

La resolución de problemas matemáticos contextualizados por parejas (alumno con TDHA/ sin TDHA) en la Educación Secundaria

Yolanda Colom Torrens; Núria Rosich Sala

email: ycolom@uda.ad; nuriarosich@ub.edu

Universidad de Andorra; Universidad de Barcelona

RESUMEN

El trabajo que presentamos se inscribe en los ámbitos de la resolución de problemas matemáticos y de la diversidad en el aula. El principal objetivo es el de poder determinar las interacciones que se producen entre parejas de alumnos (con TDHA/ sin TDHA) de 4º ESO y conocer cuáles son las interacciones que favorecen la resolución de los problemas matemáticos complejos a nivel competencial. Mediante la realización de un taller matemático, dedicado a la geometría, con el uso de material didáctico (geoplano) en un aula inclusiva. El trabajo por parejas nos ha mostrado que ambos alumnos han logrado mejorar su nivel competencial cuando realizan tareas de forma cooperativa.

Palabras clave: TDHA, PROBLEMAS MATEMÁTICOS, COMPETENCIAS, TALLER MATEMÁTICO, ALUMNOS CON TDHA, SECUNDARIA.

Introducción

Desde la década de los setenta, varios autores Mugny, Doise y Clermont (1975-1976) mostraron el papel facilitador de las interacciones sociales en cuánto al desarrollo cognitivo de los alumnos. Las investigaciones que hicieron se referían a pruebas piagetianas con parejas o pequeños grupos y los resultados los interpretaron desde la psicología genética. Posteriormente autores de didáctica de las matemáticas (Branco, Angelino & Cesar, 1995; Cesar, 1995, 1997, 1998) han utilizado el conocimiento sociocognitivo nombrado por (Vigosky, 1988) en la construcción del conocimiento.

Estas consideraciones ayudaron a que el saber pasase a ser contemplado como una construcción social del conocimiento (Cobb, Yackel & Wood, 1995), ya que el alumno ha de interiorizar los conocimientos que se le presentan en el aula y darle un significado personal para poder aplicarlos en diferentes situaciones. (Sfard, 2008), considera la conceptualización del pensamiento como un caso particular de la comunicación, entre uno mismo y con otras personas. El conocimiento desde esta perspectiva comunicativa sólo tiene sentido en el contexto y en la interacción social, así (Sfard, 2008; Krummheuer, 2011) ven en el aprendizaje una participación en la práctica social.

La situación en que se realizan las tareas según su contexto es fundamental para el aprendizaje como han señalado (Abreu, 1998; Carraher, Carreher y Schliemann, 1989; Schliemann, 2003), distinguiendo en tareas que son de la vida cotidiana frente a tareas matemáticas de laboratorio de estructuras parecidas.

En nuestra investigación queremos identificar que interacciones se establecen cuando los alumnos resuelven un problema en parejas formadas por un alumno con TDHA y un alumno sin TDHA. Es por ello que nos hemos centrado en los estudios realizados inicialmente por Cobo (1998) y en los estudios de grupos de alumnos realizados por (Calsamiglia, 1997; Kebrat-Orecchioni (1990); Chico, 2014). Aportando nuevas categorizaciones al tratarse de parejas formadas por un alumno con TDHA y uno sin TDHA, como pueden ser el tipo de interacciones que tienen que ver únicamente con la atención-desatención de la pareja de alumnos que hemos codificado como (CA-CD).

El estudio que hemos realizado trata de dar respuesta a las siguientes preguntas: ¿Cuáles son las interacciones entre las parejas de alumnos formadas por un alumno con THDA y uno sin THDA cuando resuelven un problema matemático? ¿Y cómo estas interacciones logran que los alumnos mejoren sus competencias en la resolución de problemas matemáticos, incluidos los alumnos con TDHA?

Referentes teóricos

Cesar, (1998) nos da dos ejemplos de parejas asimétricas analizando cada uno de los comportamientos de los miembros de la pareja y nos muestra el valor pedagógico que tiene la promoción de las interacciones en el aprendizaje matemático, en la adquisición de habilidades y en la mejora del éxito escolar. El valor del trabajo por parejas es la necesidad de enfrentar a los alumnos a distintos tipos de argumentaciones e intentar colocarse en lugar del otro para seguir los razonamientos lo cual llevará a los alumnos a un aprendizaje más reflexivo.

En nuestra investigación queremos identificar que interacciones se establecen cuando los alumnos resuelven un problema en parejas formadas por un alumno con TDHA y un alumno sin TDHA. Es por ello que nos hemos centrado en los estudios realizados inicialmente por Cobo (1998) en los que el análisis se centra en los siguientes conceptos:

Intervención: *un turno de palabra puede tener varias intervenciones, y que el cambio de turno de palabra puede implicar un cambio de intervención.* Según Calsamiglia y otros (1997) distinguen entre:

- *Intervenciones problematizadas: son las que convierten el tema en objeto de debate.*
- *Intervenciones no problematizadas: son las que no aportan nada al tema de discusión.*

Intercambio: es cuando se produce una reacción. Se entiende como reacción la respuesta a un estímulo es decir a una acción.

Y de las interacciones de (Cobo,1998 y Chico, 2014) nos encontramos que nos hacían falta introducir nuevas categorías) para el estudio de las interacciones entre parejas (alumno con TDHA/ sin TDHA), ya que en la bibliografía revisada no estaban presentes algunas de las mismas que podían caracterizar precisamente a los alumnos con TDHA. Por ese motivo hemos introducido las interacciones de intercambio de atención (desconectar/interrumpir) y hemos dado entidad propia al de la pregunta, dándole una categoría.

Seguidamente mostramos el sistema de códigos que utilizaremos en la discusión de parejas, constituidas por un alumno con TDHA y un alumno sin TDHA. Estos códigos responden a acciones discursivas que realizan los alumnos cuando se comunican, discuten, afirman o generalizan un pensamiento o razonamiento matemático. Por este motivo creamos un sistema de códigos de las interacciones con algunas categorías nuevas relacionadas con las de Chico (2014) y del trabajo de Cobo (1998). Así en los códigos de inicio del problema se han contabilizado de forma individual (en la pareja) y se han contemplado además de las mencionadas por (Chico, 2014): *aportar, compartir, dudar, iniciar, rechazar y apoyar*. Y nosotros hemos añadido las de: desconectar, interrumpir y preguntar, para poder compararlas con los alumnos sin TDHA.

Estos códigos indican la acción clave que llevan a cabo las parejas de los alumnos

Códigos de interacción inicial (CInt)

- *Aportar (A):* Introducción de una idea matemática clave que aporta claridad a una situación problemática.
- *Compartir (C):* Es cuando los dos alumnos comparten la misma idea.
- **Desconectar (D):** Es cuando uno de los dos alumnos no está centrado en la resolución del problema.
- *Dudar (Du):* Expresión de falta de comprensión de un razonamiento matemático.
- *Iniciar (I):* Introducción de una resolución de una cuestión del problema.
- **Interrumpir (Int):** Cuando se interrumpe la explicación sin motivo aparente a la resolución del problema
- *Rechazar (R) :* El alumno está desacuerdo con las aportaciones de su compañero.
- *Respaldar (Res):* Apoyo de un razonamiento en detrimento de otro.
- **Preguntar (P):** El alumno realiza una pregunta sobre el enunciado o la interpretación o resolución.

También se han analizado al inicio, las categorías y se han codificado las de *aclaración, ampliación, cuestionamiento, clarificación, duda, exposición, perífrasis, refutación y síntesis*, dados por (Chico, 2014), introduciendo el código de opinión. Estos códigos nos informan sobre las interacciones de los alumnos por parejas (CP) en todo momento el alumno que constituye la pareja que realiza la interacción.

Códigos informan sobre la interacción de la intervención de los alumnos por parejas (CP)

- *Aclaración (A):* El alumno pide una aclaración a su pareja.
- *Ampliación (Am):* El alumno amplía, complementa el razonamiento.
- *Cuestionamiento (Cu):* El alumno pide aclaraciones o una reformulación.
- *Clarificación (Cl):* El alumno clarifica o corrige las aportaciones de su pareja o de él mismo razonándolo.
- *Duda (D):* El alumno muestra dudas respecto a un razonamiento expuesto
- *Exposición (E):* El alumno expone espontáneamente su resultado.
- **Opinión (O):** El alumno aporta información a su pareja y le pide que opinen al respecto.

- *Paráfrasis (P): El alumno reformula lo que se ha dicho, pudiendo generar refutación, validación o cuestionamiento.*
- *Refutación (R): El alumno no acepta lo que se ha dicho, pudiendo rebatir con argumentos.*
- *Síntesis (S): El alumno sintetiza los argumentos expuestos*

A lo largo del análisis de la transcripción hemos detectado la necesidad de resaltar las fases de atención y desatención por este motivo hemos introducido los siguientes inputs. Estos códigos nos informan sobre las causas de la atención y desatención que muestran las parejas de alumnos

Tipos de interacciones que tienen que ver únicamente con la atención-desatención de la pareja de alumnos (CA-CD)

- Externos: Cuando existen otros alumnos que captan su atención (CAE) o producen desatención (CDE)
- Internos: Cuando el alumno sin ninguna influencia atiende (CAI) o sin ninguna influencia desconecta (CDI).

Desarrollo de la experiencia.

La realización del Taller nos ha permitido establecer como los materiales didácticos y las interacciones entre las parejas de alumnos con TDHA y sin TDHA pueden contribuir en la resolución de problemas matemáticos complejos. Hemos observado con el trabajo previo realizado, la necesidad de determinar cuáles eran los factores, que provocaban que los alumnos con TDHA estuvieran más atentos o más dispersos. También hemos determinado cuáles eran los fallos más comunes realizados en la ejecución de actividades matemáticas y a partir de estos datos intentar establecer algunas pautas que proporcionen una ayuda a los alumnos y profesores.

Queríamos que en el Taller interviniera material didáctico manipulable por los alumnos, puesto que consideramos que éste podría ayudar a fijar la atención de todos los alumnos, especialmente los alumnos con TDHA. El Taller que han realizado los alumnos tiene tres partes bien diferenciadas que comentamos a continuación de forma resumida:

- **Actividades previas.** En las que los alumnos han experimentado de forma individual y grupal, la geometría, manipulando el geoplano. Garantizando que todos los alumnos tuviesen los mismos conocimientos.
- **Actividades por parejas.** En las que valorábamos las intervenciones realizadas y los resultados obtenidos por los alumnos con TDHA y sin TDHA. Estas actividades estaban formadas principalmente por problemas de conexión, ya que queríamos que los problemas fuesen complejos y realistas.
- **Prueba final individual.** Para poder determinar el nivel competencial adquirido por los alumnos en la resolución de problemas matemáticos.

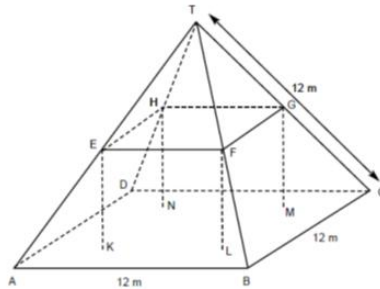
Las actividades de resolución de problemas por parejas se pretendían que fueran una continuación de la evaluación diagnóstica competencial, que habíamos realizado anteriormente (en el año 2010) y por ello se escogieron problemas de tipo realista de los planteados en el estudio PISA y más especialmente los de tipo conexión. La selección de problemas escogidos para la realización de actividades por parejas son los siguientes: *Antártida*, *Triángulos*, *Granja*, *Carpintero* y *Dados*.

Mostramos a continuación el problema de la “Granja” ya que es el problema que resuelven nuestra pareja nº4 que detallamos.

El problema de la Granja dice “*Aquí ves una fotografía de una casa de campo con el tejado en forma de pirámide*”



Debajo hay un modelo matemático del tejado de la casa con las medidas correspondientes.



La planta del ático ABCD en el modelo, es un cuadrado. Las vigas que sostienen el tejado son las aristas de un bloque (prisma rectangular) EFGHKL MN. E es el punto medio de AT. F es el punto medio de BT. G es el punto medio de CT y H es el punto medio de DT. Todas las aristas de la pirámide tienen 13m de longitud.

a.-Calcula el área de la planta del ático ABCD.

b.- Calcula la longitud de EF, una de las aristas horizontales del bloque”

Y la puntuación dada al problema de la Granja ha sido la siguiente que mostramos en la tabla.

Código	Respuesta	Ejemplos	Puntos
01	Correcta	144m ²	1
00	Otras respuestas		0,5
09	Sin respuesta		0

Tabla 1: Puntuación del problema de la Granja

La población del estudio la han constituido 48 alumnos de dos grupos clase de 4º ESO y se ha analizado seis parejas formadas por un alumno con TDHA y uno sin TDHA. Para mantener su anonimato se le ha asignado un número a cada uno de ellos, de acuerdo con las buenas prácticas de la investigación. Además se ha contado con la autorización previa del Ministerio de educación Andorrano y del consentimiento de la dirección del centro.

Aquí mostramos la pareja nº4. Las características de cada uno de los miembros de la pareja son las siguientes:

- **Alumno 1 (con TDHA).** Nació en Andorra. Tiene 15 años. Y es el único miembro de la familia que tiene dictaminado TDHA. En casa hablan diferentes idiomas (catalán y castellano). Realiza actividades extraescolares deportivas unas 5 horas semanales. Reconoce que las matemáticas le cuestan. No se siente seguro cuando realiza matemáticas y cree que necesita ayuda en la resolución de problemas. Le gusta trabajar con el ordenador, pero no le gusta ir a la sala de informática a realizar actividades educativas. Cuando le informaron que tenía que realizar una prueba de

matemáticas manifestó sentirse preocupado. Es un alumno que se distrae con facilidad y que se evade de las explicaciones. Pero aun estando atento le cuesta captar las explicaciones. TDHA diagnosticado y medicado. Su rendimiento académico tiene una nota media de 4,5.

- Alumno 2 (sin TDHA). Nació en Andorra. Tiene 14 años. Es un alumno que le gustan mucho las matemáticas. Con un buen rendimiento académico y con un nivel de lenguaje alto. Habla con corrección el catalán, castellano, francés e inglés. Sus padres tienen ambos estudios universitarios. Y tiene intención de cursar un bachillerato científico según los cuestionarios de orientación académica. Su rendimiento académico es de una nota media de 8,2.

Análisis y Resultados

Seguidamente mostraremos como hemos realizado el análisis y los resultados de una de las parejas, la pareja nº 4, cuando resolvían uno de los cinco problemas del Taller, el problema de la "Granja".

La respuesta de la pareja nº4 ha sido la siguiente para las dos preguntas del problema:

a.- El área de la planta del ático ABCD es igual a 144 m^2 .

b.-La longitud de EF es igual a 6m.

Y el proceso que han seguido para resolver el problema lo mostramos a continuación.



Ilustración 1: Proceso de la resolución del problema

Durante la resolución del problema podemos resaltar distintos instantes del dialogo que establecen los alumnos cuando utilizan el geoplano. En primer lugar el alumno sin TDHA es el que realiza la lectura, pero el alumno con TDHA interpreta correctamente lo que se le pide en el problema, es decir "el área". El alumno sin TDHA realiza el dibujo en el mismo geoplano (imagen 1.1), contabilizando el área de la base de la granja (imagen 1.2), seguidamente traslada la información en el papel de una forma aproximada (imagen 1.3).

Mostramos un trozo del dialogo que han realizado los alumnos durante la resolución del problema. De esta forma vemos como plantean y cuáles son las argumentaciones que emplean en la resolución del problema.

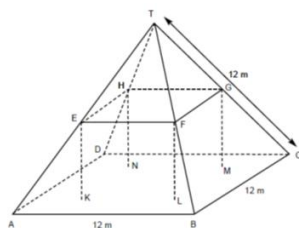
Alumno 1 (sin TDHA): Lee el problema "Aquí ves una fotografía de una casa de campo con el tejado en forma de pirámide". Vale es una pirámide aquí esta.



“Debajo hay un modelo matemático del tejado de la casa con las medidas correspondientes”.

Alumno 1 (con TDHA). Esto me suena mucho.

Alumno 2 (sin TDHA). Continúa leyendo el problema.



“La planta del ático ABCD”. Vale la planta. “En el modelo, es un cuadrado”. Vale. El alumno dibuja un cuadrado. “Las vigas que sostienen el tejado son las aristas de un bloque (prisma rectangular) EFGHKL MN”. Vale aquí tengo todas las otras. “E es el punto medio de AT”. Vale. “F es el punto medio de BT”. Esto es la mitad. Vale. “G es el punto medio de CT y H es el punto medio de DT”. Vale. Esto es la mitad. “Todas las aristas de la pirámide tienen 12m de longitud”. Y que hacemos con esto. “Calcula el área”.

Alumno 1 (con TDHA). Hemos de calcular el área de este cuadrado de aquí.

Alumno 2 (sin TDHA). “de la planta del ático ABCD”. Es decir.

Alumno 1 (con TDHA). Hemos de calcular el área del cuadrado de aquí.

Alumno 2 (sin TDHA). “Calcula el área de la planta del ático ABCD”. Vale. Calcula el área.

Alumno 2 (sin TDHA). O sea. La planta es 12m. Tenemos 12m, 12m, 12m, 12m. Es un cuadrado, que ya no los han dicho antes. Esto vale 12m, la fórmula da 12×12 . Ya está. Coge la calculadora y hace 12×12 . Y dice “144”.

Alumno 2 (sin TDHA). Y ahora “Calcula la longitud de EF, una de las aristas horizontales del bloque”. No estas participando. Vale.

Alumno 1 (con TDHA). Sí.

Alumno 2 (sin TDHA). Si, Si.

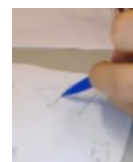
Alumno 1 (con TDHA). Vale. Hemos de calcular la longitud.

Alumno 1 (con TDHA). Yo digo que es 4.

Alumno 2 (sin TDHA). ¿Porque?.

Alumno 1 (con TDHA). Porque según lo que ves. Cogemos una intuición. Tengo un poder mental.

Alumno 2 (sin TDHA). Será por esto. Si es un triángulo nos piden calcular esto de aquí.



Si sabemos que esto es 12. Y esto es justo la mitad. O sea 6.

Alumno 1 (con TDHA). No. Esto no es la mitad.

Alumno 2 (sin TDHA). Aquí es 6. Aquí hay 6. Nos lo dice el enunciado. Nos han dicho que esto es 12.

Alumno 2 (sin TDHA). Nos piden calcular esto. Vale, pensamos. Vale, en teoría si esto hace 12 significa que la altura hace 12.

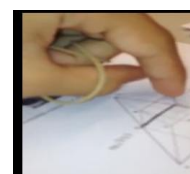
Alumno 1 (con TDHA). Pero esto no es lo mismo que esto.

Alumno 2 (sin TDHA). ¿Qué? ¿El qué?

Alumno 1 (con TDHA). HAAA.

Alumno 2 (sin TDHA). ¿Qué?

Alumno 1 (con TDHA). Nos dicen que esto vale 6cm y esto de aquí también son 6 cm pero no quiere decir que esta ralla sea 6 cm.


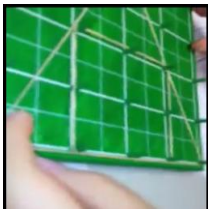


Alumno 2 (sin TDHA). No, no. No quiere decir esto. Quiere decir que está a 6 cm de la base.

Los alumnos han contestado correctamente las dos preguntas al cabo de 7,44 minutos. Pero lo realmente interesante ha sido ver el proceso seguido que les ha llevado a la solución correcta.

A continuación mostramos una parte del dialogo con las categorías de las interacciones que se han asignado entre los dos alumnos de manera que se puede observar como plantean y argumentan los alumnos. Para el análisis de los datos se ha pasado primero la transcripción en forma de tabla para poder detectar, analizar y comentar los diferentes instantes y motivos que determinan un cambio de actitud en la resolución y las interacciones de las parejas.

Tiempo	Alumno 1 (con TDHA)	Alumno 2 (sin TDHA)	Observaciones	Intercambios	CInt	CP	CA-CD
5.17	<p>C No participas. Je, Je</p> <p>Quieres que vaya a buscar otro geoplano.</p> <p>La profesora se aburrirá ya llevamos 5 min. Quieres que vaya</p>	<p>Uno, dos, tres, cuatro y cinco.</p> <p>Haber. Hacemos un triángulo.</p> <p>.</p> <p>Uno dos tres cuatro. A ver si hacemos así.</p>		<p>Interrupción</p> <p>Aislado</p> <p>Interrupción</p> <p>Atención</p>	<p>D1</p> <p>Int1</p>	<p>E2</p> <p>A2</p> <p>O1</p>	<p>CDI 1</p>

	buscar otro. NO						
5.40	Voy a buscar otro cacharro de estos.	No no ya estoy. Uno, dos, tres, cuatro. Ahora debería de ser aquí arriba. Uno dos, tres, cuatro		Interrupción Desacuerdo Aislado	D1 Int1	Cla 2	
6.00	Aquí tenemos un cuadrado.  Aquí tenemos un cuadrado.	Muy bien J Si es este cuadrado. Muy bien J. Tenemos otra goma		Cooperativo Validación-continuación Validación	C1 C2	Cla 1 P1 O1	CAI 1
6.17	¿E tienes una goma? Una goma Bien. Je, je Tenéis una goma	¿E tienes una goma? No, no digo una goma para el geoplano.	El alumno E. no. El alumno E le da una goma de borrar.	Pregunta Interrupción	P1 P2 D1 D2		CD E1 CD E2
6:37	Pues cogemos un regla y calcula Pues si te quieres complicar la	El cuadrado que nos piden es este.  Y nos piden de calcular esto de aquí. Vale. Sabemos, se ve que esto es la mitad. Nos dicen que esto hace 12. No hombre no.		Aislado Validación Desacuerdo Desacuerdo	I2 Res1 R2		CAI 2 CAI 1 Am 1 R2


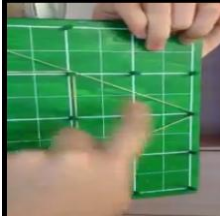
	vida.						
6:52	Ves. Son 4.	<p>Bueno se podría hacer. Pero.</p> <p>Ya está J.</p> <p>Si esta hace 4 ,</p>  <p>Esto es la mitad dos.</p> <p>Son 6 J.</p>		Cooperativo Validación Desacuerdo	C2 C1 R2	Cla 2 E2	
7:06		<p>Si hace 12 esto hace 6. ¿Lo entiendes? Mira. Yo te lo vuelvo a explicar.</p> <p>Tenemos la pirámide. Uno dos tres cuatro cuadros.</p>  <p>Esto significa que hay, es decir la mitad. La mitad de cuatro es dos. Entonces si el lado es 12 quiere decir que esto es seis. Si fuese 20 esto sería 10. Etc.</p>	Señala todos los lados del triángulo con el dedo en el geoplano y afirma que son cuatro cuadrados	Pregunta Cooperativo	P2 C2	E2 O2 S2	
7:40	Conclusión es seis.	Es seis. Ya hemos acabado. Adiós.			C2 C1		

Tabla 2: Tabla transcripción problema de la Granja pareja nº 4

Una vez categorizado el problema indicamos mediante la siguiente tabla el número de intercambios diferentes que han establecido los alumnos:

Intercambio	Frecuencia absoluta
Aclaratorio	4
Aislado	14
Atención	2
Cooperativo	8
Desacuerdo	16
Interrupción	6
Pregunta	11
Pregunta-respuesta	1
Respuesta	4
Validación	18
Validación-continuación	1

Tabla 3: tabla resumen de intercambios.

En la tabla podemos ver que la frecuencia mayor de los intercambios ha sido el de validación, seguido del desacuerdo y el aislado.

Y con la siguiente tabla contabilizamos el número de veces que se han dado las interacciones iniciales en función si las ha producido el alumno con TDHA (1) o el alumno sin TDHA (2).

Interacción inicial	Con TDHA		Sin TDHA		Total Núm.
	A1	3	A2	5	
Aportar	A1	3	A2	5	8
Compartir	C1	8	C2	8	16
Desconectar	D1	4	D2	1	5
Dudar	Du1	1	Du2	0	1
Iniciar	I1	2	I2	4	6
Interrumpir	In1	3	In2	0	3
Rechazar	R1	4	R2	6	10

Respaldar	Res1	1	Res2	1	2
Preguntar	P1	1	P2	13	14

Tabla 4: Tabla resumen interacciones iniciales.

A continuación comentamos los tipos de interacciones que han surgido del análisis de los datos, así como los tipos que aparecen en el transcurso de la resolución del problema.

- **Aportar.** Observamos que el alumno sin TDHA en cinco ocasiones aporta ideas para la resolución del ejercicio. El concepto de mitad de un lado, la medida o longitud, el concepto de área 12×12 . Las aportaciones han clarificado el proceso de la resolución del problema, produciendo un intercambio de información e inducen a la discusión y a situaciones de desacuerdo. Por este motivo Aportar se considera una interacción positiva ya que tiene como implicación la discusión matemática. El alumno con TDHA ha realizado tres aportaciones todas han sido basándose en el dibujo (las rayas del tejado)..
- **Compartir.** Esta situación se crea cuando los dos alumnos comparten el concepto matemático, la metodología de resolución y la explicación que ambos alumnos realizan. Los dos miembros de la pareja actúan conjuntamente en la resolución del problema. En la resolución del problema los alumnos han compartido en dieciséis ocasiones las mismas ideas. Por este motivo también consideramos una interacción positiva en un trabajo por parejas.
- **Desconectar.** Hemos observado que el alumno con TDHA ha desconectado 4 veces (por motivos generalmente externos) y esto ha provocado que el alumno sin TDHA a su vez haya desconectado una vez para llamar la atención a su compañero y pedirle que estuviera realizando el problema.
- **Dudar.** Observamos que el alumno con TDHA duda respecto a una interpretación gráfica que realiza su compañero.
- **Iniciar.** Es la introducción a la resolución del problema. Observamos que el alumno con TDHA inicia dos veces la resolución del problema introduciendo una narrativa que pueda producir un dialogo con su pareja. En cambio el alumno sin TDHA inicia cuatro veces con argumentaciones respecto al cálculo del área y a la longitud de EF.
- **Interrumpir.** La interrupción en la explicación en la resolución de un problema sin motivo aparente es una acción que ha realizado el alumno con TDHA en tres ocasiones. Es una acción que va más allá de la desconexión. En este caso tenemos tres interrupciones por parte del alumno con TDHA que está más pendiente de lo que se necesita (el geoplano físico, las gomas) para la comprensión o realización del ejercicio. Es una manera excusa para poderse levantar que es una acción que sin duda necesita y que por su manera de actuar normalmente se ha estado conteniendo durante mucho tiempo.
- **Rechazar y respaldar.** Son dos interacciones que a lo largo de la resolución se han manifestado 10 veces rechazar y 2 veces respaldar. Debido a que las aportaciones e intervenciones que han realizado ambos alumnos han producido varias discrepancias tanto en las aportaciones como en las argumentaciones realizadas por ambos. Esta interacción ha sido positiva para ellos porque ha producido un dialogo en tono positivo que ha llevado a la resolución del ejercicio. Y ambos alumnos cada una vez han apoyado un razonamiento en detrimento de otro.
- **Preguntar.** El alumno con TDHA solo realiza una pregunta que es para pedir material a otro compañero: ¿E tienes una goma? En cambio el alumno sin TDHA realiza trece preguntas, unas son de tipo explicativo: ¿Por qué?, ¿Qué?, ¿Porque 4

cm?, ¿Qué significa?, ¿Si tienen todos los lados iguales? ¿Porque es 4?. Otro tipo de preguntas es también para pedir el material a sus compañeros: ¿E tienes una goma?. Y otras son para verificar que su compañero está entendiendo la resolución del ejercicio: ¿Lo entiendes?

Y con la siguiente tabla contabilizamos el número de veces que se han dado las interacciones por parejas en función si las ha producido el alumno con TDHA (1) o el alumno sin TDHA (2).

Intervención parejas	Con TDHA		Sin TDHA		Total Núm.
Aclaración	A1	1	A2	4	5
Ampliación	Am1	1	Am2	4	5
Cuestionamiento	Cu1	0	Cu2	2	2
Clarificación	Cla1	6	Cla2	7	13
Duda	D1	3	D2	2	5
Exposición	E1	1	E2	4	5
Opinión	O1	2	O2	1	3
Perífrasis	P1	4	P2	2	6
Refutación	R1	1	R2	2	3
Síntesis	S1	0	S2	1	1

Tabla 5: Tabla resumen Intervención parejas de la pareja

De las interacciones por parejas el de mayor frecuencia es el de clarificación, seguida de la perífrasis y aclaración, ampliación, duda y exposición tienen la misma frecuencia.

Y con la siguiente tabla contabilizamos el número de veces que se ha dado CA-CD

	CAE		CDE		CAI		CDI	
	CAE1	CAE2	CDE1	CDE2	CAI1	CAI2	CDI1	CDI2
Número de veces	1	0	1	1	3	1	3	0
TOTAL	1		2		4		3	

Tabla 6: Tabla resumen interacciones atención-desatención.

Observamos que estos códigos nos informan sobre el número de veces que se ha producido una desatención o atención. Tenemos que el alumno con TDHA desconecta cuatro veces, por causas externas una sola vez durante la realización del ejercicio y tres por motivos internos. Es decir un total de 2:14 min sin prestar atención. Esto produce que el alumno sin TDHA

desconecte una sola vez y vuelva a prestar atención por sí sólo. El tiempo que desatiende el alumno sin TDHA es menor a 0:35 min que es justamente el tiempo que ambos alumnos piden una goma a E. Sin la intervención del alumno sin TDHA probablemente el alumno con TDHA le hubiese tardado más tiempo en acabar el problema. La dinámica de la pareja ha provocado que el alumno se centre en la realización de la actividad y las interacciones entre ambos consiguen la motivación necesaria para este alumno realice el ejercicio, que en una situación de clase no se produce.

Es importante resaltar el tiempo de atención y desatención de los alumnos por este motivo mediante la siguiente tabla podemos determinar los tiempos.

Tiempo	Alumno con TDHA				Tiempo	Alumno sin TDHA				Tiempo
	CAE	CAI	CDE	CDI		CAE	CAI	CDE	CDI	
2:00				CDI1	0:18					
2:18	CAE1									
2:18				CDI1	0:21					
2:39		CAI1								
5:17				CDI1	1:00					
6:17		CAI1								
6:17			CDE1		0:35				CDE2	0:35
6:52		CAI1					CAI2			
TOTAL	Minutos alumno con TDHA				2:14	Minutos alumno sin TDHA				0:35
Desatención										

Tabla 7: Tabla resumen de los minutos de atención-desatención de los alumnos en la resolución del problema Granjas.

Referente al análisis según las categorías podemos observar que los dos alumnos leen bien el enunciado con fluidez. Ambos alumnos resuelven la primera parte del ejercicio sin ninguna dificultad, calculado el área del piso de la granja, realizando una buena representación gráfica. En la segunda parte del ejercicio las argumentaciones que da el alumno con TDHA son incompletas pero el alumno sin TDHA argumenta correctamente llegando a la solución. El alumno sin TDHA vuelve a explicar el motivo por el cual la solución es 6, empleando el geoplano para ilustrar visualmente el resultado obtenido. En cuanto a las operaciones emplean la calculadora.

Por los que podemos establecer que los dos alumnos han comprendido el enunciado y planteado con la ayuda del geoplano físico la estrategia para resolver el problema utilizando correctamente el concepto de área. Han comprendido la segunda parte del enunciado, aunque

el alumno con TDHA esta en principio convencido que el resultado es de 4 m (aunque no argumenta su respuesta). Después de oír el razonamiento de su pareja que lo demuestra utilizando el geoplano comprende que la solución correcta es 6 m. Sin duda el alumno con TDHA llega a conseguir un nivel competencial mejor debido al trabajo con su pareja.

A continuación mostramos en el siguiente gráfico los tiempos de atención y desatención de todas las parejas que al ser grabadas en video hemos podido ver cuando se producían estas.

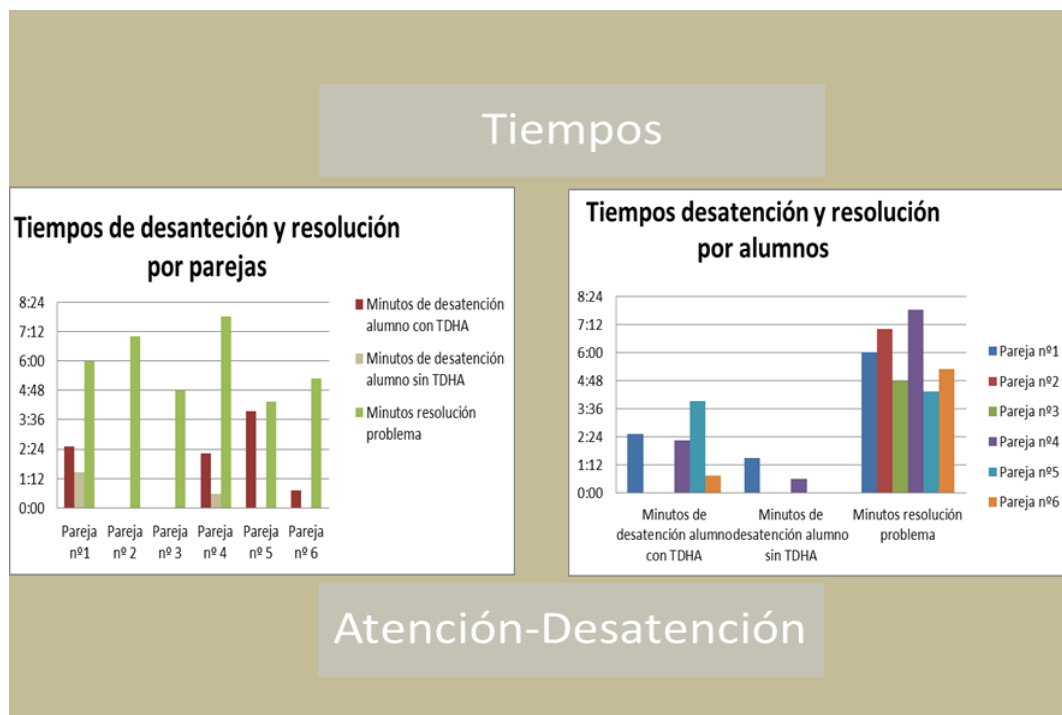


Ilustración 2: Gráfico de atención-desatención de las parejas en el problema de la Granja

Observamos que los alumnos con TDHA tienen mayor frecuencia absoluta de desatención y que en la resolución del problema de la Granja las desconexiones han sido menores si las comparamos con los otros problemas que han realizado los alumnos por parejas. Esto se debe que el enunciado de este problema está muy estructurado por apartados y esto hace que los alumnos se concentren desde el primer momento.

En este caso, del problema de la Granja, podemos afirmar que los alumnos cuando resuelven el problema por parejas emplean más tiempo en la realización de estos en general, debido a que las interacciones de pregunta, opinión y desconexión les lleva más tiempo en sus intercambios, pero en cambio estos razonamientos comunicativos les llevan a comprender mejor el proceso seguido.

Conclusiones

El caso que hemos presentado es el de una pareja que el alumno con TDHA es un alumno medicado con una buena sintonía con su compañero. No hemos mostrado el mejor alumno con TDHA ni la mejor pareja sino un caso estándar.

En los resultados de las interacciones en parejas hemos visto que las interacciones que presentan mayor frecuencia absoluta para los alumnos con TDHA y sin TDHA son: los intercambios cooperativos, la interacción inicial de compartir y la interacción por parejas era el de clarificar. Este es un resultado que constata que el trabajo por parejas genera intercambios de este tipo, porque frente a determinados estímulos estos producen reacciones, es decir en nuestro caso hemos visto que los estímulos eran mayoritariamente la combinación de las

acciones de preguntas y de validación. El intercambio cooperativo, produce que los alumnos comparten la misma idea que les ha llevado a la resolución del problema y sin las clarificaciones o correcciones de las aportaciones o razonamientos de ambos no es posible la resolución. Por lo que los resultados que han obtenido las seis parejas en los dos problemas en las distintas interacciones, observamos que el intercambio cooperativo, la interacción inicial de compartir y la interacción de pareja de la clarificar están estrechamente relacionados. Este resultado es coincidente con (Webb, Ender y Lewis, 1986) que afirman que existe mayor colaboración e involucración por parte de los alumnos cuando estos trabajan en pareja, aunque estos autores el estudio que realizaron fueron parejas de alumnos ordinarios, es decir, sin ningún tipo de déficit. Es decir, el trabajo cooperativo ha implicado el compartir el proceso de resolución del problema, esto les ha llevado a que los alumnos se han visto obligados a realizar clarificaciones y todas estas interacciones han proporcionado la oportunidad de generar un aprendizaje matemático.

Un nuevo aspecto importante a resaltar a partir de los resultados por parejas y que aportamos a partir de nuestro trabajo de investigación es la interacción que hemos denominado de desconectar, ya que esta al tratarse de parejas formadas por un alumno con TDHA y otro sin, este tipo de interacción adquiere un papel destacable.

Pero hemos de mencionar que la interacción de desconectar supone un 10,6% de todas las interacciones (siendo en los alumnos con TDHA un 16,7% de todas las interacciones las de desconexión frente a los alumnos sin TDHA que supone únicamente un 4,3%). Este porcentaje es el que nos ha llevado a analizar que ha motivado la desconexión. Hemos observado que esto depende del alumno, como podemos ver en el gráfico, el factor que produce la conexión es interna de cada alumno. Generalmente el hecho de que su compañero realice pequeños toques de atención, o simplemente el alumno se percate de la importancia de contribuir en la resolución del problema provoca la atención, este es el motivo por el que la conexión es interna (CAI)

Concluimos que este tipo de interacción ha sido notable en el caso de los alumnos con TDHA frente a los resultados de los alumnos sin TDHA. El análisis de los motivos de desconexión depende del alumno y no tanto de los factores externos. En futuras investigaciones se podría indagar en este aspecto, ya que pensamos que quizás los hábitos de trabajo u otros factores de la personalidad pueden influir.

En nuestro estudio hemos visto que en bastantes parejas (alumno con TDHA/sin), el tiempo de desconexión-atención ha supuesto casi la mitad del tiempo total de la resolución del problema, esto nos indica que esta inversión del tiempo dificulta el proceso de realización del problema ya que esto significa que el alumno pierde la concentración que requiere su mente para la realización de la tarea. A diferencia de que aunque se produzcan más interrupciones, si el tiempo de desconexión es menor influye menos en la concentración de la realización del problema.

En general el trabajo por parejas ha beneficiado a todos los alumnos, tanto a lo que tienen TDHA como a los alumnos sin, porque la reflexión sobre el conocimiento matemático por parejas ha proporcionado más eficacia sobre el proceso de resolución.

BIBLIOGRAFIA

[10] Abreu, G. (1998). "Studying Social Representations of Mathematics Learning in Multiethnic Primary Schools: Work in Progress" Papers on Social Representations, nº7(1-2), pp.1-20.

- [2] Branco, J, Angelino, N e César, M. (1995) "Enseño cooperativo: trabalho em díade vs. individual. Actas do ProfMat 95 (pp. 175-181). Lisboa: Associação de Professores de Matemática
- [14] Calsamiglia, H., Cots, J., Lorda, C., Nussbaum, L., Payrató, L., Tusón, A., (1997). *La parla com a spectacle: una anàlisi de "la vida en un xip"*. Publicacions de la Universitat Autònoma.
- [11] Carraher, T. Carreher, D. & Schliemann, (1989). *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo: Cortez.
- [3] César, M. (1995), Factores psico-sociais e equações. Actas do ProfMat 94 (pp. 82-92). Lisboa: APM.
- [4] César, M. (1997). *Investigação, interações entre pares e matemática*. Actas do VIII. Seminário de Investigação em Educação Matemática (pp. 7-33). Lisboa: APM.
- [5] César, M. (1998). "¿ Y si aprendo contigo?. Interacciones entre parejas en el aula de matemáticas". *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*. Nº 16. Pp. 11-24.
- [16] Chico, J. (2014). " *Impacto de la interacción en grupo en la construcción de argumentación colectiva en clase de matemáticas*". Tesis Doctoral. Universitat Autònoma de Barcelona
- [7] Cobb, Yackel i Wood, (1995). *The teaching experiment classroom*. En P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *the emergence of mathematical meaning: interaction in classroom cultures* (pp.17-24). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- [13] Cobo, P. (1998). " *Análisis de los procesos cognitivos y de las interacciones sociales entre alumnos (16-17) en la resolución de problemas que comparan áreas de superficies planas. Un estudio de casos*". Tesis Doctoral. Universitat Autònoma de Barcelona.
- [17] Generalitat de Catalunya (2003) " *PISA 2003. Ítems alliberats*. Consell Superior d'avaluació del Sistema Educatiu". Documents nº3, Barcelona.
- [18] Generalitat de Catalunya (2012) " *Marc conceptual de matemàtiques per a l'avaluació PISA 2012*". Consell Superior d'avaluació Sistema Educatiu. Documents nº 18, Barcelona.
- [19] Generalitat de Catalunya (2012) " *Marc conceptual de resolució de problemes per a l'avaluació PISA 2012*". Consell Superior d'avaluació Sistema Educatiu. Documents nº 19, Barcelona.
- [15] Kebrat-Orecchioni (1990-1994). *Les interations verbales*. Tomos I, II, III. Armand Colin. Paris.
- [9] Krummheuer, G. (2011). Representation of the notion "learning-as-participation" in everyday situations of mathematics classes. *ZDM- The International Journal on Mathematics Education*, 43(172), 81-90.
- [1] Mugny, G.; Doise, W., y Perret-Clermont, A. N (1975-1976). *Conflits de centrations et progrbs cognitif*. *Bulletin de Psychologie*, 1975-76, 29, 321, 4-7: 199-204.
- [12] Schliemann, A.D., Carraher, D. W., Brizuela, B.M., Earnest, D., Goodrow, a., Lar-Roth, S. & Pelet, I. (2003). *Algebra in elementary school*. En N. Pateman, B. Dougherty & J. Zilliox (Eds.). *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol.4, pp.127-134) Honolulu, Hawaii: University of Hawaii
- [8] Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating. Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge, MA: Cambridge University Press.
- [6] Vigosky, L.S. (1988). *Pensament i llenguatge*. Eumo Editorial/ Diputació de Barcelona-
- [20] Webb, Ender, P., y Lewis, S. (1986): "Problem solving strategies and group processes in small groups learning computer programming", *American Educational Research Journal*, 23(2), pp. 243-261.