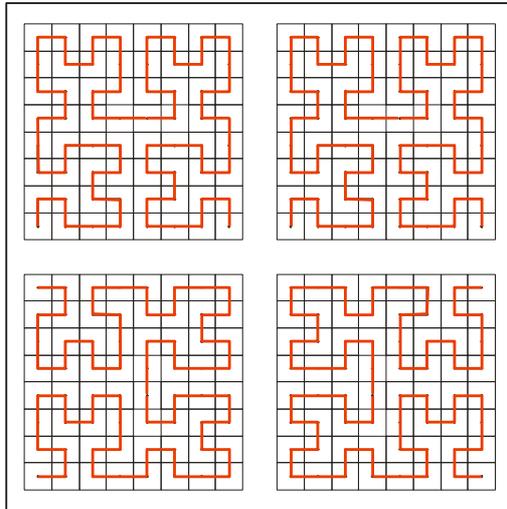


Fig 4 - Cuarta iteración de la curva de Hilbert

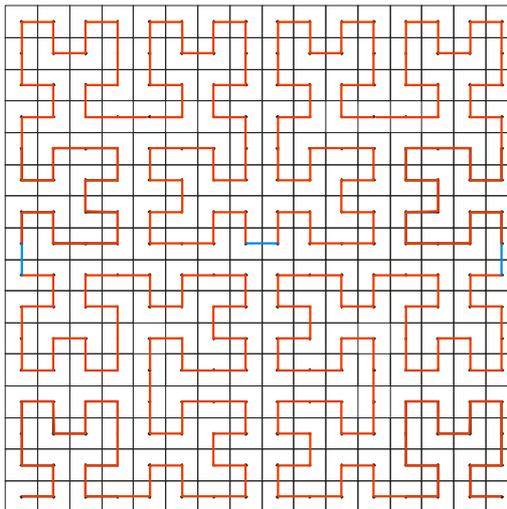


Fig 5 - Cuarta iteración de la curva de Hilbert

Cálculo de la dimensión fractal [1] de esta curva.

$$d = \log_2 4 = 2$$

Actividad 2: Curva de Peano

Con la ficha de la figura 6 se ha de construir la segunda iteración de la curva de Peano [2].

Hay que construir una curva que pase por todos los centros de los cuadrados, línea azul, y que vaya siguiendo la dirección de la línea roja (segunda iteración). Se van uniendo los centros de 9 en 9. Observe la figura 7.

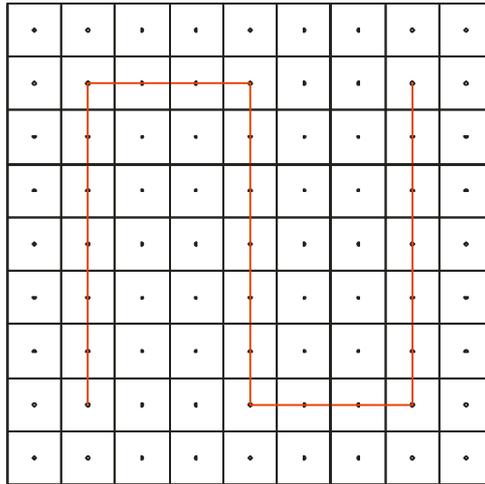


Fig 6 - Segunda iteración de la curva de Peano

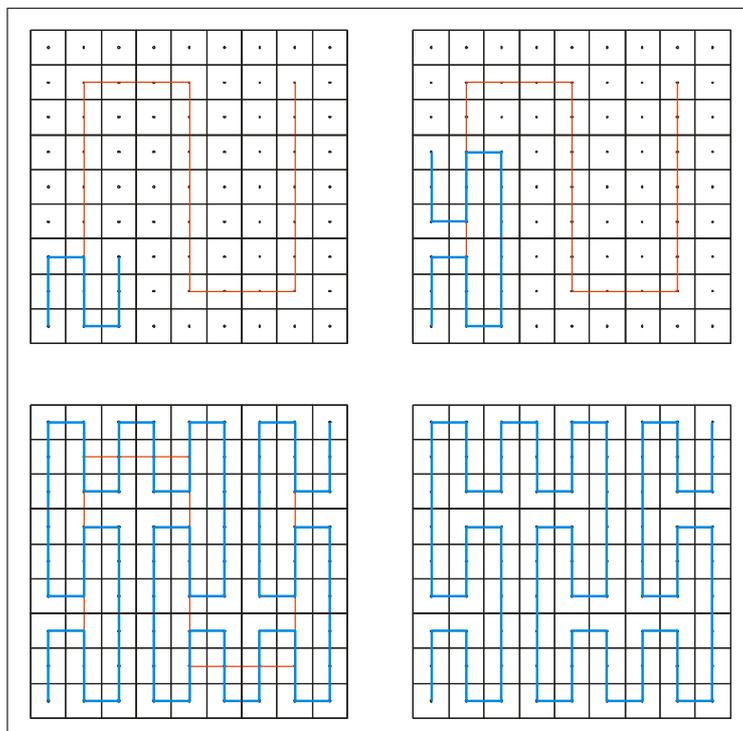


Fig 7 - Figura simétrica de la figura 6

Actividad 3: Pentágono de Sierpinski

Con 5 fichas como la figura 8, son la tercera iteración del pentágono de Sierpinski [4], se ha de construir la cuarta iteración de dicho fractal sobre un pentágono, figura 9.

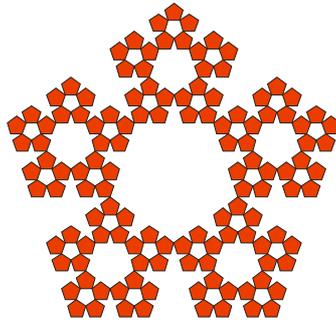


Fig 8 - Tercera iteración del pentágono de Sierpinski

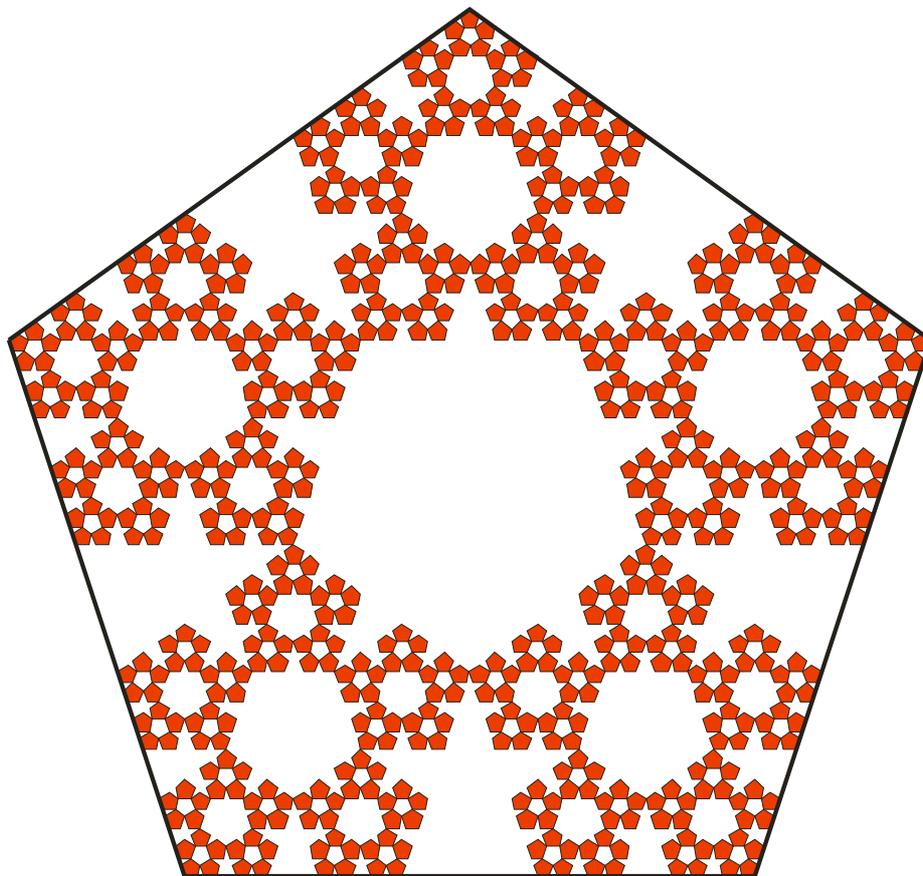


Fig 9 - Cuarta iteración con cinco figuras 10

Actividad 4: Flecha de Sierpinski

Construir la tercera iteración de la flecha de Sierpinski [4] con la ficha de la figura 10.

La flecha de Sierpinski se forma convirtiendo cada segmento en un semihexágono regular de lado medio segmento.

Con la plantilla de la figura 10 se trata de que cada segmento naranja, segunda iteración, se sustituye por un semihexágono siguiendo la rejilla, observe la figura 11 donde la tercera iteración es de color azul

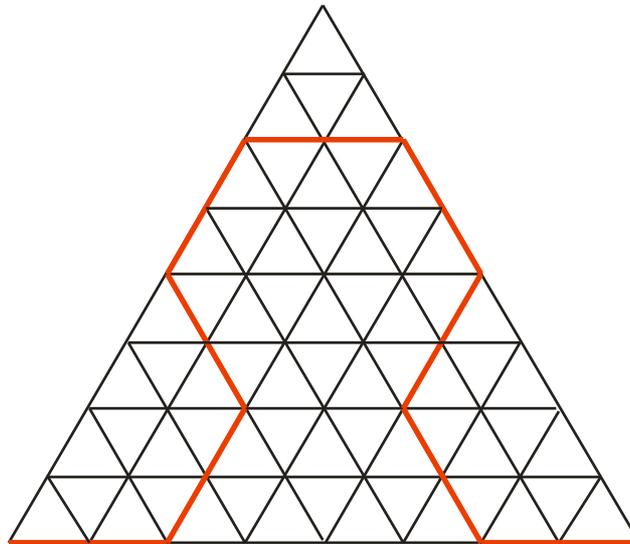


Fig 10 - Segunda iteración de la flecha de Sierpinski

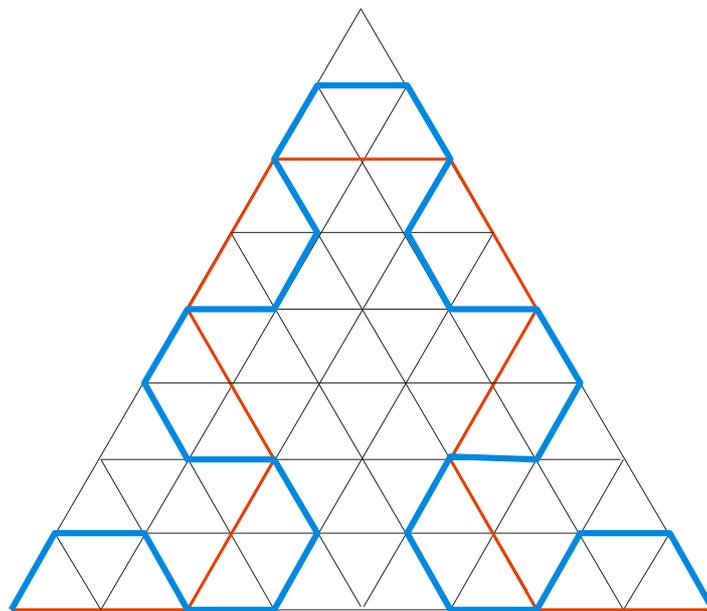


Fig 11 - Tercera iteración de la flecha de Sierpinski

4. **Temporización**

Explicaciones del autor.....	10 minutos
Actividad 1.....	25 minutos
Actividad 2.....	15 minutos
Actividad 3.....	10 minutos
Actividad 4.....	10 minutos
Muestra de fractales poliédricos.....	5 minutos

5. **Bibliografía**

- [1] http://es.wikipedia.org/wiki/Dimensi%C3%B3n_fractal
- [2] http://es.wikipedia.org/wiki/Curva_de_Peano
- [3] http://es.wikipedia.org/wiki/Curva_de_Hilbert
- [4] <http://sabia.tic.udc.es/gc/Contenidos%20adicionales/trabajos/Imagenyvideo/fractales/sierpinski.htm>