

Una Propiedad De Los Lados Del Triángulo, Secuencia Didáctica Para Alumnos De Secundaria Incorporando Material Didáctico Manipulable

Roxana Hernández Castruita, Nancy Janeth Calvillo Guevara, Plácido
Hernández Sánchez
roxyhc1606@gmail.com, nancycalvillo@gmail.com,
placidohernan@gmail.com
Universidad Autónoma de Zacatecas, Unidad Académica de Matemáticas

Resumen

En este documento se presenta una visión general acerca del trabajo de tesis que se desarrollará para obtener el grado de Maestra en Matemática Educativa. La problemática que se detectó al momento de analizar los antecedentes refleja que cuando los estudiantes llegan al nivel secundaria existe el desconocimiento o dificultad en la comprensión de algunos conceptos y propiedades geométricas. Al respecto, el profesor podría incorporar materiales didácticos manipulables en la enseñanza para lograr que los alumnos comprendan un contenido matemático, ahí radica la importancia de esta investigación. Esto se hará mediante el diseño de una secuencia didáctica tomando en cuenta que el material didáctico manipulable es un mediador entre el concepto y el estudiante. Como marco teórico se utilizará la Teoría de Situaciones Didácticas y la Ingeniería didáctica como metodología de investigación. Se espera que la secuencia contribuya a que los alumnos de segundo grado de secundaria comprendan una de las propiedades de los lados de un triángulo (cualquiera de los lados de un triángulo es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia).

Palabras Clave: propiedad de los lados del triángulo, material didáctico manipulable.

1. Planteamiento del problema

1.1 Antecedentes

En esta sección se presenta una revisión de algunas investigaciones relacionadas con el estudio de la geometría en el nivel secundaria. La organización de estos antecedentes se realiza iniciando con las investigaciones referidas a la utilización de software en geometría, luego las relacionadas con las percepciones de los estudiantes respecto a la enseñanza de la geometría, para continuar tenemos las que consideran que es conveniente centrar la atención en la formación de futuros profesores y por último las referentes a la utilización de materiales didácticos en las clases de geometría.

En la investigación de Alemán (2009) titulada “La geometría con Cabri: una visualización de las propiedades de los triángulos”, en educación secundaria, cuyo objetivo fue explorar las propiedades de los triángulos favoreciendo la visualización, experimentación y descubrimiento de nuevas relaciones geométricas a través del programa de geometría dinámica Cabri, se concluyó que la escasa noción de los alumnos sobre triángulos (conceptos como vértices, lados, ángulos, medidas y su clasificación) no les permitió llevar a cabo el proceso de visualización en el problema que se les planteó, pero el interés por utilizar la computadora fue general y ayudó a los alumnos a manipular las propiedades mediante la visualización y el uso del programa Cabri.

En el estudio realizado por Castellanos (2010) sobre geometría dinámica aplicada a la visualización y razonamiento en las construcciones geométricas, se reportó que el razonamiento de los estudiantes no es el apropiado y que esto se debe a que en geometría no se enfrentan a situaciones problemáticas, pero que estos estudiantes de educación magisterial con ayuda del software GeoGebra, lograron desarrollar habilidades visuales.

Así, la importancia de la percepción de los estudiantes de educación secundaria respecto a la enseñanza de la geometría, es un foco importante que permite

tener una visión general sobre lo que en realidad se les está transmitiendo a los alumnos dentro del salón de clases y en este sentido, Gamboa y Ballesteros (2010), concluyen en su investigación que dichas percepciones muestran que la enseñanza de la geometría se presenta de manera tradicional, lo que significa que sus tópicos son vistos como una serie de definiciones, ejemplos y fórmulas, orillando a los estudiantes a no encontrar la relación de su estudio, con su contexto.

La importancia de centrar la atención en los futuros profesores fue considerada por Godino, Gonzato y Fernández (2010), quienes realizaron un estudio sobre los conocimientos puestos en juego en la realización de una tarea matemática (¿Cuánto suman los ángulos interiores de un triángulo?), lo que ellos encontraron fue que los estudiantes dan respuestas deficientes que revelan que no hay un razonamiento adecuado que les permita justificar sus respuestas.

Por su parte, Valenzuela (2012), mediante una encuesta realizada a los profesores donde pretendía indagar sobre el dominio de los materiales manipulables para la enseñanza de la geometría, su utilización en la clase y el conocimiento de los mismos, obtuvo que los profesores utilizan materiales sin estar preparados para hacerlo, pero que tienen el conocimiento de que dichos materiales ayudan a la comprensión del tema.

En este mismo sentido, Villarroel y Sgrecia (2011), en su artículo sobre los materiales didácticos en 1° año de educación secundaria, realizan como primer paso, la identificación de los materiales didácticos y después una caracterización para identificar las habilidades geométricas que permiten desarrollar, esto con ayuda del modelo de Van Hiele. Concluyen que el uso responsable de los materiales didácticos los vuelve facilitadores de las habilidades geométricas.

1.2 Planteamiento del problema de investigación.

1.2.1 Problemática.

La problemática de la enseñanza de la geometría está relacionada con varios aspectos. Por un lado, de manera epistemológica, desde los griegos, la naturaleza dual de la geometría ha sido afirmada y discutida: ¿La geometría estuvo o está relacionada con lo que nuestros sentidos perciben o con ideas intelectuales? (Laborde, Kynigos, Hollebrands y Strässer, 2006). Las necesidades de la sociedad han estado involucradas con el desarrollo de esta área de las matemáticas, por ejemplo, ha sido utilizada en la arquitectura, la agricultura y en las artes, pero, algunas culturas se han enfocado en estudiar sus conceptos y relaciones lógicas.

Esta dualidad empírica-teórica de la geometría lleva a un rol problemático en su enseñanza. Por ejemplo, Duval (1988, 1998, 2000 citado por Laborde, Kynigos, Hollebrands y Strässer, 2006) señala que el problema básico de la enseñanza de la geometría es porque ésta involucra tres clases de procesos cognitivos: Visualización, razonamiento y construcción. Cada uno de éstos cumple una función epistemológica específica, pero ellos debieran estar conectados para el aprendizaje de la geometría.

No obstante, después de algunos años de experiencia docente, Alemán (2009) advierte que la enseñanza de la geometría en el nivel de educación secundaria, queda en segundo plano. Al respecto, Gamboa y Ballesteros (2010) señalan que algunos profesores priorizan la enseñanza de las matemáticas en otras áreas y van desplazando los contenidos geométricos hacia el final del curso, lo que implica en varios casos la exclusión de estos temas y su atención de manera superficial.

Puesto que la enseñanza de esta disciplina se ha limitado a reconocer figuras y dibujarlas en el papel (Gamboa y Ballesteros, 2010), es notorio que existe el desconocimiento o dificultad en la comprensión de algunos conceptos y propiedades geométricas cuando los estudiantes llegan a la educación secundaria (Alemán, 2009), incluso, en un estudio realizado con estudiantes para profesor de matemáticas (Godino, Gonzato y Fernández, 2010) se encontró

que aunque todos reconocieron que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180° , casi la mitad de ellos no da ninguna justificación.

Es por esta razón que reconocemos que el estudio de las propiedades de triángulos es una oportunidad para mejorar el aprendizaje de la geometría con alumnos de secundaria. En particular nos enfocaremos en el estudio de la propiedad de los lados del triángulo, ya que al considerar este tema como un foco importante, permitirá que los estudiantes no solo reconozcan dicha propiedad, sino que logren comprenderla y apropiarse del conocimiento.

Para lograr que los alumnos se apropien del conocimiento es conveniente la utilización de materiales didácticos como mediadores entre los alumnos y el profesor (Área, Parcerisa y Rodríguez, 2010, citados en Valenzuela, 2012), por lo anterior se puede decir que es importante que los profesores incorporen este tipo de materiales para que faciliten el proceso de enseñanza-aprendizaje y de esa forma tratar de evitar que los alumnos tengan dificultades al apropiarse de los conceptos.

Las investigaciones expresan que los profesores deben conocer acerca de cuáles materiales se pueden utilizar, cómo y con qué fin; es decir, el docente debe primero saber incorporarlo a las actividades cuidando que cumpla las expectativas de la clase y tratando de ligar los conceptos involucrados, para que de esa forma diversifique sus estrategias de enseñanza.

Además, coincidimos con Cascallana (1970, citado en Valenzuela, 2012, p. 26) quien sostiene que “las explicaciones verbales a toda la clase y la realización individual de ejercicios, como único recurso, limita el aprendizaje a la mayoría de los alumnos”. Con esto consideramos necesario que el profesor utilice otras estrategias de enseñanza que estén orientadas a potenciar el aprendizaje de los alumnos.

En este mismo sentido, Barrantes (2002) sugiere que al considerar al alumno como el sujeto central de su aprendizaje, el libro de texto se revela como un

recurso insuficiente por su concepción estática, es por esto que se debieran incluir otro tipo de materiales para el estudio de la geometría.

1.2.2 Problema

La enseñanza de la geometría se ha limitado a reconocer figuras y dibujarlas en el papel (Gamboa y Ballesteros, 2010) y es notorio que existe el desconocimiento o dificultad en la comprensión de algunos conceptos y propiedades geométricas cuando los estudiantes llegan a la educación secundaria (Alemán, 2009).

Algunos profesores toman como recursos principales para la enseñanza de la geometría el libro de texto y las explicaciones verbales, recursos que se revelan insuficientes para el aprendizaje según Cascallana (1970 citada en Valenzuela, 2012) y Barrantes (2002). Es decir, se deja de lado el uso de material didáctico manipulable, en particular, para el estudio de la propiedad de los lados del triángulo.

- **Pregunta**

¿Cómo diseñar una secuencia didáctica que incorpore material didáctico manipulable para el estudio de la propiedad de los lados de un triángulo?

- **Objetivo general**

Diseñar y validar una secuencia didáctica que incorpore material didáctico manipulable para el estudio de la propiedad de los lados de un triángulo.

- **Objetivos particulares**

- Realizar un análisis preliminar de la secuencia didáctica en el que se rescaten elementos para ser tomados en cuenta para el diseño de una secuencia didáctica para el aprendizaje de la propiedad de los lados de un triángulo, utilizando material didáctico manipulable.

- Diseñar y/o adaptar una secuencia didáctica para el estudio de la propiedad de los lados de un triángulo, utilizando material didáctico manipulable.
- Experimentar una secuencia didáctica con la utilización de material didáctico manipulable en el tema de la propiedad de los lados de un triángulo.
- Analizar y validar la secuencia didáctica aplicada.

- **Hipótesis**

La aplicación de una secuencia didáctica donde se utiliza material didáctico manipulable ayudará a que los alumnos de secundaria aprendan la propiedad de los lados del triángulo.

Justificación

La importancia de utilizar los materiales didácticos en la enseñanza, ha sido un aspecto importante a considerar en las investigaciones, entre ellas, tenemos las de Pérez (1994) y Socas (1999), (citados por Barrantes, 2002, p. 86) quienes consideran que las tareas en el aula deben tener un comienzo basado en el uso de los recursos y del material didáctico:

(...) la manipulación de objetos, la visualización de ciertas imágenes, la construcción de formas etc. son un rico manantial de conjeturas y una herramienta de diagnóstico de las ideas y conocimientos previos que los estudiantes tienen ante una determinada tarea (Pérez, 1994, 76).

La función mediadora de los materiales didácticos podría ayudar en la apropiación de los conceptos facilitando el proceso de enseñanza-aprendizaje, el profesor elija el material adecuado que permita al estudiante comprender los temas que se le están presentando (Área, Parcerisa y Rodríguez, 2010, citados

en Valenzuela, 2012). También fomentan la interpretación y socialización de información (Villarroel y Sgreccia, 2011, p. 72).

Los materiales, como se menciona, podrían motivar a los alumnos y ayudar al profesor a cambiar sus estrategias de enseñanza, por lo tanto al utilizarlos de manera correcta y elegir los adecuados, podría contribuir al buen desarrollo de las clases y por lo tanto se podrían lograr los objetivos de aprendizaje respecto al tema estudiado.

Se considera que la importancia de diseñar y experimentar secuencias didácticas orientadas hacia el logro del aprendizaje de los alumnos, debe (debiera) ser una preocupación de los docentes, por lo cual es necesario (se sugiere) que se haga uso de las investigaciones disponibles y que nos brindan los medios para planear respecto a ciertos aspectos que permitirán obtener resultados favorables en nuestra práctica.

2. Marco Teórico y Metodológico

Se tomará como base la teoría de situaciones didácticas, porque consideramos que la didáctica de las matemáticas es el foco en el cual nos debemos centrar para mejorar la enseñanza y de esta forma poder lograr que los alumnos adquieran un conocimiento, además permite crear situaciones que tienen como objetivo describir la interacción de los saberes, dentro de aula entre los alumnos, el profesor y el saber.

Además, en nuestra investigación entenderemos por materiales manipulables *“todos aquellos objetos físicos tangibles diseñados con un fin didáctico (estructurado), que el alumno pueda tocar directamente con sus manos, además de tener la posibilidad de intervenir sobre ellos haciendo modificaciones”* (Valenzuela, 2012, p. 24).

Como metodología utilizaremos la Ingeniería Didáctica de Artigue (1195), que tiene cuatro fases:

- **Los análisis preliminares:** en esta fase se llevará a cabo un análisis epistemológico referente a la forma en la que el tema de una propiedad de los lados de un triángulo es abordada en segundo grado de educación secundaria, esto tomando en cuenta el libro de texto que utiliza el profesor de la secundaria #73 ubicada en el Estado de Durango, algunas evidencias de los alumnos y el programa de estudios 2011 propuesto por la SEP. También se tomará en cuenta las posibles dificultades de los estudiantes al estudiar este tema.
- **Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas:** una vez realizados los análisis preliminares, se hará énfasis en los aspectos rescatados que se adecúen y promuevan el aprendizaje de una propiedad de los lados de los triángulos. Esto dará paso al diseño o estructuración de una secuencia didáctica donde se tomarán en cuenta las variables didácticas involucradas y se realizará un análisis a priori con el fin de anticipar los posibles procedimientos que los alumnos puedan llegar a realizar al momento de implementar la situación didáctica.
- **Experimentación:** se profundizará acerca de cómo se implementará la secuencia didáctica (puesta en escena), así como la forma en la cual se realizará la toma de datos.
- **Los análisis a posteriori y validación:** se basan en la experimentación (puesta en escena), las observaciones y las producciones de los estudiantes dentro o fuera del aula. Se hará una confrontación de los análisis a priori y a posteriori.

El estudio que se realizará es de tipo cualitativo, se trabajará con alumnos de segundo grado de Educación Secundaria en la materia de Matemáticas, se elegirá un grupo de alumnos para implementar la secuencia didáctica. La herramienta utilizada será una secuencia didáctica, la cual estará diseñada para

que los alumnos logren comprender una propiedad de los lados de los triángulos.

3. Primeros Resultados

3.1 Análisis preliminar

3.1.1 Didáctico

El tema de una propiedad de los lados de un triángulo, es propuesto por la SEP (2011), en segundo grado, en el bloque I, para dicho tema se destinan 5 clases, las cuales están indicadas en el libro de matemáticas 2 (Baltazar, Ruiz y Ojeda, 2013), la estructura que se propone en el libro, es el planteamiento de una situación inicial donde el alumno utilice los conocimientos previos para resolver lo que se les pide, en este caso, se presenta un problema referido a un terreno en forma triangular, posteriormente se presenta en una tabla tres posibilidades para las medidas de los lados de dicho terreno, se espera que esto permita a los alumnos identificar cuándo es posible trazar un triángulo y que justifiquen su respuesta. Luego se tiene la parte de explorar y construir donde el alumno se adentra el tema, analiza y aplica diversos procesos que le ayuden a comprender el tema, es sí el apartado donde se aborda el contenido, aquí se les propone la utilización de popotes de diferentes medidas con los cuales los alumnos deben formar siete triángulos, con la medida de los lados de los triángulos, llenarán una tabla y responderán algunos cuestionamientos. Por último tenemos la etapa donde los alumnos deben obtener conclusiones con base en lo que se realizó con anterioridad.

Como se puede notar el libro de texto presenta un inicio, un desarrollo y un cierre del tema de una propiedad de los lados de un triángulo, además propone la utilización de material didáctico manipulable (popotes de diferentes medidas), pero no se puede asegurar si en realidad se lleva a cabo dicha actividad en el salón de clases y también cabe mencionar que el hecho de que en el libro esté propuesta una actividad que implique utilizar material didáctico manipulable, no

asegura que el profesor lo aproveche de la mejor forma, pues en ocasiones para los profesores carece de relevancia su implementación.

3.1.2 Epistemológico

Desde la antigüedad las propiedades de los triángulos adquirieron un papel importante en la realización de actividades cotidianas que requerían de la aplicación de las mismas, por ejemplo los egipcios, en el año 2600 a. n. e. construyeron sus pirámides triangulares, los babilonios que describieron algunas características de los triángulos semejantes, en Grecia en el siglo VI a. n. e. se desarrollan los elementos de Euclides y el teorema de Pitágoras, la reflexión sobre el V postulado de dichos elementos dio paso a nuevas geometrías (geometrías no Euclidianas) en el siglo XIX. Todos estos acontecimientos mencionados, permiten observar la relevancia que ha tenido el estudio de los triángulos y su importancia para desarrollar ideas lógicas, además de actividades cotidianas.

4. Conclusiones

Es importante mejorar la enseñanza de la geometría en secundaria y para esto es necesario utilizar las estrategias de las cuales disponemos como profesores al momento de impartir nuestras clases, pero siempre tomando en cuenta las que permiten que los estudiantes adquieran un aprendizaje. La importancia de lograr la comprensión de los temas de matemáticas y específicamente en geometría es un aspecto importante que debería causar interés en los maestros, es por eso que consideramos que la utilización de materiales didácticos podría ser una estrategia de enseñanza recomendada, ya que actúan como mediadores entre el estudiante y el concepto, contribuyendo al proceso de enseñanza-aprendizaje.

La razón por la que se decidió trabajar con el uso de materiales didácticos manipulables, y no con material didáctico tecnológico, fue porque en la mayoría de los casos la escuela no cuenta con los medios para llevar a cabo actividades

con geometría dinámica, lo cual resultaría un obstáculo en la realización de dichas actividades.

Lo que se pretende es profundizar en el marco teórico (Teoría de Situaciones Didácticas) y la metodología (Ingeniería Didáctica) que vamos a utilizar, con el fin de fundamentar de manera objetiva el diseño de la secuencia didáctica que aplicaremos con base en una propiedad de los lados de los triángulos, así como la elección de los materiales didácticos manipulables que vamos a utilizar, con la intención de que esta investigación pueda ser útil en las clases de los profesores de matemáticas.

Referencias.

Alemán, J. (2009). La geometría con cabri: una visualización a las propiedades de los triángulos (Tesis de Maestría inédita). Dirección de Estudios de Posgrado de la Universidad Pedagógica Nacional, Tegucigalpa, Honduras.

Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En: M. Artigue, *Ingeniería Didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. México: Iberoamérica, pp. 33-59.

Baltazar, C., Flores, E. y Ojeda, L. (2013). *Matemáticas 2*. México: Castillo.

Barrantes, L. (2002). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar y su enseñanza – aprendizaje (Tesis doctoral inédita). Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas, Universidad de Extremadura, Badajoz, España.

Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-155. (versión castellana).

Castellanos, I. (2010). *Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software Geogebra con alumnos de II de Magisterio de la ENMPN (Tesis de Maestría)*. Dirección de Estudios de Posgrado de la Universidad Pedagógica Nacional, Tegucigalpa, Honduras.

Gamboa, R. y Ballesteros, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista Electrónica Educare*, 14(2), 125-142.

Godino, J., Gonzato, M. y Fernández, T. (2010). ¿Cuánto suman los ángulos interiores de un triángulo?. Conocimientos puestos en juego en la realización de una tarea matemática. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, y T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 341-352). Lleida: SEIEM.

Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K., & Strässer, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*, 275-304. Recuperado el 16 de Septiembre de 2015 de: <https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=OTCsKu0BZ0kC&oi=fnd&pg=PA275&dq=learning+geometry&ots=4sNhvMTNID&sig=bhOqWQJnGxqaWJKC1Rkex3XOgrl#v=onepage&q=learning%20geometry&f=false>.

México. Secretaría de Educación Pública. (2011). *Programas de estudio 2011, Guía para el maestro. Educación básica secundaria. Matemáticas*. D.F., México.

Ortiz, R. (1940). *Historia de las Matemáticas*. México. Fondo de Cultura Económica.

Valenzuela, M. (2012). *Uso de Materiales Didácticos manipulativos para la enseñanza y aprendizaje de la Geometría. Un estudio sobre algunos*

colegios de Chile. (Tesis de Maestría Inédita). Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática, Granada.

Villarroel, S. y Sgreccia, N. (2011). Materiales didácticos concretos en Geometría en primer año de Secundaria. *Números*, (78), 73-94.