

Propuesta didáctica para explorar la representación de funciones de dos variables a través de la modelización con iPads®

Pascual D. Diago¹; Irene Ferrando²; Luis Puig²

email: pascualdavid.diago@campusviu.es; irene.ferrando@uv.es;
luis.puig@uv.es

1. Universitat Internacional de Valencia; 2. Universitat de València

RESUMEN

En esta comunicación presentamos una propuesta didáctica dirigida a alumnos de 4º de ESO. Los alumnos actuarán como investigadores para resolver la pregunta: *¿Cómo se propaga el sonido en el aula?* Para obtener el modelo matemático asociado al problema, tomarán datos reales usando el iPad® como sonómetro mediante la aplicación Decibel Ultra Pro®. El interés de esta tarea es la exploración de conceptos relacionados con las funciones de dos variables, en particular, la representación cartesiana tridimensional asociada a estas funciones. El material diseñado se puso en práctica en una experiencia realizada con un grupo natural de alumnos de 4º de ESO, el análisis de ésta nos permitirá describirlo de forma práctica.

Palabras clave: Modelización, iPad®, representación, función, función de dos variables, problema real

1. Introducción y objetivos

La resolución de tareas de modelización promueve la matematización de situaciones, al tiempo que lleva a los estudiantes a interpretar, reflexionar y validar los resultados matemáticos en la realidad, procesos que son esenciales en la resolución de problemas orientados a la alfabetización matemática [1, p.151]. La propuesta didáctica que presentamos en este trabajo se basa en esta idea, partiendo de una situación real, los alumnos llegarán a un concepto matemático abstracto como es el de función real de dos variables. Además, a través del material diseñado pretendemos que los alumnos experimenten con la representación de este tipo de función es, decir, que obtengan un modelo matemático de la situación real de partida.

Nuestro objetivo se limita a mostrar la propuesta didáctica que hemos diseñado y llevado a cabo. Dado que esta propuesta se ha experimentado con un grupo de alumnos de cuarto curso de ESO, aprovecharemos los resultados de dicha experiencia para ilustrar la descripción del material a través de las producciones de los alumnos del grupo experimental. En la situación de enseñanza propuesta los alumnos, en grupos, estudian e interpretan un fenómeno de la vida cotidiana con la intención de matematizarlo. El fenómeno es la determinación de las zonas del aula con mejor "calidad" acústica. En esta línea, a lo largo del experimento, se dará una definición válida de "calidad" acústica en el sentido en el que las ondas de sonido llegan con mayor intensidad al receptor.

Esta experiencia se lleva a cabo durante 4 sesiones correspondientes a la asignatura de Informática, en las que los alumnos utilizan el iPad® como herramienta para el estudio cuantitativo y cualitativo del fenómeno.

2. Los alumnos

Esta propuesta de enseñanza se ha implementado en un grupo clase de 4º A de ESO del colegio Virgen del Carmen de Onda, centro concertado de la Comunitat Valenciana. En total participan 25 alumnos. El experimento se realizó en el aula ordinaria del grupo durante la clase de Informática. En la Figura 1 se adjunta una panorámica del aula en cuestión.



Figura 1: Aula en la que se llevó a cabo la propuesta didáctica descrita

Durante toda la puesta en práctica de la propuesta didáctica los alumnos se dividieron en grupos de entre 5 y 6 personas para fomentar así el trabajo colaborativo. La necesidad de articular y explicar al grupo las ideas propias lleva a que éstas sean más concretas y precisas y a organizar e integrar más el conocimiento [2]. Al respecto al trabajo en grupo [3] argumenta que el conocimiento propio que es discutido en grupo, motiva la construcción de nuevo conocimiento.

Para la formación de los grupos de trabajo, el alumnado tuvo total libertad para organizarse según ellos estimaron oportuno. A cada grupo se le asignó un número que serviría para identificarlo y asignarle su correspondiente iPad® (ya que estos están también numerados).

Todos los grupos se mostraron participativos, motivados e interesados en todo momento durante el desarrollo de la propuesta aquí presentada. En algún momento hubo que llamar la atención de algún alumno, pero todo dentro de los parámetros normales que caracterizan un aula de este nivel educativo.

Hay que comentar que en el momento en que tuvo lugar el experimento, los alumnos no tenían ninguna noción de modelización. Sí que tenían conocimientos sobre representación de funciones de una variable real, pero no del tema principal de este experimento, las funciones de dos variables, ya que quedan fuera del currículo oficial en vigor en la Comunitat Valenciana [4].

3. Materiales asociados a la propuesta didáctica

Para llevar a cabo esta propuesta didáctica se necesitan diferentes materiales. A continuación se describen todos aquellos materiales que han sido utilizados para dar instrucciones sobre el experimento, facilitar información y realizar medidas y representaciones. Además, para el posterior análisis del experimento se utilizaron también material de recogida de datos tales como grabadoras y cámaras.

3.1. iPad®

El propio iPad®ⁱ será el instrumento básico del experimento. Por un lado, será utilizado como sonómetro mediante su micrófono interno, el cual, transformará las ondas de presión que viajan por el aire en señales eléctricas. Por otro lado, será usado para el tratamiento y análisis de los datos tomados por los alumnos, además de servir como instrumento de búsqueda y consulta mediante internet. En concreto en nuestra experiencia se utilizará el modelo A1416, correspondiente al iPad® de 3ª Generación de 16Gb Wi-Fi.

3. 2. Aplicación Decibel Ultra Pro® para iOS

Utilizaremos la aplicación Decibel Ultra Pro® creada por Patrick Schaeferⁱⁱ para codificar y cuantificar la intensidad sonora recibida en el iPad®. Esta aplicación transformará las ondas de presión que viajan por el aire en señales eléctricas. La elección de la aplicación se ha realizado en base a que ofrece diferentes opciones interesantes para el experimento, en comparación con otras aplicaciones, como el tiempo de medida o la posibilidad de ser calibrada. La versión utilizada en la experiencia era de pago (7,99€) aunque existe una versión gratuita con publicidad que incorpora las mismas opciones.

3. 3. Diapositivas

Para cada una de las sesiones se han utilizado diapositivas con los conceptos teóricos, explicaciones y procedimientos necesarios para llevar a cabo el experimento. Estas diapositivas se proyectan en el aula y contienen la información y pasos a seguir para la correcta realización del experimento.

3. 4. Dosieres

Durante cada sesión, de forma complementaria a las diapositivas, se entrega a cada alumno un dossier con la información referente a la sesión correspondiente. En cada dossier (cuatro en total) se resumen las indicaciones teóricas necesarias y las instrucciones concretas a seguir en la sesión para la correcta realización del experimento.

3. 5. Mapas del aula

Durante las sesiones se facilita a los alumnos mapas del aula a escala para que puedan realizar cálculos sobre ellos.

3. 6. Señal acústica

Para generar la señal sonora (ruido rosa) se ha utilizado Audacity®ⁱⁱⁱ, un editor de grabación y edición de sonido libre, de código abierto y multiplataforma. Se ha utilizado un ordenador portátil (Macbook Pro® de 15 pulgadas de mediados de 2009) para emitir la señal sonora a través de sus altavoces internos, desde la mesa del profesor del aula.

3. 7. Plotly®

Para la representación de los datos medidos se utiliza la herramienta online de análisis y representación de datos Plotly®^v. Plotly® ofrece la posibilidad de trabajar colaborativamente en un mismo documento a varios usuarios y crear gráficos online. Sirve también como herramientas de análisis estadístico de datos a modo de hoja de cálculo.

Los alumnos accederán desde el iPad® al site online de Plotly® desde el navegador e introducirán los datos de las distintas mediciones, para posteriormente generar las gráficas correspondientes.

3. 8. Materiales de medida

Se hará uso también de materiales de medida como cintas métricas y metros. Con la intención de delimitar zonas en el aula, se utiliza cinta de carrocero o cinta de papel y rotuladores.

3. 9. Cubos multilink

Los cubos multilink, cubos link o policubos son cubos de 2 cm de lado fabricados en plástico muy resistente que pueden ser encajados en sus 6 caras unos con otros. Como puede verse en la Figura 2, se presentan surtidos en varios colores. Son un material versátil y manipulativo muy utilizado en el aula de Matemáticas en edades tempranas.

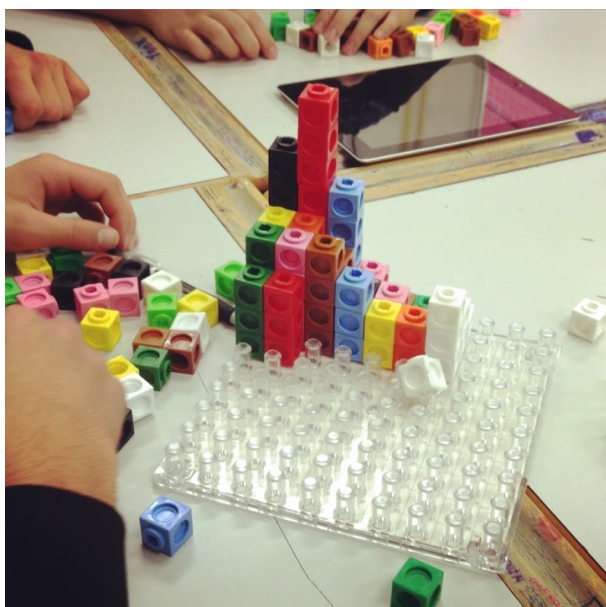


Figura 2: Cubos multilink, cubos link o policubos

3.10. Fichas entregables

En cada una de las diferentes sesiones se entrega una ficha denominada “entregable” a completar por cada uno de los grupos. Esta ficha no solo servirá como fuente de recogida de datos para el experimento, sino que también será utilizada como evaluación para el profesor de la asignatura de Informática del centro.

4. Descripción de la propuesta didáctica

A continuación describimos el desarrollo y puesta en práctica de la propuesta didáctica, que se estructuró a lo largo de 4 sesiones consecutivas durante el mes de marzo de 2015. No entraremos en la valoración y análisis de los comentarios y discusiones de los diferentes grupos porque queda fuera del objeto de esta comunicación, no obstante, hemos incluido algunos porque pueden resultar interesantes para ilustrar el desarrollo de la propuesta

didáctica.

Las sesiones se dividen en dos tipos, según su dinámica y objetivo. Así, distinguimos entre dos tipos:

1. **Sesiones de contenido e experimentación.** En ellas introduciremos los conceptos teóricos necesarios para abordar el problema y daremos las instrucciones de funcionamiento básicas de las aplicaciones del iPad® que usaremos a lo largo de toda la experimentación. Serán de este tipo la primera y tercera sesión.
2. **Sesiones de comprensión y de opinión.** En ellas el alumnado propondrá ideas para la resolución de la situación problemática y se pondrán en común las distintas posturas y estrategias originadas por la discusión de los grupos. Serán de este tipo la segunda y cuarta sesión.

Es importante destacar que la propuesta didáctica se enfoca y se presenta a los alumnos desde el primer momento como una pequeña investigación. En ella, y utilizando las herramientas de soporte que se han visto anteriormente, los alumnos deberán intentar responder a las siguientes cuestiones:

1. **¿Cómo se distribuye el sonido a lo largo del aula?**
2. **¿Cambia mucho la percepción en un punto o en otro?**
3. **¿De qué variables depende nuestra percepción sonora en la clase?**

Hay que remarcar que previamente al comienzo de la propuesta docente los iPads® han sido calibrados siguiendo el procedimiento descrito en la aplicación Decibel Ultra Pro® y el programa Audacity®.

4.1. Primera sesión, viernes 20 de marzo de 2015

La primera sesión, como no podía ser de otro modo corresponde a una sesión de presentación de contenido e instrucción. En esta primera sesión se introduce el problema de investigación al cual deberá darse respuesta a lo largo de la propuesta didáctica.

4.1.1. Conceptos básicos sobre el sonido

En esta sesión se repasan los conceptos físicos básicos referentes al sonido necesarios para poder responder a las preguntas anteriormente mencionadas y se presenta el iPad® como herramienta que nos permite medir la intensidad de sonido en un punto de la clase, a modo de sonómetro.

4.1.2. Midiendo la intensidad del sonido

En un primer momento, para que los distintos grupos se familiaricen con la medida de referencia de las magnitudes acústicas, se les pide que investiguen sobre el decibelio. Para motivarlos, se les pide que utilicen el iPad® para buscar información en internet y que lo anoten en el documento entregable de la sesión. Al finalizar, se hace una puesta común.

Seguidamente se explica el funcionamiento de la aplicación Decibel Ultra Pro® y se dan las pautas a seguir para la realización de mediciones acústicas. Este punto es de suma importancia, pues todos los grupos deben seguir las instrucciones descritas por el docente para que las futuras medidas sean coherentes, con sentido y sobre todo, comparables. Además, se requiere que el aula esté en silencio para realizar mediciones fieles a la realidad. Con estos procedimientos claros, se pide que el alumnado investigue sobre la escala de medida decibélica. Para ello, deben averiguar valores típicos en decibelios (dB) con ayuda de la aplicación Decibel Ultra Pro® y el iPad® y completar una Tabla similar a la mostrada en la Tabla 1. La idea de esta actividad es que identifiquen los valores típicos en dB para eventos cotidianos. Para aquellos valores más altos se les indica que realicen búsquedas en internet. Al finalizar esta segunda actividad se realiza una puesta en común.

| Intensidad (dB) | Fuente sonora |
|-------------------------|---------------|
| Umbral de audición: 0 | |
| 10 | |
| ... | |
| 60 | |
| ... | |
| Molestias auditivas: 80 | |
| ... | |
| Umbral de dolor: 120 | |
| ... | |
| 180 | |

Tabla 1: Ejemplo de cuadro a completar por cada grupo con la ayuda del iPad y la aplicación Decibel Ultra Pro

4.1.3. Conclusiones de la sesión

Como cierre de esta primera sesión, se remarcan las conclusiones a las que se ha llegado, de modo que sirvan como punto de partida para la próxima sesión.

Las conclusiones de esta sesión inicial son:

- Utilizando la aplicación Decibel Ultra Pro® se ha establecido un procedimiento para la medida de la intensidad sonora en un punto del aula, este procedimiento deberá aplicarse de forma sistemática en las futuras sesiones si se quiere resolver el problema de investigación inicialmente planteado.
- Este procedimiento se ha estandarizado, de modo que será el que todos los grupos utilicen en las futuras sesiones, Con esto se consigue que las medidas que se tomen sean fiables y que los valores sean coherentes y comparables entre sí, pese a estar tomadas por grupos diferentes y con diferentes iPads®.

4.2. Segunda sesión, martes 24 de marzo de 2015

La segunda sesión se plantea como una experimentación de los diferentes grupos para que busquen estrategias iniciales de resolución para dar respuesta a las preguntas de investigación.

Para ello, nos centraremos en la primera pregunta: ¿cómo se distribuye el sonido a lo largo del aula?

4.2.1. Estrategias iniciales de resolución

A continuación se colocará una fuente puntual de sonido, un ruido rosa generado con Audacity® y emitido por el ordenador portátil situado en la mesa del profesor. La actividad a realizar por los grupos consistirá en la toma de una medida por grupo en su mesa de trabajo. Esta medida será comparada y comentada con el resto de grupos. Se espera aquí que el resultado de las medidas sea ligeramente diferente en intensidad sonora, pese a estar tomadas

con el mismo procedimiento y corresponder a una misma fuente de audio. Efectivamente, así resultó en la práctica de esta experiencia.

4.2.2. Concepto de retículo o cuadrícula

A partir de esta primera medición, se pedirá a cada grupo que piense estrategias que podrían resolver la cuestión concreta arriba planteada. Comentaremos con el resto de grupo las posibles estrategias de resolución ideadas. Tal y como se esperaba, los alumnos plantearon aquí la necesidad de tomar medidas de intensidad sonora, al menos, en cada una de las mesas de cada grupo, es decir, surge la necesidad de dividir el aula en parcelas más pequeñas y obtener la intensidad de sonido que llega a cada una de estas parcelas. De este modo podremos obtener un “mapa” con la distribución de la intensidad sonido.

Continuamos con la siguiente actividad en la que se solicita a cada grupo que idee posibles divisiones del aula en las que medir la intensidad posteriormente. Para ello se les facilita un mapa de la clase para que puedan valorar y argumentar cuáles, según su criterio, son las divisiones más interesantes para conseguir lograr su cometido. Después de la puesta en común, queda claro que la división más efectiva consiste en cuadricular o reticular el espacio del aula y obtener una medida en cada sector. Al finalizar la discusión, los docentes entregan a cada grupo el mapa con la división óptima del aula (se opta por divisiones de 120cm x 120cm), que corresponde a la mostrada en la Figura 3.

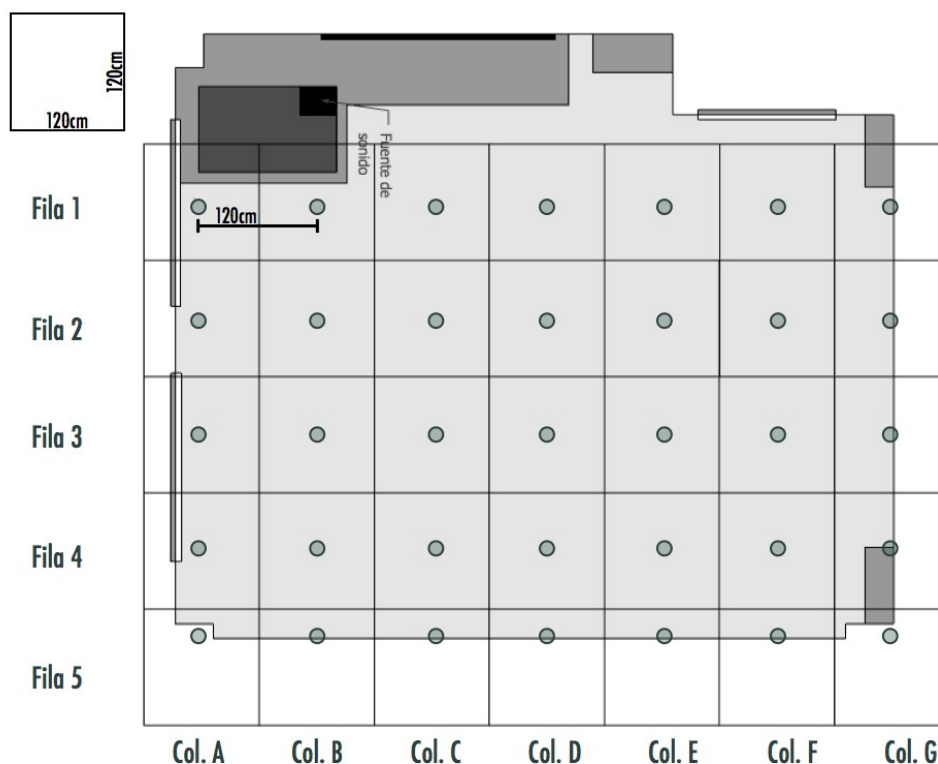


Figura 3: División óptima del aula en parcelas.

4.2.3. Varias medidas para una misma fuente, concepto de media aritmética

Una vez clara la forma de proceder con la división del aula se aborda el tema de la precisión en las medidas tomadas. Para ello, se realiza una nueva actividad en la que se pide que cada grupo realice cuatro medidas de un mismo sonido en un mismo punto. A partir de esta actividad queda claro que no todas las medidas son iguales, pese a corresponder a la misma fuente sonora y a estar tomadas en la misma posición del aula. A partir de esta experiencia se introduce la necesidad de realizar una media de las medidas realizadas para poder tener un valor representativo y que tenga en cuenta todos los valores obtenidos.

4.2.4. Conclusiones de la sesión

Debido a que las actividades duraron más de lo estipulado, esta sesión termina en este punto,

sin presentar las conclusiones ni poder introducir el concepto del error relativo a la posición del micrófono. Estas cuestiones se retomarán al inicio de la tercera sesión.

4.3. Tercera sesión, jueves 26 de marzo de 2015

4.3.1. Conclusiones de la sesión anterior

Esta tercera sesión comienza con un repaso de las conclusiones obtenidas en la sesión anterior, estas son:

- Necesidad de dividir la clase en zonas iguales para poder crear una cuadrícula o retículo. La división que se realiza es la dada por los docentes, ya que es necesario optar por una sola división y se dispone de escaso tiempo para la discusión.
- Surge el concepto de media aritmética como herramienta para minimizar los errores relativos a la toma de varias medidas de una misma fuente en un mismo punto. Este concepto será utilizado para evitar errores relativos a la posición del micrófono, como veremos a continuación.

4.3.2. La orientación del micrófono

En relación al concepto de media aritmética y con el fin de intentar minimizar los errores relativos a la posición del micrófono del iPad® en el procedimiento estandarizado de medida, se introduce el cálculo de cuatro medidas para cada punto de la división del aula propuesta. Cada una de estas medidas se tomará con una orientación:

1. Orientado hacia la fuente sonora (hacia delante)
2. Orientado contra la fuente sonora (hacia detrás)
3. Orientado hacia la derecha de la fuente sonora (hacia la izquierda)
4. Orientado hacia la izquierda de la fuente sonora (hacia la derecha)

Se seguirá el procedimiento estandarizado de medida para cada orientación. Es decir, para cada punto de la cuadrícula del aula se tomarán cuatro valores correspondientes a las cuatro direcciones, y se calculará la media aritmética de ellos para obtener el valor único del punto seleccionado.

4.3.3. Toma de valores por grupos

Conjuntamente todos los grupos, prepararán los puntos de toma de medida sobre el terreno, en la propia aula, siguiendo las indicaciones de los docentes. Se marcan los puntos seleccionados en el suelo con cinta de carroceros o cinta de papel y utilizando una cinta métrica para que cada división esté exactamente como se indica en el mapa de la Figura 3. La clase queda lista para la toma de valores tal y como se puede ver en la Figura 4.



Figura 4: División del aula según la cuadrícula establecida.

Como algún alumno ya comentó en la anterior sesión, utilizaremos un único iPad® para la toma de datos, de esta forma conseguiremos minimizar los errores relativos al instrumento, pues como se avisa en la aplicación, las mediciones pueden fluctuar entre 1 y 3 dB en distintos

dispositivos.

Como se dispone de tiempo limitado, cada grupo toma la medida de la intensidad de una zona concreta, de modo que entre todos los grupos se cubran todos los puntos seleccionados en la cuadrícula elegida. Se propone pues que cada grupo realice la medición de una fila de las mostradas en la Figura 3, ya que disponemos exactamente de 5 grupos. Dentro de cada grupo, se propone que cada miembro mida todos los valores relativos a una posición (hacia delante, hacia detrás, hacia la izquierda y hacia la derecha de la fuente sonora). Así, el miembro 1 del grupo 1, tomará 7 medidas (tantas como columnas), correspondientes a las 7 casillas de la fila 1 con la orientación del instrumento hacia delante (orientado hacia la fuente). El miembro 2 del grupo 1 tomará otras 7 medidas correspondientes a las 7 casillas de la fila 1 pero con la orientación del instrumento hacia detrás (orientado hacia el final de la clase). Y así, sucesivamente. Si en algún grupo hay más miembros, haremos un reparto lo más equitativo posible para que todos participen.

Cada grupo completa una tabla similar a la mostrada en la Tabla 2, en ella anota los valores que obtiene. Finalmente, se calcula el valor medio de las 4 medidas correspondientes a las 4 orientaciones del instrumento para obtener un único punto representativo de la posición elegida. En este punto se pensó inicialmente que los grupos utilizaran la herramienta online Plotly® mediante el iPad®, pero debido a la falta de tiempo las medias de los valores fueron calculadas por los propios docentes y mostrados en la última sesión junto con los resultados generales de las medidas.

| Posición | Hacia la fuente | De espaldas a la fuente | Hacia la izquierda de la fuente | Hacia la derecha de la fuente | Valor medio |
|----------|-----------------|-------------------------|---------------------------------|-------------------------------|-------------|
| (1, A) | | | | | |
| (1, B) | | | | | |
| ... | | | | | |

Tabla 2: Ejemplo de tabla a completar por el grupo 1, correspondiente a la fila 1 de la cuadrícula mostrada en la Figura 3.

4.3.4. Conclusiones de la sesión

Debido a la falta de tiempo tampoco se pudieron resumir las conclusiones, ya que la toma de medidas duró más de lo previsto. Las conclusiones son mostradas al inicio de la última sesión como punto de partida.

4.4. Cuarta sesión, viernes 27 de marzo de 2015

En esta última sesión se intenta dar respuesta a las preguntas de investigación planteadas inicialmente, a partir de todos los datos de los que disponemos. En esta sesión pretendemos que el alumnado saque sus propias conclusiones del proceso realizado, llegue a la comprensión del fenómeno modelizado y obtenga su propia representación de las funciones de dos variables a partir de material manipulativo.

4.4.1. Conclusiones de la sesión anterior

Se comienza esta sesión recapitulando los pasos dados hasta el momento para la resolución de la problemática inicial:

1. Se ha dividido el aula en zonas para proceder a su medición.
2. Con el fin de minimizar los errores, se ha utilizado un único iPad® para realizar las medidas.

3. Para cada punto de la cuadrícula elegida, se han tomado cuatro valores referentes a las diferentes orientaciones. Con ellos se ha calculado la media como valor representativo de cada punto concreto.

4.4.2. Procesando la información

Como se ha comentado anteriormente, se pretendía que el procesado de la información se realizara con la herramienta online colaborativa Plotly® mediante el uso del iPad®. No obstante, debido a la escasez de tiempo los valores medios fueron procesados por los docentes con Plotly® y mostrados directamente a los alumnos en el conjunto de datos que se puede ver en la Tabla 3.

| Medias | A | B | C | D | E | F | G |
|--------|--------|--------|-------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | 71,05 | 72,15 | 70,4 | 69,2 | 68,5 | 68,325 | 68,125 |
| 2 | 69,975 | 70,2 | 69,55 | 69,075 | 68,825 | 68,6 | 68,3 |
| 3 | 69,875 | 70,125 | 69,85 | 69,55 | 69,2 | 69,225 | 69,3 |
| 4 | 69,35 | 70 | 69,8 | 69,275 | 68,975 | 69,475 | 68,875 |
| 5 | 70,975 | 71,3 | 69,8 | 68,75 | 69,525 | 68,675 | 68,175 |

Tabla 3: Valores medios obtenidos en dB para cada uno de los puntos de la cuadrícula mostrada en la Figura 3.

En una primera actividad se pide a los diferentes grupos una posible representación de estos valores. Se les facilita también el mapa con la cuadrícula de la división de la clase como ayuda o soporte en caso de ser necesario.

Es de destacar que en este punto muchos alumnos optaron por un sistema de representación basado en diagramas de barras, pero enseguida se dieron cuenta de que estos diagramas solo permitían la representación en una de las dimensiones de la clase, ancho o largo, pero no en las dos.

4.4.3. En busca de un sistema de representación

En la siguiente actividad se propone pensar conjuntamente en una forma para la representación de los datos que se han obtenido. Para ello, los docentes entregan un material manipulativo apilable, los cubos multilink. Se pide a los alumnos que piensen en cómo pueden transformar estos datos en “algo” que físicamente indique la cantidad de dB medidos.

Aquí es donde los grupos estuvieron más tiempo dedicados a pensar en formas de representación. Lo sorprendente es que casi todos los grupos llegaron a generar representaciones tridimensionales que representarían los valores de cada punto del plano con la altura conseguida con los cubos multilink. En las Figuras 5 y 6 podemos ver algunas construcciones de los alumnos en busca de un sistema de representación. Los resultados fueron comentados con el resto de grupos. Es importante resaltar que todos llegaron a este sistema de representación, difiriendo las propuestas en el valor asignado a cada uno de los cubos y a los códigos de colores utilizados.

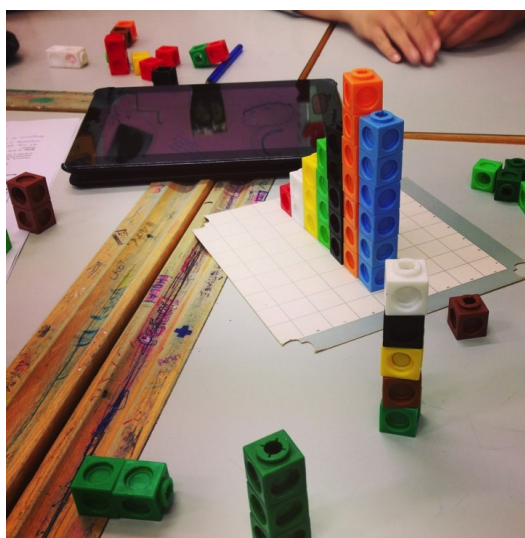


Figura 5: Representando funciones de dos variables de forma tridimensional.

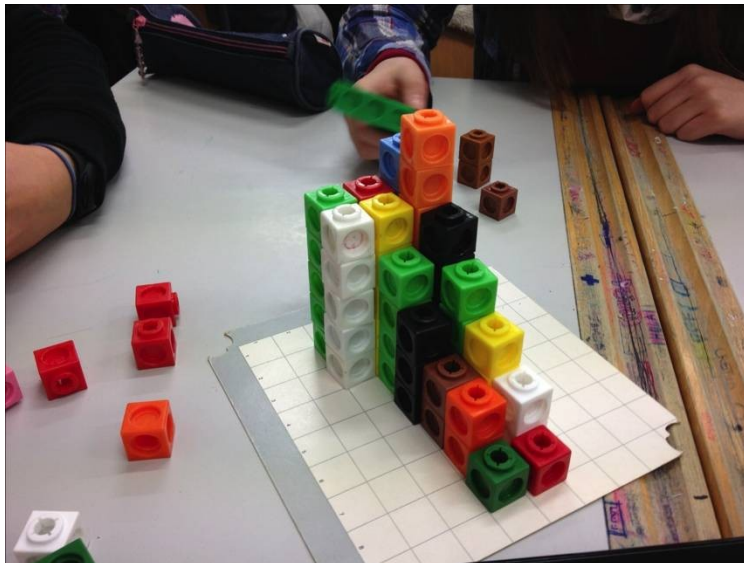


Figura 6: Otra representación de los alumnos de una función de dos variables de forma tridimensional.

4.4.4. De vuelta a las dos dimensiones

En este punto se explica que el sistema de representación conseguido es muy visual y nos da una idea muy clara de la intensidad de sonido en cada punto medido, pero tiene un problema: es una representación tridimensional que resulta difícil de manejar y transportar. Se les pide a los grupos que intenten encontrar una representación en dos dimensiones, una representación que pueda plasmarse en un papel.

Hay que mencionar que nos parecía difícil que de los alumnos surgiera la idea de representar con un código de colores, pero así fue. Varios alumnos dieron la idea de utilizar un código de colores para representar dichos datos, algunos incluso sugirieron la idea de utilizar colores cálidos para mayores intensidades y fríos para menores intensidades de sonido, lo cual nos llevó directamente al siguiente punto. Hubo incluso quien nombró la idea de unir mediante una línea los puntos con igual intensidad de sonido, al igual que se hacía en los mapas del tiempo o en los mapas topográficos.

4.4.5. Códigos de colores

En este punto se pretendía que fueran los propios alumnos los que a partir de los datos introducidos en la herramienta colaborativa Plotly® crearan su propio mapa con el código de colores siguiendo las indicaciones de los docentes, pero debido a la falta de tiempo el mapa fue facilitado directamente por los docentes.

A partir del mapa generado con Plotly®, mostrado en la Figura 7, se pueden ver claramente las zonas de mayor y menor intensidad sonora. En este punto se les plantea a los alumnos la interpretación de dicho mapa y de su código de colores.

Por supuesto, a partir de las ideas mostradas en el apartado anterior, los alumnos rápidamente llegaron a las conclusiones deseadas, como cabía esperar. Estas ideas muestran una mayor intensidad sonora en las filas más cercanas a la fuente, siendo la celda roja la que más intensidad recibe, y siendo las celdas azules oscuras las que menos intensidad de sonido reciben. Se produce un fenómeno curioso aquí, y es que, en valor medio, la intensidad en la última fila aumenta en las celdas situadas exactamente delante de la fuente, debido a la reflexión del sonido en la pared.

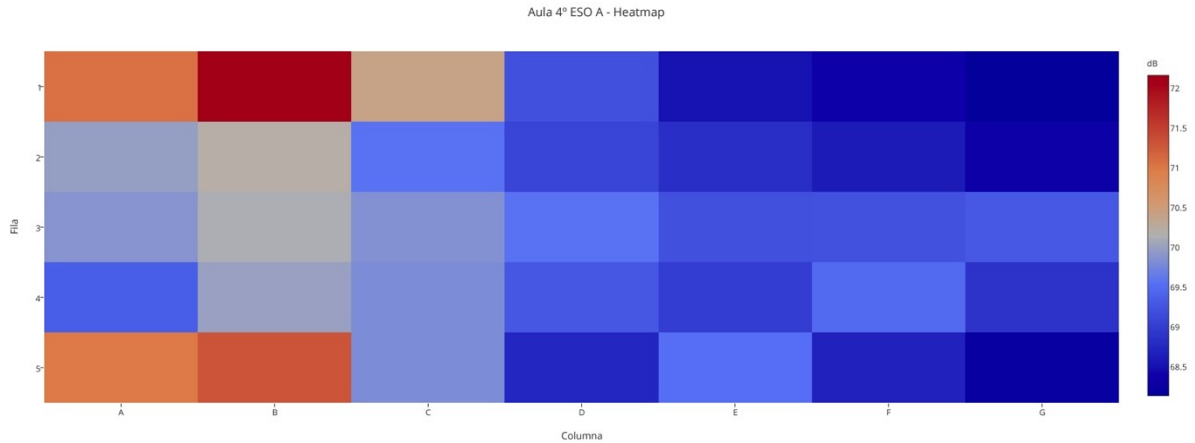


Figura 7: Mapa de colores del aula a partir de los valores medios medidos.

También se mostró el mapa correspondiente a curvas de nivel o mapa de contorno creado con Plotly®, que se adjunta en la Figura 8. Las conclusiones físicas relativas al sonido que se extraen de él son las mismas que con el mapa anterior, pero su representación gráfica hace que la interpretación visual quizá sea más sencilla que en el caso anterior. Se planteó una actividad basada en que los alumnos identificaran este tipo de mapas o representaciones (curvas de nivel o de contorno) en situaciones de su día a día.

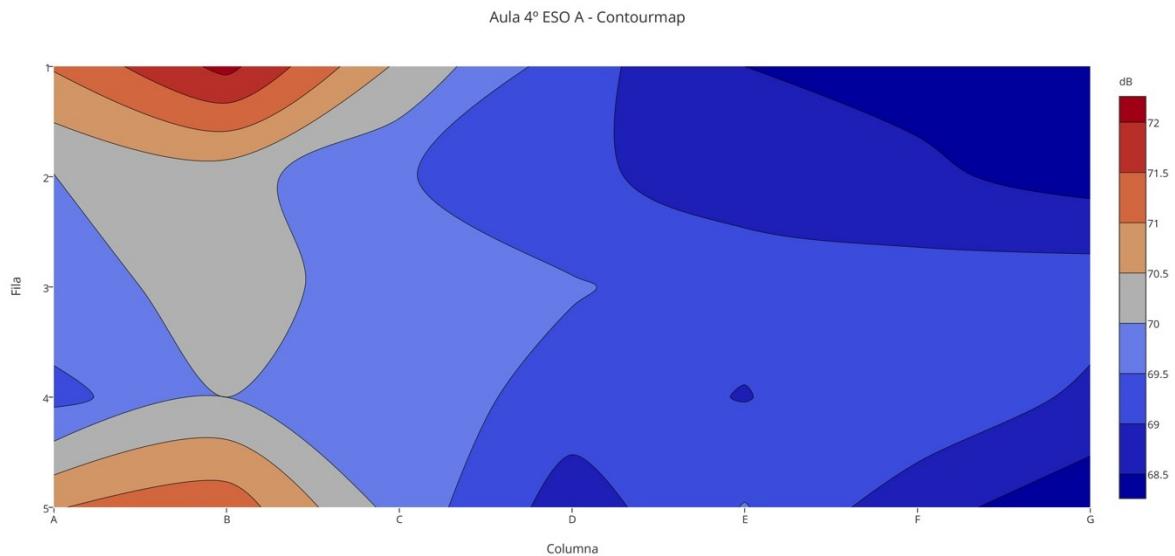


Figura 8: Mapa de curvas de nivel o de contorno para los valores medios de intensidad sonora tomados en el aula.

Como complemento de este apartado, se mostraron a los alumnos los mapas de colores (en versión mapa de contorno) correspondientes a cada una de las orientaciones medidas. Se pidió a los alumnos que los interpretaran. Así, la Figura 9 muestra el mapa de contorno obtenido con el iPad® orientado hacia la fuente sonora, la Figura 10 corresponde a la orientación de espaldas a la fuente sonora. Los mapas de contorno de las orientaciones izquierda y derecha también se mostraron, pero no se incluyen aquí por cuestiones de espacio. Se puede observar como los resultados medidos son físicamente coherentes y permiten un análisis físico del fenómeno fiel a la realidad:

- En la Figura 9 (iPad® orientado hacia la fuente) observamos lo que cabría esperar, las filas iniciales son las que más intensidad reciben, y ésta va disminuyendo a medida que

nos alejamos de la fuente. Vemos, no obstante una ligera reflexión en las filas finales.

- En la Figura 10 (iPad® orientado de espaldas a la fuente) se aprecia claramente la reflexión de la onda sonora en la pared, pues la intensidad aumenta a medida que nos acercamos a las últimas filas.

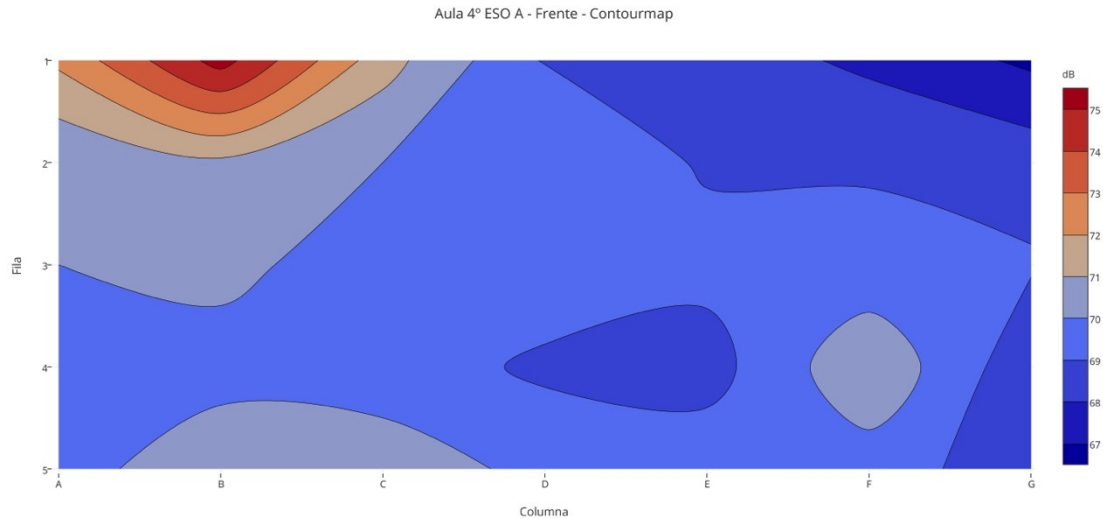


Figura 9: Mapa de contorno de los valores medidos con el micrófono orientado hacia la fuente.

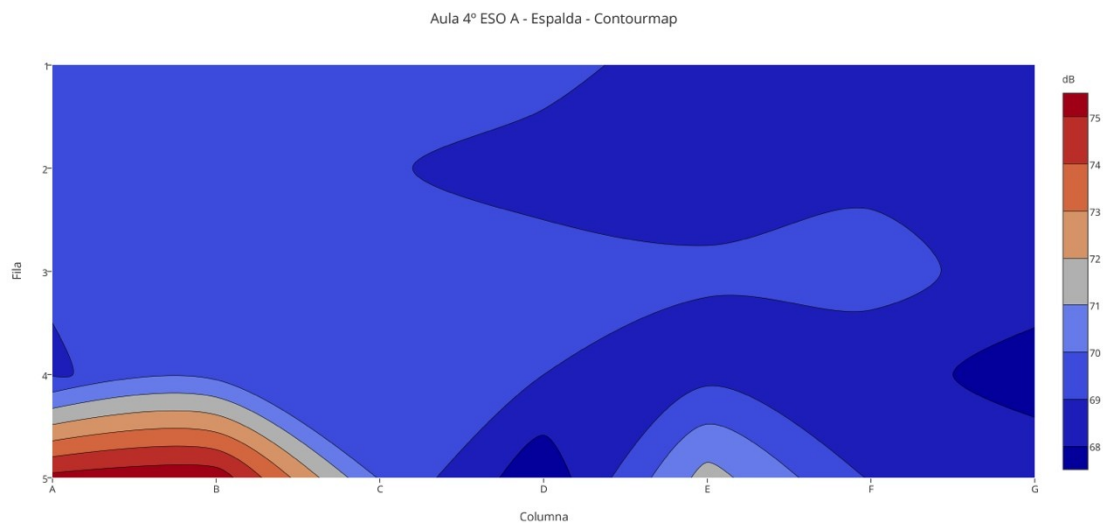


Figura 10: Mapa de contorno de los valores medidos con el micrófono orientado de espaldas a la fuente.

4.4.6. Conclusiones de la sesión

Por último, se pide a los alumnos que elaboren sus propias conclusiones de la experiencia realizada, intentado dar respuesta a las preguntas de investigación planteadas inicialmente.

5. Conclusiones

La propuesta que describimos en este trabajo permite que los alumnos, trabajando de forma colaborativa y mediante el uso de una herramienta digital interactiva (el iPad®) obtengan el modelo matemático de un fenómeno físico muy cercano a su realidad escolar. Además el desarrollo de esta propuesta permite a los estudiantes construir una representación personal de una función de dos variables, primero tridimensional y, a continuación, en el plano a través de un código de color.

Se consigue, por tanto, que, a través de la experimentación y la manipulación, tanto con una herramienta digital interactiva como con material estructurado, el alumno se acerque a conceptos matemáticos complejos a partir de la construcción de un modelo matemático de la situación real planteada.

Se trata de una propuesta didáctica relativamente fácil de implementar porque, actualmente los alumnos tienen a su alcance dispositivos móviles a través de los cuales se puede realizar el experimento (es fácil encontrar aplicaciones similares a la utilizada aquí para el sistema operativo Android®). Es por ello que consideramos que esta propuesta es un punto de partida para el diseño de futuras experiencias docentes que puedan ser llevadas al aula promoviendo las tareas de modelización matemática como recurso didáctico.

Así mismo, queda como trabajo futuro el análisis cualitativo de las discusiones, opiniones y representaciones matemáticas que han surgido en la puesta en práctica de esta experiencia docente. De este análisis esperamos obtener resultados significativos sobre cómo las tareas de modelización permiten a los estudiantes interpretar y reflexionar sobre conceptos matemáticos.

Agradecimientos: Este trabajo se ha realizado con la financiación del Ministerio de Economía y Competitividad (Spain) a través de proyecto de investigación EDU2012-35638.

Referencias bibliográficas:

- [1] Blum, W. y otros (2002). ICMI STUDY 14: Applications and modeling in mathematics education-Discussion Document. Educational Studies in Mathematics, 51, 149-171.
- [2] Martín, J. F., Murillo, J., y Fortuny, J. M. (2002). El aprendizaje colaborativo y la demostración matemática. En VI simposio de la SEIEM.
- [3] Scardamalia, M., y Bereiter, C. (1992). Two models of classroom learning using a communal database. En S. Dijkstra, M. Krammer, y J. Merriënboer (Eds.), Instructional models in computer-based learning environments. Berlin: Springer-Verlag.
- [4] Generalitat Valenciana. (2007). Decreto 112/2007, de 24 de julio, del govern valencià, pel que s'establix el currículum de l'educació secundària obligatòria a la comunitat valenciana. DOGV , 5562.

- i <https://www.apple.com/es/ipad/>
- ii <http://www.dev-apps.de/app-decibelultra.html>
- iii <http://audacity.sourceforge.net/>
- iv <https://plot.ly/>