En la estela del Sudoku

Otros pasatiempos para la clase de Matemáticas

Ana García Azcárate

email: anagazcarate@gmail.com

Grupo Azarquiel

RESUMEN

Estos últimos años han ido apareciendo en los periódicos nacionales y extranjeros unos nuevos pasatiempos numéricos que siguen claramente la estela de los Sudokus. Nos referimos a los puzles del tipo Sudomates, Suko, Sujiko, Kenken y Kakuro. Para cualquier profesor de matemáticas que crea en los beneficios que aporta el utilizar en clase materiales lúdicos, estos nuevos puzles numéricos pueden servir desde luego para motivar a nuestros alumnos, pero esto no es todo: para resolverlos, es necesario recurrir en todos los casos a procedimientos lógicos, a búsquedas sistemáticas y a destrezas matemáticas que todos queremos fomentar en nuestras clases.

Materiales lúdicos, Pasatiempos numéricos, Sudomates, Suko, Sujiko, Kenken, Kakuro.

Los Sudokus, iniciadores de la saga

Aunque las primeras apariciones de los Sudokus se remontan al final de los años 70, no fue hasta 1986 que estos rompecabezas se popularizaron en Japón, adquiriendo su nombre actual de Sudoku (Su = número, dígito; Doku = único, soltero). Hoy en día, no hay periódico medianamente importante que no incorpore algún sudoku a su sección de pasatiempos y los forofos de este rompecabezas son legiones.

Entre nuestros alumnos, encontramos numerosos expertos resolutores de Sudokus y un rompecabezas, que genera clubes, chats, libros de estrategia, videos, juegos para móviles, juegos de cartas, competiciones e incluso programas de televisión no puede estar ausente de nuestras aulas. Por eso, hace ya algunos años que hemos propiciado concursos y competiciones que tienen Sudokus entre sus pruebas.

Figura 1: Alumno de 2º de ESO resolviendo un sudoku en una competición matemática

Sin embargo estamos de acuerdo con el grupo Alquerque que escribía recientemente en su blog. pasatiemposmatematicosdelaprensa.blogspot.com

También hemos comentado en otras ocasiones que, para los que nos interesan los pasatiempos matemáticos, ha sido una desgracia la proliferación del Sudoku pues eso ha hecho desaparecer la gran diversidad de pasatiempos matemáticos que podían encontrarse en las publicaciones. Ya que el Sudoku, aunque aparezcan números, no es propiamente un pasatiempo matemático, pues los números pueden ser sustituidos por letras o figuras. Básicamente un Sudoku es un cuadrado latino, conocido desde la edad media, particularizado con números y con una estructura particular. Aunque desde luego los heurísticos necesarios para resolverlo se encuentran entre los típicos de la resolución de problemas.

Por eso, para poder incorporar los Sudokus a nuestras clases más usuales, se ha hecho muy frecuente en Francia, que los profesores de matemáticas de Primaria y Secundaria inventen más y más ejemplos de un nuevo pasatiempo derivado del sudoku, que hemos llamado **SUDOMATES**.

Qué es un sudomates?

Combinando un sudoku tradicional con unas preguntas de matemáticas, conseguimos reforzar los contenidos de clase que necesitamos, de una forma mucho más lúdica. Un sudomates se compone de dos partes:

Por un lado una rejilla completamente vacía con el formato habitual de los Sudokus.

Por el otro lado unas preguntas de cualquier tema que van a permitir ir rellenando las casillas del sudoku, colocando los resultados de las preguntas en las casillas asignadas de la rejilla.

Debido a estas dos partes, el pasatiempo se resuelve en dos fases:

PRIMERA FASE: Los alumnos de forma individual (o por pareja cooperativa) contestan a las preguntas matemáticas que se les hace. Las preguntas pueden estar escritas en el mismo tablero del sudoku o aparte. En este último caso, las preguntas deben indicar claramente en que casilla del sudoku vacío se debe colocar el resultado de la pregunta.

Al acabar esta primera fase, es importante que los alumnos comprueben sus resultados con otro(s) compañero(s). En efecto, si se ha hecho algún error en los resultados, el propio sudoku será imposible de rellenar.

SEGUNDA FASE: Una vez resueltas todas las preguntas matemáticas, el sudoku ya tiene suficientes números para, siguiendo estrictamente las reglas de resolución de un Sudoku, acabar de encontrar las casillas que faltan.

Al ser una actividad de aplicaciones múltiples, el nivel del pasatiempo dependerá simplemente de las preguntas matemáticas asociadas. Por eso, en mi blog, www.anagarciaazcarate.wordpress.com hemos ido presentando ejemplos válidos desde los niveles de final de Primaria hasta Segundo de Bachillerato.

El sudomates del producto de fracciones

Nivel: 1º-2º de ESO. 3º de ESO como motivación.

Objetivos didácticos: Con este pasatiempo se quieren conseguir dos objetivos importantes, siendo el segundo fundamental para aumentar las destrezas de nuestros alumnos::

- Reforzar la multiplicación de fracciones.
- Trabajar la simplificación de fracciones.

El empeño del profesorado por la simplificación de fracciones provoca una reacción inadecuada de nuestros alumnos. En efecto, existe la mala costumbre del alumnado de estas edades que se inician en las operaciones con fracciones, de realizar la siguiente secuencia para multiplicar o dividir fracciones:

SIMPLIFICACIÓN

$$\frac{15}{14}\bullet\frac{49}{5}=\frac{15\bullet 49}{14\bullet 5}=\frac{735}{70}=\frac{21}{2}$$

Figura 2: Simplificación errónea

Es decir que primero realizan la multiplicación y DESPUES intentan simplificar.

Muchos compañeros, y yo mismo, hemos procurando evitar el paso inútil de multiplicar para posteriormente dividir.

SIMPLIFICACIÓN

$$\frac{15}{14}\bullet\frac{49}{5}=\frac{\cancel{15}\bullet\cancel{49}}{\cancel{14}\bullet\cancel{5}}=\frac{3\bullet 7}{2}=\frac{21}{2}$$

Figura 3: Simplificación correcta

Este es el importante objetivo que se quiere conseguir con este pasatiempo. Por eso los alumnos no deben utilizar sus calculadoras y deben escribir en su cuaderno de clase las simplificaciones efectuadas antes de realizar la multiplicación de los dos numeradores y los dos denominadores.

Actividad: Aquí tienes un sudoku. En lugar de números, se han escrito en algunas casillas una multiplicación de fracciones.

								$\frac{7}{27}\times\frac{63}{5}$
		$60\times\frac{7}{30}$		$\frac{3}{80}\times\frac{64}{3}$	$\frac{1}{2}\times\frac{11}{6}$		$\frac{1}{30}\times\frac{15}{7}$	$\frac{5}{11}\times\frac{3}{4}$
$\frac{60}{11}\times\frac{11}{45}$	$\frac{40}{7}\times\frac{5}{8}$	$48\times\frac{7}{36}$		$\frac{16}{3}\times\frac{7}{24}$	$\frac{11}{30}\times\frac{40}{7}$	$12\times\frac{1}{28}$	$\frac{100}{49}\times\frac{7}{150}$	
	$\frac{35}{6}\times\frac{9}{50}$	$\frac{9}{7}\times\frac{5}{7}$		$\frac{8}{55}\times\frac{110}{3}$	$\frac{7}{15}\times\frac{60}{7}$	$\frac{15}{63}\times 63$	$\frac{40}{3}\times\frac{11}{30}$	$7\times\frac{2}{9}$
$\frac{5}{6}\times\frac{7}{40}$	$\frac{49}{2}\times\frac{11}{56}$	$\frac{7}{15}\times\frac{24}{9}$	$\frac{2}{45}\times 60$		$15\times\frac{4}{7}$	$\frac{7}{3}\times\frac{21}{2}$	$\frac{100}{77}\times\frac{99}{200}$	$14\times\frac{15}{7}$
$\frac{2}{55}\times\frac{44}{5}$	$\frac{8}{7}\times 3$	$\frac{7}{48}\times\frac{42}{11}$	$\frac{1}{3}\times\frac{5}{8}$	$\frac{22}{3}\times\frac{9}{7}$		$\frac{88}{45}\times\frac{45}{44}$	$\frac{7}{40}\times\frac{8}{5}$	
	$\frac{77}{10}\times\frac{9}{88}$	$\frac{7}{3}\times\frac{14}{15}$		$\frac{25}{7}\times\frac{12}{50}$		$\frac{35}{54}\times\frac{12}{25}$	$\frac{3}{22}\times\frac{77}{2}$	$\frac{14}{25}\times\frac{25}{18}$
$\frac{35}{6}\times\frac{6}{49}$	$\frac{7}{6}\times 14$		$\frac{9}{7}\times\frac{1}{7}$	$625\times\frac{1}{5}$		$\frac{3}{300}\times\frac{50}{27}$		
$\frac{75}{14}\times\frac{12}{75}$								

Figura 4: La rejilla con las preguntas

Para saber la cifra del 1 al 9 que esconde esta operación debes realizar los siguientes pasos:

1) Hallar el resultado del producto y escribirlo en forma de fracción IRREDUCTIBLE. Para eso, deberás simplificar antes de efectuar los productos de los numeradores y denominadores.

2) Coge el NUMERADOR del resultado SIMPLIFICADO y escribe en la casilla correspondiente de una rejilla de sudoku vacía el resto de la división entera de ese numerador entre 9. Por ejemplo si el resultado de la multiplicación es $\frac{49}{88}$, el resto de dividir 49 por 9 es 4. Escribiremos entonces un **4** en la casilla. Si el resultado es $\frac{8}{25}$, el resto de la división euclídea de 8 entre 9 es **8**. Pondremos un 8 en la casilla. Si el resto es **0**, pondremos un **9** en la casilla correspondiente.

3) De esta forma se obtiene un sudoku parcialmente relleno con cifras del 1 al 9. Acaba ahora siguiendo las reglas clásicas de los Sudokus, de rellenar las casillas que faltan.

Los Kenken: unos nuevos pasatiempos aritméticos

Inicialmente desarrollado por un profesor de matemáticas japonés, Tetsuya Miyamoto, éste lo ideó para ayudar a sus alumnos a aprender aritmética. De hecho la palabra "kenken" significa al parecer "cuadrado inteligente" en japonés.

Desde el 2004, año de su primera aparición en Japón, el Kenken ha ido propagándose y sale actualmente en la mayoría de las secciones de pasatiempos de los periódicos y las revistas. Desde abril está incluso disponible en los teléfonos celulares, incluyendo el iPhone de Apple.

Posterior a la aparición del Sudoku, el Kenken se ha presentado muchas veces como su sucesor.

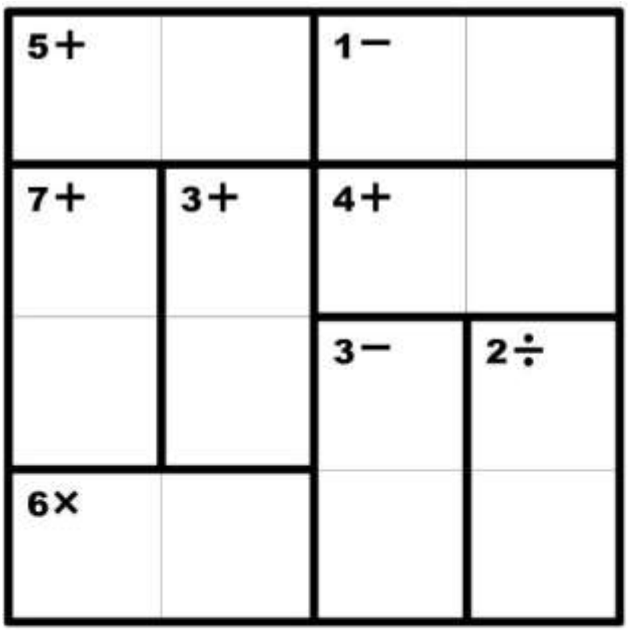


Figura 5: Un kenken 4 x 4

Al igual que en un sudoku, el objetivo es rellenar la cuadrícula con números, de forma tal que ninguno se repita en ninguna línea o columna.
Si la cuadrícula es de 3x3 se usarán los números del 1 al 3, 4x4 se usarán los números del 1 al 4; en la cuadrícula de 5x5 se usarán los números del 1 al 5, y así sucesivamente hasta emplear los números del 1 al 9 en la cuadrícula de 9x9, que es la de mayor tamaño.
Cada grupo de casillas delimitado por un trazo grueso (caja) debe tratarse como una ecuación matemática. Se debe trabajar de atrás hacia delante para dilucidar qué dígitos pueden combinarse para lograr el *número objetivo* (ubicado en la esquina superior izquierda) usando la operación matemática que se indica. Por ejemplo: **24x** es la abreviación de "¿Qué números, cuando son multiplicados, dan 24?".
• En las cajas que contengan una sola casilla se debe colocar el número objetivo.

Para resolver el rompecabezas se necesita un nivel de aritmética básico. Algunas cuadrículas sólo usan sumas, otras sumas y restas, y las más complejas aplican las cuatro operaciones (suma, resta, multiplicación y división). El pasatiempo es muy aprovechable en nuestras clases. Hay una página oficial http://www.kenkenpuzle.com/ a la que se puede uno subscribir e incluso existe un apartado para ayudar a que los profesores utilicen Kenken en sus clases:

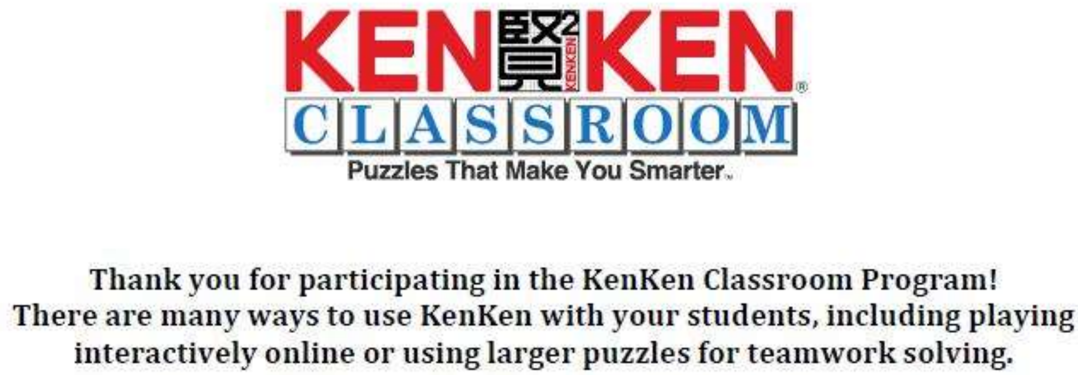


Figura 6: Portada de la página para profesores de los Kenken.

Al inscribirse se recibe cada semana una colección de Kenken para los alumnos perfectamente estructurados por niveles de dificultad

El ejemplo de la figura 5

Recordando que sólo se pueden utilizar las cifras **1, 2, 3** y **4**, escribimos en cada casilla los posibles números:

5+ => (1 – 4)   **7+** => (3 – 4)   **6x** => (2 – 3)   **4+** => (1 – 3)   **3+** => (1 – 2)

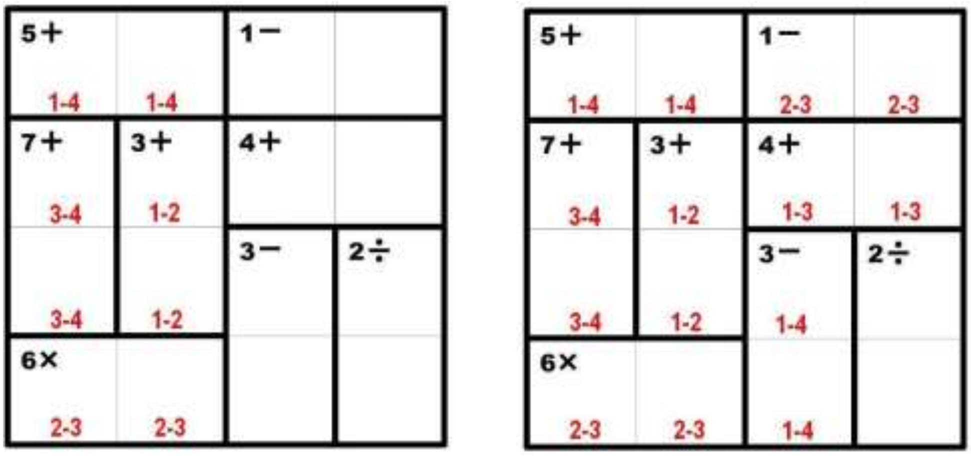


Figura 7: Pasos de la resolución del kenken

Al no poderse repetir en las líneas las cifras, obtenemos:

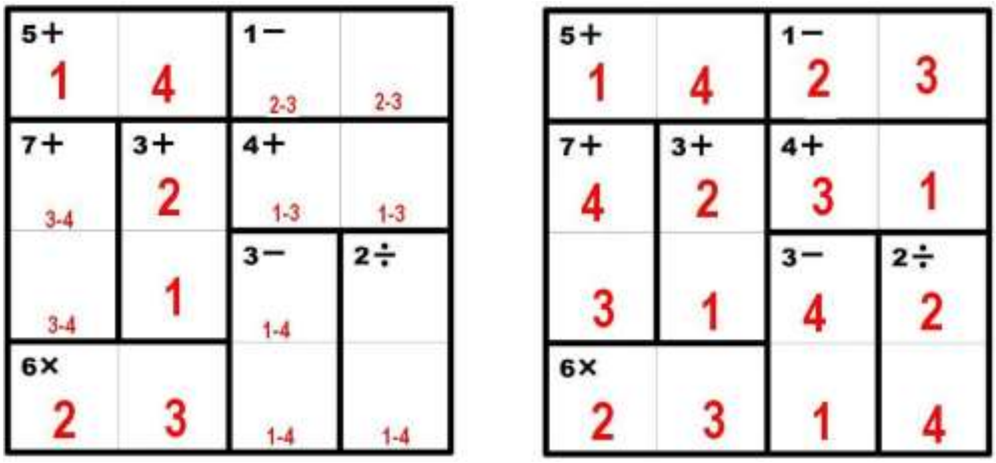


Figura 8: Resolución final

Los pasatiempos tipo Suko y Sujiko

Desarrollados por Jai Kobayaashi Gomer de Estudios Kobayaashi, (www.kobayaashi.co.uk) estos puzles numéricos, herederos de los Sudokus, se están actualmente publicando en grandes diarios de todo el mundo. En España los puzles SUKO están apareciendo por ejemplo en los pasatiempos del diario El País

Si bien estos puzles se suelen resolver simplemente con ensayo y error como los Sudokus, sin embargo, si se utilizan herramientas matemáticas se llega indefectiblemente a la solución. En efecto, los puzles SUJIKO o SUKO se pueden solucionar con la ayuda del álgebra. Basta trabajar con ecuaciones y sistemas de un nivel básico, y sobre todo realizar la búsqueda de las soluciones de forma sistemática y ordenada. **Por eso, creemos que debemos utilizarlos en nuestras clases cómo un elemento más de motivación hacia las matemáticas.**

Un ejemplo de Sujiko

Un Sujiko es la primera encarnación de los Sukos. Fue lo primero creado por Jai de Gomer y es más difícil que un Suko, porque hay menos pistas. Por eso, es frecuente que se desvela algunos de los valores de las nueve casillas:

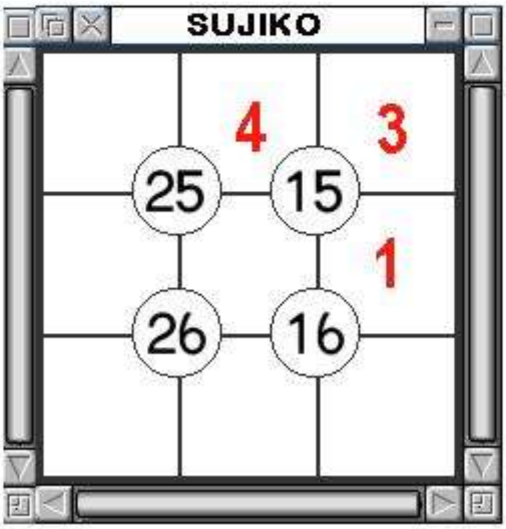


Figura 9: Sujiko inicial

El pasatiempo consiste en colocar un número del 1 al 9 en los recuadros de un cuadrado 3 x 3, de modo que el número en cada círculo sea equivalente a la suma de los cuatro recuadros adyacentes. En este ejemplo, tres de las casillas están ya rellenas, quedando entonces sólo los números **2 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9.**

¿Qué método proponemos?

Supongamos que queremos resolver el ejemplo anterior. Definimos 7 incógnitas en las 7 casillas vacías del cuadrado:

x1	4	3
x4	x5	1
x7	x8	x9

Las condiciones que nos imponen se pueden escribir esquemáticamente (omitiendo los signos de suma) en esta tabla donde aparecen 4 ecuaciones que hemos numerado:

x1	**4**		**x4**	**x5**					**=25**	**(1)**
	4	**3**		**x5**	**1**				**=15**	**(2)**
			x4	**x5**		**x7**	**x8**		**=26**	**(3)**
				x5	**1**		**x8**	**x9**	**=16**	**(4)**

El método consiste en ir obteniendo ecuaciones que sean cada vez más sencillas, para hallar las soluciones.

De la ecuación (2) obtenemos que x5 = 7. Sustituimos ese valor en las ecuaciones:

$$\begin{cases} x1 + x4 = 14 \\ x4 + x7 + x8 = 19 \\ x8 + x9 = 8 \end{cases}$$

Nos queda para estas incógnitas los valores **2 - 5 - 6 - 8 - 9.**

Con estos 5 posibles valores y teniendo que cumplirse las 3 ecuaciones anteriores nos queda:

x8, x9 = 2 o 6 x1, x4 = 5 o 9

Por lo tanto x7= 8 => x4 + x8 = 11 => x4, x8 = 5 o 6 o bien 2 o 9

Si escogemos que x4, x8 son 5 o 6, la única solución posible para cumplir estas condiciones es; x8=6, x9=2, x4=5, x1=9

Figura 10: Solución 1 del Sujiko

Si escogemos que x4, x8 son 9 o 2, la única solución posible para cumplir estas condiciones es; x8=2, x9=6, x4=9, x1=5

Figura 11: Solución 2 del Sujiko

Un ejemplo de Suko

Como en los Sujikos, se trata de colocar un número del 1 al 9 en los recuadros de un cuadrado 3 x 3, de modo que el número en cada círculo sea equivalente a la suma de los cuatro recuadros adyacentes. Pero en los puzles Suko además, la suma de los cuadrados de colores iguales debe encajar también con el resultado facilitado en tres círculos complementarios.

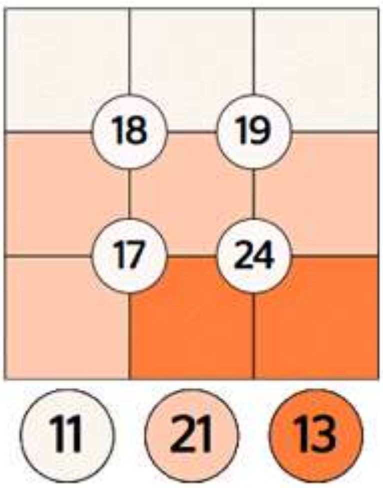


Figura 12: Ejemplo inicial de Suko

¿Qué método proponemos?

Supongamos que queremos resolver éste ejemplo:

Definimos 9 incógnitas:

x1	x2	x3
x4	x5	x6
x7	x8	x9

Los posibles valores para las incógnitas son: **1 2 3 4 5 6 7 8 9.**

Como conocemos x8+x9=13 => x5+x6=24-13=11 => x2+x3=19-11=8

También: x2+x3=8 => **x1=** 11—8**= 3**

x5+x6=11 => x4+x7=21 -11 =10 => x5+x8=17 -10 =7 =>x6 +x9=17

$$\begin{cases} x8 + x9 = 13 \\ x5 + x6 = 11 \\ x2 + x3 = 8 \\ x4 + x7 = 10 \\ x5 + x8 = 7 \\ x6 + x9 = 17 \end{cases}$$

Para las 8 incógnitas que nos faltan tenemos los valores: **1 2 4 5 6 7 8 9.**

Buscamos las sumas que sólo se puede conseguir con ***una única combinación***:

x6+x9=17 implica que deben ser 8 y 9.

Supongamos que x9=9 => x8=4 =>x5=3 lo que es imposible pues ya tenemos x1=3

Por lo tanto x6=9 => x9=8 => x8=5 => x5=2

Nos quedan para las cuatro incógnitas que faltan los valores: **1 4 6 7**

x2 + x3 = 8 => deben ser 1 y 7

x4 + x7=10 => deben ser 4 y 6

Para que se cumplan las sumas, la solución debe ser:

3	7	1
4	2	9
6	5	8

Figura 13: Solución

Kakuros, los pasatiempos de las sumas

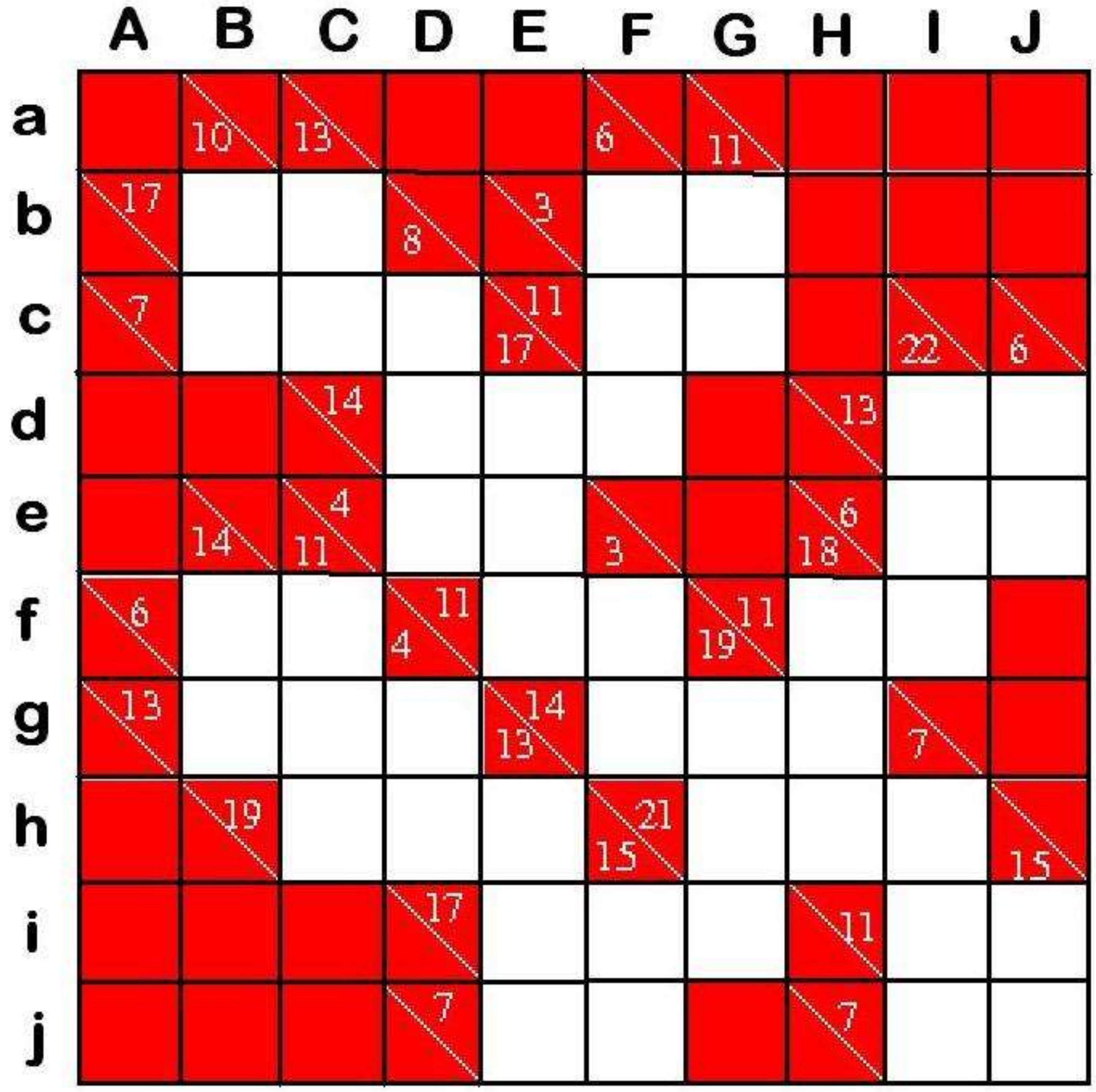


Figura 14: Kakuro inicial

Llegado también desde el Japón, este pasatiempo está compuesto por una cuadrícula de casillas como la figura anterior.

El objetivo del pasatiempo consiste en rellenar las casillas vacías (color blanco) con los números de 1 al 9. Estas casillas se encuentran distribuidas en filas y columnas. Cada fila y columna contiene un número (en color blanco), llamado ***número clave***. Este número indica la suma de la fila, si se encuentra a la izquierda de esta, o la suma de la columna, si se encuentra arriba de ella. Los números en una misma suma no deben repetirse. Por ejemplo si la suma de dos casillas es 16 en una casilla irá el 9 y en la otra irá el 7 no pudiendo escribir 8 – 8.

¿Qué método proponemos?

Para enfrentarse a un Kakuro del nivel de dificultad que sea, se tiene al menos dos importantes herramientas:

1. Las combinaciones únicas de las sumas

Una ayuda importante es investigar las sumas que sólo se pueden conseguir de una única forma. Se trata de una actividad que pueden realizar nuestros alumnos, desde el final de primaria hasta secundaria, actividad que se puede motivar como paso previo a la resolución de Kakuros. Por ejemplo sólo se puede obtener una suma de 23, con tres casillas que denotaremos 23_3, poniendo un 9, un 8 y 6. También

$\mathbf{3_2=1+2}$	$\mathbf{4_2=1+3}$	$\mathbf{17_2=9+8}$	$\mathbf{16_2=9+7}$
$\mathbf{6_3=1+2+3}$	$\mathbf{7_3=1+2+4}$	$\mathbf{24_3=9+8+7}$	$\mathbf{23_3=9+8+6}$
$\mathbf{10_4=1+2+3+4}$	$\mathbf{11_4=1+2+3+5}$	$\mathbf{30_4=9+8+7+6}$	$\mathbf{29_4=9+8+7+5}$

Estas combinaciones únicas serán las primeras que podremos inscribir en las casillas del pasatiempo.

2. Dividir la cuadrícula en partes más pequeñas buscando situaciones como éstas:

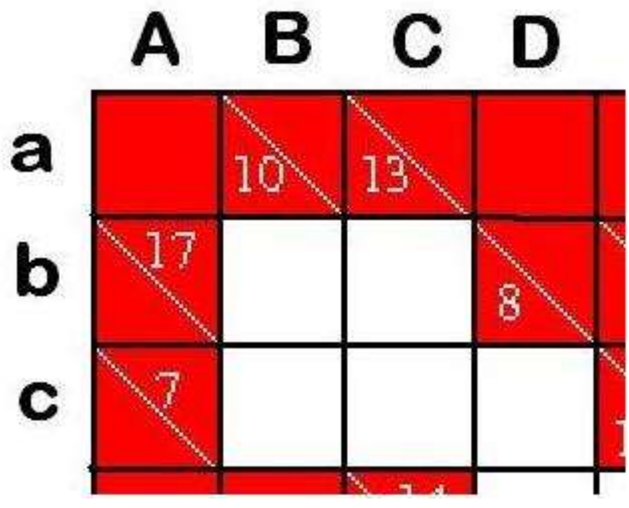


Figura 15: trozo 1 del Kakuro

Observemos las sumas horizontales. Son 5 casillas que suman 17 + 7 = 24

Observemos las sumas verticales. Son 4 casillas que suman 10 + 13 = 23.

Esto quiere decir que la casilla Dc tiene que ser: 24 – 23 = 1

En nuestro ejemplo, esta situación se repite en varios sitios de la cuadrícula del Kakuro:

Por ejemplo:

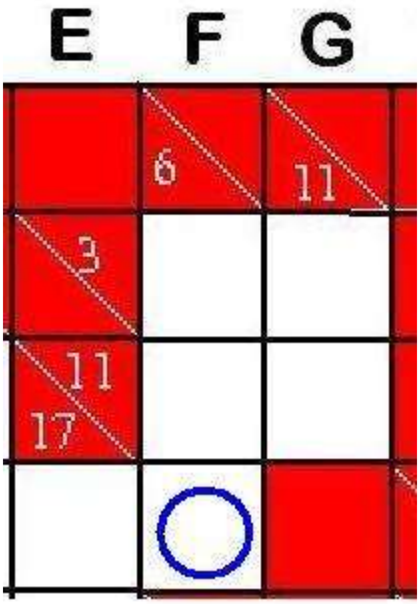


Figura 16: Trozo 2 del Kakuro

En la casilla con el círculo tiene que ir un 6 pues:

(6 + 11) – (3 + 11)= 3

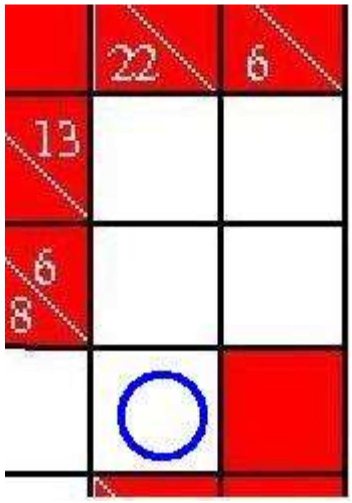


Figura 17: Trozo 3 del Kakuro

En este trozo, situado en las columnas I y J, en la casilla del círculo deberemos escribir:

(22 + 6) – (13+6) = 9

De esta forma se consigue rellenar numerosas casillas del ejemplo (en color negro) que se pueden después completar utilizando las sumas.(color verde) y las combinaciones únicas.

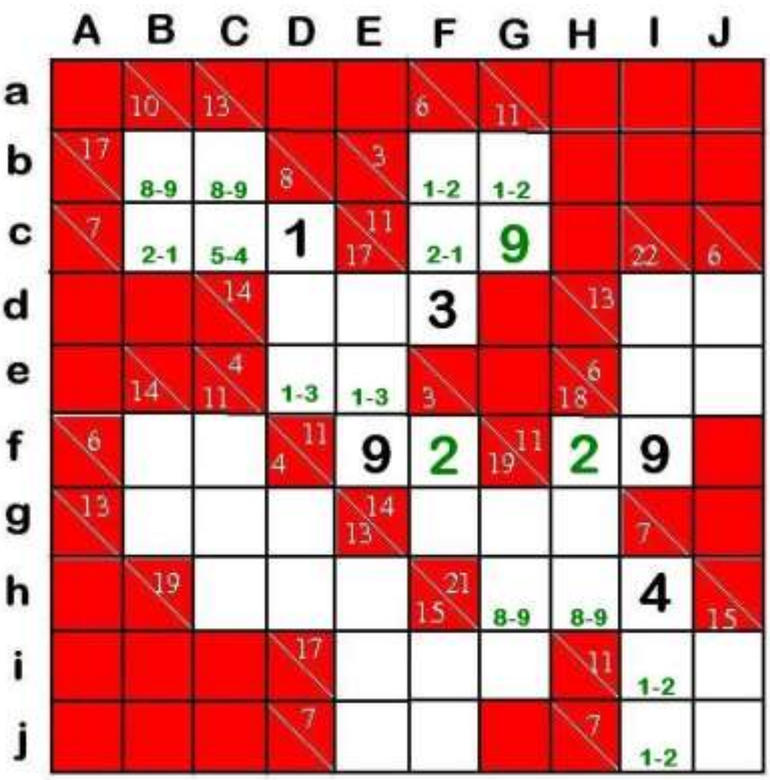


Figura 18: Rellenando el Kakuro

Seguimos rellenando valores, al utilizar el que no se puedan repetir números en una misma suma y que el mayor número para rellenar las casillas es un 9:

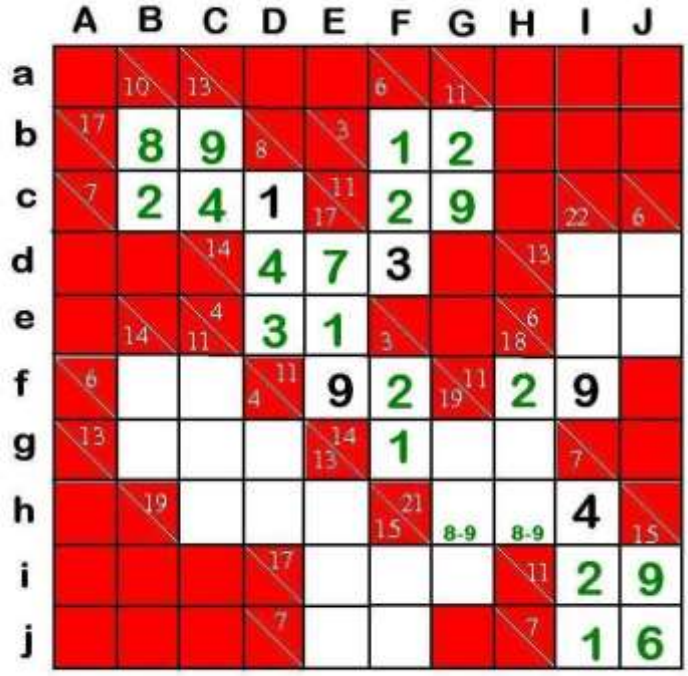
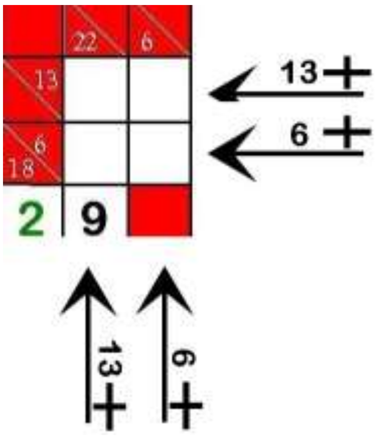


Figura 19: Seguimos rellenando

Ahora nos fijamos en las 4 casillas **Id**, **Ie**, **Jd** y **Je**



Hay tres formas de obtener una suma de 13:

(4 – 9)   (5 - 8)   (6 – 7). De estas tres formas, la primera debemos rechazarla porque la suma vertical ya tiene un 9, la tercera porque nunca se podría obtener una suma de 6 en la otra columna.

Figura 20: Trozo4Kakuro

De manera similar podemos acabar de rellenar el pasatiempo:

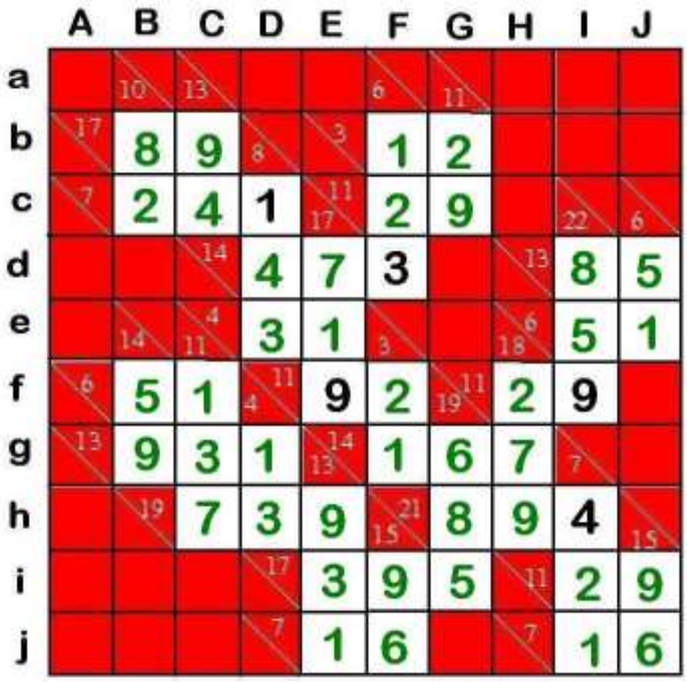


Figura 21: Kakuro resuelto

A modo de conclusión

Los profesores de matemáticas tenemos la oportunidad hoy en día de introducir en nuestras clases estos nuevos pasatiempos numéricos. De esta forma conseguiremos que los alumnos se enfrenten a situaciones que necesitan en muchos casos, destrezas matemáticas, habilidades numéricas, procedimientos lógicos, que, cómo ya resaltábamos en nuestra introducción, todos queremos fomentar en nuestras clases.

De cada tipo, hemos presentado un sólo ejemplo. Muchos otros ejemplos de estos pasatiempos se encuentran en mi blog:www.anagarciaazcarate.wordpress.com. o en otras numerosas páginas de la web. Invito a los profesores a utilizarlos con sus alumnos, adaptándolos, si hace falta haciéndolos más fáciles proporcionando por ejemplo algunos de los números que se deben hallar, organizando competiciones, buscando desde luego siempre motivar y no defraudar a los estudiantes.

Bibliografía

http://pasatiemposmatematicosdelaprensa.blogspot.com.es/

http://www.kenkenpuzzle.com

http://www.kakuroconquest.com/.

http://www.anagarciaazcarate.wordpress.com